Über die Verwendbarkeit der Logarithmenpapiere bei der Integration der Differentialgleichungen $y' = f(x, y)$.

Von P. SCHREIBER in Dresden.

In seiner Behandlung der graphischen Methoden beim gewöhnlichen Zahlenrechnen, der Auflösung von Gleichungen, der Differentiation und Integration usw. führt R. Mehmke¹⁾ auch die Darstellung der Funktionen durch »logarithmische Bilder« ein, erwähnt aber mit keinem Wort die Logarithmenpapiere, die er nach Pirani²⁾ der Firma Carl Schleicher & Schüll in Düren (Rheinland) als ein für alle derartige Arbeiten wichtiges Hilfsmittel zur Herstellung empfohlen hatte. Nachdem es mir gelungen war, die in Mehmkes Anleitungen gestellten Aufgaben (auch die Gleichungen auf den Seiten 53 und 59) mit Hilfe der Logarithmenpapiere zu lösen³⁾, habe ich dies auch mit der Integration der folgenden, ganz willkürlich angenommenen Differentialgleichung versucht.

$$y' = \frac{dy}{dx} = f(x, y) = \frac{2 \sqrt[2]{y} + 3 \sqrt[3]{x}}{4 \sqrt[4]{y} + 5 \sqrt[5]{x}}.$$

Das Integral sei $y = F(x, k)$, wo k die Integrationskonstante. Um das numerische Bild dieser Funktion zu konstruieren, führt man $u = my$ und $v = nx$ Millimeter als Koordinaten ein. Dann wird

$$u = my = m l' \left(\frac{v}{n}, k \right) = F_1(v, k)$$

die Gleichung der Schar von Integralkurven sein. Weiter erhält man

$$Z = \frac{du}{dv} = \operatorname{tg} \beta = \frac{m}{n} \frac{dy}{dx} = \frac{m}{n} \operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{n} f(x, y),$$

worin β der Winkel ist, den die im Punkte u, v an eine Integralkurve gelegte Tangente mit der X -Achse bildet, α aber den gleichartigen Winkel bei $m = n$ bedeutet. In diesem letzteren Falle kann man von der Normalform der Integralkurven sprechen. Sind m und n verschieden, so können diese Kurven wesentlich verschiedenes Aussehen haben. Die Funktion $Z = \frac{m}{n} f(x, y) = \operatorname{tg} \beta$ hat man zuerst durch Z -Gleicher, welche auch β -Gleicher⁴⁾

genannt werden können, in der Y - X -Ebene darzustellen. Man zieht dann in einer genügenden Anzahl von Punkten eines jeden dieser Gleicher die Tangentenstücke mit den zugehörigen Winkeln β und legt in diese eine Reihe von Integralkurven.

Zur Konstruktion des logarithmischen Bildes der Funktion $y = F(x, k)$ setzt man

$$u = Mb \log y \quad \text{und} \quad v = Mb \log x,$$

worin Mb »die Länge eines Mantissenbereiches« in Millimetern bedeutet, die ich »eine Manteb«⁵⁾ nenne. Man kann aber die Manteb als Längeneinheit betrachten und dann

$$u = \log y \quad v = \log x$$

¹⁾ R. Mehmke, Leitfaden zum graphischen Rechnen, Leipzig 1917.

²⁾ M. Pirani, Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, S. 53, Sammlung Götschen, 1919.

³⁾ In der kleinen Schrift: »Anleitungen zum praktischen Zahlenrechnen mit Hilfe der Potenzpapiere und der Produktentafel«, welche als Heft 2 der »Grundzüge einer Flächennomographie« bei Fr. Vieweg & Sohn in Braunschweig 1922 erschienen ist, habe ich gezeigt, wie alle die Aufgaben, die Mehmke im ersten Abschnitt seines Leitfadens behandelt hat, unter Hinzunahme der angenäherten Integration sich in sehr einfacher Weise mit Hilfe der Potenzpapiere und der Produktentafel lösen lassen. Ich betrachte dieses Werk als eine Ergänzungsschrift zu Mehmkes Leitfaden für alle diejenigen, die keine oder nur geringe Kenntnis der darstellenden Geometrie haben. Der vorliegende Aufsatz ist der erste Schritt meiner Bestrebungen, auch die Differentialgleichungen in dieser Weise zu behandeln.

⁴⁾ Vergl. Mehmke, Leitfaden S. 118. Die dort erwähnten Worte wie Isoklinen, Isogonen, sowie das vielfach verwendete Wort »Isoplethen« läßt sich recht gut durch »der Gleicher« ersetzen. Das von anderer Seite in der Met. Zeitschrift vorgeschlagene Wort »die Gleiche« erscheint mir weniger zweckmäßig.

⁵⁾ Ich erhebe abermals Widerspruch dagegen, daß diese Zahl als Modul bezeichnet wird. In der Logarithmenrechnung denkt man bei diesem Wort zuerst an $\log e$. Ferner gibt es so vielerlei Moduln, daß man nicht noch mehr schaffen sollte.

Mantebs schreiben. Dann ist

$$u = \log F_2(v, k) = F_3(v, k)$$

die Gleichung der logarithmischen Bilder der Integralkurven und erhält man weiter

$$Z = \frac{du}{dv} = \operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{y} f(x, y)$$

Die Konstruktion der Integralkurven geschieht dann genau so wie beim numerischen Bild. In unserem Beispiel ist also

$$Z = \operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \sqrt[4]{y} + 3 \sqrt[3]{x}}{4 \sqrt[4]{y} + 5 \sqrt[5]{x}} \frac{x}{y} = \frac{Z_1}{Z_3} Z_2.$$

Der erste Schritt besteht darin, die Gleichung

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \text{ oder } \log Z = \log Z_1 + \log Z_2 - \log Z_3$$

in der XZ -Ebene durch y -Gleiches darzustellen. Das logarithmische Bild der Z -Funktion wird also aus einer Schar von Linien bestehen und es wird längs einer derartigen Linie y einen konstanten Wert haben. Ich habe zur Ableitung dieser Linien nach und nach $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ und 10 angenommen.

Die numerische Auswertung der Funktionen

$$Z = 2y^{1/2} \quad Z = 3x^{1/3} \quad Z = 4y^{1/4} \quad \text{und} \quad Z = 5x^{1/5}$$

erfordert die Herstellung einer Rechentafel, Abb. 1. Diese beginnt mit dem Ziehen der Richtlinien für die Potenzen $Z = x^q$ oder y^q .

Die Darstellung der Abb. 1 erfolgte auf dem Potenzpapier mit einer Manteb 250 mm (Marke 375 1/2 L T). An beiden Seiten des Netzfeldes befinden sich Doppelskalen. Auf der inneren Seite ist die Manteb logarithmisch geteilt (Numerusseite), auf der äußeren

Abb. 1

gleichmäßig (Logarithmusseite). Beide Funktionsskalen zusammen stellen eine graphische Logarithmentafel vor, nach innen findet man den Numerus, nach außen den Logarithmus; die Ablesung ist fast auf 3 Dezimalen sicher. Die Logarithmusseite der Doppelskala rechts läßt die Exponenten q in der Gleichung $Z = x^q$ abgreifen, so lange $q < 1$ ist. Zieht man von einem Punkt im unteren Rand, welcher von der Skala um 1 Mantel absteht, Gerade nach den Punkten $q = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$, so sind diese die Richtlinien der Potenzfunktionen. Ist $q = 1$, so stellt die Diagonale des Feldes die Richtlinie für $Z = x^1$ vor. Ist $q > 1$, so lehrt die Formel $x = Z^{1/q}$, daß man an der Logarithmusseite der Doppelskala $1:q$ abzugreifen und am oberen Rand von der linken Ecke nach rechts abzutragen und dann eine Gerade von diesem Punkt nach der linken unteren Ecke des Feldes zu ziehen hat. Diese Erläuterungen werden für die Leser dieser Zeitschrift genügen. Es ist nur noch zu erwähnen, daß aus $Z = x^q$ $\frac{du}{dv} = q = \operatorname{tg} \gamma$ folgt.

Zieht man durch den mit $Z = 2$ bezifferten Punkt der Ordinatenachse eine Parallele zur Richtlinie $\sqrt{y}$, so stellt diese Gerade das logarithmische Bild der Funktion $Z = 2\sqrt{y}$ vor. Auf gleiche Weise erhält man die logarithmischen Bilder der 3 anderen Z -Funktionen.

Wenn man dann in Abb. 1 die Koordinaten der durch Kreise bezeichneten Punkte abliest, so kann man auf leicht ersichtliche Weise die Koordinaten der Funktionen

$$Z_1 = 2\sqrt{y} + 3\sqrt[3]{x} \quad \text{und} \quad Z_3 = 4\sqrt[4]{y} + 5\sqrt[5]{x}$$

ableiten. Das Ergebnis dieser Rechnungen wurde in der nachstehenden Zahlentafel zusammengestellt. Die Zahlen sind die Koordinaten der y -Gleicher dieser Funktionen Z_1 und Z_3 , wobei angenommen wurde, daß die Wahl $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ und 10 ausreichen würde.

$y =$	1		2		3		4		5		6		8		10	
x	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3	Z_1	Z_3
1,0	5,00	9,00	5,82	9,77	6,48	10,27	6,99	10,67	7,47	11,00	7,90	11,28	8,66	11,74	9,32	12,11
1,2	5,20	9,19	6,02	9,96	6,68	10,46	7,19	10,86	7,67	11,19	8,10	11,47	8,86	11,93	9,52	12,30
1,4	5,37	9,35	6,19	10,12	6,85	10,62	7,36	11,02	7,84	11,35	8,27	11,63	9,03	12,09	9,69	12,46
1,6	5,51	9,50	6,33	10,27	6,99	10,77	7,50	11,17	7,98	11,50	8,41	11,78	9,17	12,24	9,83	12,61
1,8	5,67	9,64	6,49	10,41	7,15	10,91	7,66	11,31	8,14	11,64	8,57	11,92	9,33	12,38	9,99	12,75
2,0	5,79	9,77	6,61	10,54	7,27	11,04	7,78	11,44	8,26	11,77	8,69	12,05	9,45	12,51	10,11	12,88
2,5	6,06	10,00	6,88	10,77	7,54	11,27	8,05	11,67	8,53	12,00	8,96	12,28	9,72	12,74	10,38	13,11
3,0	6,33	10,25	7,15	11,02	7,81	11,52	8,32	11,92	8,80	12,25	9,23	12,53	9,99	12,99	10,65	13,36
3,5	6,53	10,44	7,35	11,21	8,01	11,71	8,52	12,11	9,00	12,44	9,43	12,72	10,19	13,18	10,85	13,55
4,0	6,77	10,61	7,59	11,38	8,25	11,88	8,76	12,28	9,24	12,61	9,67	12,89	10,43	13,35	11,09	13,72
4,5	6,95	10,79	7,77	11,56	8,43	12,06	8,94	12,46	9,42	12,79	9,85	13,07	10,61	13,53	11,27	13,90
5,0	7,11	10,92	7,93	11,69	8,59	12,19	9,10	12,59	9,58	12,92	10,01	13,20	10,77	13,66	11,43	14,03
5,5	7,30	11,04	8,12	11,81	8,78	12,31	9,29	12,71	9,77	13,04	10,20	13,32	10,96	13,78	11,62	14,15
6,0	7,44	11,18	8,26	11,95	8,92	12,45	9,43	12,85	9,91	13,18	10,34	13,46	11,10	13,92	11,76	14,29
6,5	7,60	11,29	8,42	12,06	9,08	12,56	9,59	12,96	10,07	13,29	10,50	13,57	11,26	14,03	11,92	14,40
7,0	7,73	11,40	8,55	12,17	9,21	12,67	9,72	13,07	10,20	13,40	10,63	13,68	11,39	14,14	12,05	14,51
7,5	7,88	11,50	8,70	12,27	9,36	12,77	9,87	13,17	10,35	13,50	10,78	13,78	11,54	14,24	12,20	14,61
8,0	8,00	11,60	8,82	12,37	9,48	12,87	9,99	13,27	10,47	13,60	10,90	13,88	11,66	14,34	12,32	14,71
8,5	8,13	11,69	8,95	12,46	9,61	12,96	10,12	13,36	10,60	13,69	11,03	13,97	11,79	14,43	12,45	14,80
9,0	8,27	11,78	9,09	12,55	9,75	13,05	10,26	13,45	10,74	13,78	11,17	14,06	11,93	14,52	12,59	14,89
9,5	8,38	11,87	9,20	12,64	9,86	13,14	10,37	13,54	10,85	13,87	11,28	14,15	12,04	14,61	12,70	14,98
10,0	8,48	11,96	9,30	12,73	9,96	13,23	10,47	13,63	10,95	13,96	11,38	14,24	12,14	14,70	12,80	15,07

Die Konstruktion des y -Gleichers für $y = 5$ wurde in Abb. 2 dargestellt. Die Gleichung des logarithmischen Bildes desselben ist $u = \log Z = \log Z_1 + \log Z_2 - \log Z_3 = u_1 + u_2 - u_3$. Das ganze Verfahren ist außerordentlich einfach, wenn man Potenzpapiere verwendet, welche mehrere Mantissenfelder enthalten. Hier wurde aber die ganze Darstellung in nur einem Feld vorgenommen.

Ich nehme an, daß die Koordinaten in Abb. 2 $u = \log Z$ und $v = \log x$ für Z und x zwischen 1,00 bis 10,00 liegen und bezeichne diese mit ζ und ξ . Dann wird man $Z = 10^\sigma \zeta$ und $x = 10^\sigma \xi$ schreiben können, worin σ und ξ ganze, positive oder negative Exponenten bedeuten.

¹⁾ Paul Schreiber: »Grundzüge einer Flächennomographie gegründet auf graphische Darstellungen in Funktionspapieren mit gleichmässiger und logarithmischer Teilung. Mit 19 Abbildungen. Braunschweig, 1921.

Abb. 3

Der y -Gleicher für $y = 5$, welcher so in Abb. 2 abgeleitet worden war, wurde nun auf ein anderes Feld in Abb. 3 übertragen, wie dies in dieser aus der Linie mit den Doppelkreisen zu ersehen ist.

Auf gleiche Weise wurden die y -Gleichers für die anderen angenommenen y -Werte konstruiert und in Abb. 3 eingetragen.

Man ersieht aus Abb. 2 übrigens, daß die wenigen Linien nach dem Uebertrag in Abb. 3 weggewischt werden können, also dasselbe Blatt mehrmals Verwendung finden kann.

Die Abb. 3 ist das logarithmische Bild der Funktion

$$Z = \frac{2\sqrt[4]{y} + 3\sqrt[3]{x}}{4\sqrt[4]{y} + 5\sqrt[2]{x}} \cdot \frac{x}{y}$$

dargestellt durch y -Gleichers.

Bei den zwei Linien links oben für $y = 8$ und 10 ist $Z = 10^{-2}\zeta$, in der mittleren Schar $Z = 10^{-1}\zeta$ und der Schar rechts unten $Z = 10^0\zeta$.

Die Konstruktion der Integralkurven erfordert aber die Darstellung derselben Funktion durch Z -Gleichers, die man auch, da $Z = \tan \gamma$ ist, γ -Gleichers nennen kann.

Der zweite Schritt besteht also in der Konstruktion der γ -Gleichers; hierzu wurden die Koordinaten der in Abb. 3 durch Ringe kenntlich gemachten Schnitte der y -Gleichers mit bestimmten angenommenen Werten von Z abgelesen und in Abb. 4 eingetragen. In dieser sind die Ordinate $u = \log y$ und $v = \log x$. Man sieht, daß die längs der Ordinate $y = 5$ in Abb. 4 eingetragenen Doppelkreise dieselben Abszissen haben, als die Doppelkreise längs des $y = 5$ -Gleichers in Abb. 3. Diese Z -Gleichers oder γ -Gleichers weichen so wenig von geraden Linien ab, daß die an manchen Stellen nötigen Extrapolationen genügend genau durch Verlängerung der Geraden vorgenommen werden konnten. Die Linienschar in Abb. 4 bezieht sich auf die Werte $\tan \gamma = 0,1$ bis $\tan \gamma = 7,0$.

Abb. 4

Nunmehr konnten in Abb. 5 die Winkel γ eingezeichnet und danach die Integralkurven konstruiert werden.

Für $x = 1$ ergibt Abb. 3

$y =$	1	2	3	4	6	8
$q = \lg \gamma =$	0,554	0,297	0,207	0,163	0,117	0,092

Diese Werte wurden an der Logarithmusseite der rechten Randskala abgestochen und durch die 6 Ringe längs der Grenzlinie zwischen beiden Skalen angedeutet. So erhält man die Richtungslinien für x^2 wie in Abb. 1 und durch Parallele zu diesen durch die Punkte $y = 1, 2, 3, 4, 6$ und 8 in der Ordinatenachse die Richtungen der Tangenten an die Integralkurven.

Für $x = 10$ bekommt man aber aus Abb. 3

$y =$	1	2	3	4	6	8
$q = \lg \gamma =$	7,09	3,70	2,51	1,93	1,34	1,03
$\frac{1}{q} = \cotg \gamma =$	0,141	0,270	0,398	0,518	0,746	0,971

Die Längen $\cotg \gamma$ wurden an der linken Randskala durch Doppelringe angegeben, trägt man sie am oberen Rand von links nach rechts ab, so erhält man die Richtlinien für die Tangenten an die Integralkurven, welche am rechten Rand durch die Punkte $y = 1, 2, 3, 4, 6$ und 8 gehen.

In das Feld wurden nur die γ -Gleichen für $\gamma = 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9, 1,0$ und $1,1$ eingetragen, da diese auszureichen schienen.

In jedem Gleicher wurden soviel Tangentenstücke mit den betreffenden γ -Winkeln ebenso gezogen, wie die Richtlinien in Abb. 1. Die q -Längen sind durch Ringe in der rechten Doppelskala der Abb. 5 kenntlich gemacht worden.

Die Gleicher selbst waren nur durch Bleistift angegeben worden, sie wurden nach dem Einzeichnen der Tangentenstücke weggewischt.

Abb. 5

Es wurde nun die von $x=y=1$ ausgehende Integralkurve konstruiert und konnte an dieser abgelesen werden

$x=1,0$	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
$y=1,00$	1,28	1,56	1,85	2,17	2,50	2,86	3,22	3,60	4,30	5,10	5,90	6,80	7,60

Durch Addition von 1, 2, 3, 5 und 7 zu diesen y -Werten erhält man die Koordinaten der von den Punkten $y=2, 3, 4, 6$ und 8 der Ordinatenachse ausgehenden Integralkurven. Die Einzeichnung derselben in das System der Tangentenstücke ergab befriedigende Anpassung der Integralkurven an die Tangenten. Man kann dieses Verfahren fortsetzen und würde dadurch die Integralkurven in den darüberliegenden Mantissenfeldern erhalten. Es wurden aber auch an den Ordinaten y der konstruierten Integralkurve die Konstanten $-1, -2$ bis -6 angebracht, wodurch die rechts unten liegenden Kurven erhalten wurden. Die Fortsetzung dieser Kurven nach dem negativen Gebiet der y hin stößt in den logarithmischen Bildern aber auf Schwierigkeiten, da zwischen $y=+1$ bis $y=-1$ unendlich viel Mantissenfelder eingeschaltet werden müssen. Ueber alle diese Fragen wird das unter ³⁾ erwähnte Werk eingehende Auskunft geben.

Zusatz. Wenn die Differentialgleichung in der allgemeinen Form $0 = f(x, y, y')$ gegeben ist, so kann man

$$y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{du}{dv} \frac{y}{x} = \frac{y}{x} \operatorname{tg} \gamma = \frac{y}{x} Z$$

eingeführen und erhält dann eine andere Form $0 = F(x, y, Z)$.

γ ist der Winkel, den eine an das logarithmische Bild einer Integralkurve im Punkte u, v gelegte Tangente mit der X -Achse bildet. Man hat nun zu versuchen, die F -Funktion durch x, y - oder Z -Gleichen darzustellen. Im letzteren Fall kann man in passend gewählten Stellen, wie in Abb. 5, die Richtungen der Tangenten einzeichnen und danach die Integralkurven konstruieren. In den anderen Fällen erhält man loga-

rithmische Bilder wie in Abb. 3 und muß daraus, wie in Abb. 4, die Darstellung durch Z -Gleicher ableiten.

Von besonderer Wichtigkeit ist der einfachste Fall $y' = f(x)$, aus dem man $y = \int f(x) dx + C$ in sehr vielen Fällen analytisch herleiten kann, aber sehr oft sehr unhandliche Formeln für die Integralkurven erhält. Man erhält aber auch

$$Z = \operatorname{tg} \gamma = \frac{x f(x)}{y} \quad \text{oder} \quad y = x f(x) Z^{-1}$$

und kann dann das logarithmische Bild der Funktion $y = x f(x)$ für $Z = 1$ konstruieren. Die logarithmischen Bilder für andere Werte von Z erhält man durch Parallelverschiebung dieser Kurve. Das ergibt also die Darstellung der Funktion $y = x f(x) Z^{-1}$ durch Z -Gleicher. Es lassen sich dann in diesem logarithmischen Bild die Tangenten einzeichnen und nach diesen die Integralkurven konstruieren.

In den beiden erwähnten Heften der Flächennomographie habe ich die Darstellung der folgenden Formen, welche $x(f)x$ annehmen können, gelehrt. Als einfachste Form erscheint

$$y = [ax^2 + bx^r + cx^s + \dots]^p,$$

in der die Vorzahlen, wie Exponenten alle beliebigen Werte zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annehmen können. Liegen mehrere derartiger Funktionen vor, so lassen sich daraus auch

$$y = \pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \quad \text{und} \quad y = y_1 y_2 y_3$$

rein graphisch konstruieren.

Treten Exponentialfunktionen auf, so wird man oft die Einfach Logarithmenpapiere oder Exponentialpapiere mit Vorteil verwenden können. Diese sind zur Darstellung der Funktionen $\log y = f(x)$ bestimmt, als gerade Linien erscheinen in ihnen die Funktionen $y = ae^{px}$. Die Bilder der $f(x)$ in diesen Papieren wird man als halblogarithmische zu bezeichnen haben, es wird stets möglich sein, aus ihnen ganz logarithmische Bilder abzuleiten.

Potenz- und Exponentialpapiere hat die Firma Carl Schleicher & Schüll in Düren (Rheinland) in verschiedenen Ausführungen vorrätig, wie man aus deren »Verzeichnis der Liniennetzpapiere« ersehen kann. Für die graphische Integration ist besonders wichtig, daß die Potenzpapiere auch auf Pauspapier gedruckt erhalten werden können. Diese Firma bearbeitet jetzt auch nach meinen Angaben einen Satz von Potenzpapieren, in denen die trigonometrischen Funktionen in Anwendung kommen; ein Verzeichnis derselben kann erst nach der Fertigstellung herausgegeben werden. Das gibt den Logarithmenpapieren eine ungeahnte Verwendungsmöglichkeit, sie werden wohl das wichtigste Hilfsmittel bei der Zahlenrechnung sein. 119

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE

Der Segelflug und die Rhön-Segelflug-Wettbewerbe.

Von W. HOFF in Berlin-Adlershof.

Otto Lilienthal war es, der zum erstenmal die Grundlehren des Fliegens aufgedeckt und in wissenschaftlich faßbare Gestalt gebracht hat. Leider wurde seine Forschertätigkeit durch seinen todbringenden Absturz am 9. August 1896 jäh abgebrochen. Die deutsche Wissenschaft hatte im vergangenen Jahr Gelegenheit, anlässlich der 25. Wiederkehr des Todestages ihres bahnbrechenden Forschers ehrend zu gedenken.

Das Ausland hat die Arbeiten Lilienthals aufgegriffen und gefördert. Es vergingen viele Jahre, ehe sie in Deutschland wiederum Fuß faßten. Wir wollen hier die Arbeiten auf dem Gebiete des Motorflugwesens aus der Betrachtung lassen und uns nur mit dem motorlosen Fliegen beschäftigen, das in den letzten beiden Jahren durch die