ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 59.

**1. Über eine Methode zur Bestimmung der Dichte von mikroskopischen und ultramikroskopischen Partikeln; ein Beitrag zur Frage nach der Existenz des Elektrons;
von R. Bär.**

§ 1. Bekanntlich haben Ehrenhaft und seine Schüler aus Beobachtungen an ultramikroskopischen Partikeln auf elektrische Ladungen bis herab zu $3 \cdot 10^{-13}$ elektrostatische Einheiten geschlossen, während aus den Experimenten Millikans an mikroskopischen Partikeln die Existenz eines unteilbaren Elektrizitätsatoms von $4,774 \cdot 10^{-10} \pm 0,005$ elektrostatischen Einheiten folgt. Um diese Ergebnisse miteinander in Einklang zu bringen, war von verschiedenen Seiten die Meinung ausgesprochen worden, daß die Ehrenhaftschen Versuchsergebnisse vermutlich in der Hauptsache durch folgende zwei Fehlerquellen gefälscht seien:

1. Das von Ehrenhaft verwendete Stokes-Cunninghamsche Widerstandsgesetz ist bei Kugeln vom Radius $2-100 \cdot 10^{-6}$ cm nicht mehr gültig.

2. Die beobachteten Partikeln haben eine kleinere Dichte als die des kompakten Materials, aus dem sie hergestellt werden, bzw. es weicht ihre Form beträchtlich von der Kugelgestalt ab.

Da in letzter Zeit von Targonski¹⁾ und Silvey²⁾ an Teilchen von Radien $2-10 \cdot 10^{-5}$ cm, die auf andere Weise hergestellt waren als die Ehrenhaftschen, ausschließlich Ladungen beobachtet wurden, die mit den Millikanschen gut übereinstimmen, so liegt auch für denjenigen, der die von Ehrenhaft beobachteten Ladungsunterschreitungen nicht für reell hält, kein Grund mehr vor, an der Gültigkeit eines Widerstandsgesetzes von der Form des Stokes-Cunninghamschen bis herab zu $2 \cdot 10^{-5}$ cm Teilchenradius zu zweifeln; es scheint

1) A. Targonski, Arch. d. Gen. 41. p. 181, 269, 357. 1916.

2) O. W. Silvey, Physik. Zeitschr. 17. p. 43. 1916.

vielmehr für Teilchen dieser Größenordnung wohl nur die unter 2. genannte Fehlerquelle in Betracht zu kommen.

§ 2. Setzt man nun irgendein Widerstandsgesetz voraus, so kann man eine zuerst von E. Meyer und W. Gerlach¹⁾ angegebene Methode so vervollkommen, daß sich der Radius eines Teilchens *ohne Kenntnis seiner Dichte*, und hierauf die Dichte aus dem bestimmten Radius *direkt aus dem Widerstandsgesetz* berechnen läßt. Es gelang nämlich diesen Forschern, die Luft so vorsichtig aus dem Kondensator wegzupumpen, daß das zu beobachtende Teilchen dabei im Gesichtsfelde des Beobachtungsfernrohres blieb; die Fallgeschwindigkeit des Teilchens konnte so bei verschiedenen Drucken (bis herab zu 30 mm Hg) gemessen werden. Man hat dann einerseits die Möglichkeit, den von irgendeinem Widerstandsgesetz geforderten Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und mittlerer freier Weglänge einer direkten experimentellen Prüfung zu unterziehen, andererseits kann man, nachdem man sich für ein bestimmtes Widerstandsgesetz entschieden hat, die in dasselbe eingehenden Konstanten des Teilchens, nämlich Radius und Dichte, so bestimmen, daß die theoretische Kurve die Beobachtungen möglichst gut wiedergibt. Da nun die in den folgenden Paragraphen mitgeteilten Experimente den vom Stokes-Cunninghamschen Gesetz geforderten Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Gasdruck gut bestätigen, zum mindesten für Drucke bis herab zu etwa 100 mm Hg, so wollen wir dieses Widerstandsgesetz der folgenden Rechnung zugrunde legen.

§ 3. Es sei also

$$(1) \quad mg = \frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g = 6 \pi \mu a v \left(1 + \frac{B}{ap} \right)^{-1}.$$

Hierin bedeute a den Teilchenradius in Zentimeter, σ die Dichte, μ den Koeffizienten der inneren Reibung, v die Fallgeschwindigkeit, p den Gasdruck in mm Hg. B ist eine Konstante. Setzt man für den reziproken Wert des Druckes $1/p = q$, so wird aus (1)

$$(2) \quad v = \frac{2}{9} \frac{\sigma g}{\mu} (a^2 + B q a).$$

1) E. Meyer u. W. Gerlach, Ann. d. Phys. 47. p. 227. 1915 und Elster u. Geitel-Festschrift p. 196.

Sind nun bei zwei verschiedenen Drucken

$$p_1 = \frac{1}{q_1} \quad \text{und} \quad p_2 = \frac{1}{q_2}$$

die Fallgeschwindigkeiten v_1 bzw. v_2 gemessen worden, so ist

$$(3) \quad mg = 6\pi\mu a v_1 \left(1 + \frac{Bq_1}{a}\right)^{-1} = 6\pi\mu a v_2 \left(1 + \frac{Bq_2}{a}\right)^{-1}$$

also

$$v_1 \left(1 + \frac{Bq_2}{a}\right) = v_2 \left(1 + \frac{Bq_1}{a}\right).$$

Hieraus folgt

$$(4) \quad a = B \frac{v_1 q_2 - v_2 q_1}{v_2 - v_1}.$$

Hat man nach (4) den Radius des Teilchens *ohne Kenntnis der Dichte* gefunden, so kann man nun aus (1) die Dichte des Teilchens berechnen. Natürlich erhält man nur dann die *wirkliche Dichte* des Teilchens, wenn dasselbe tatsächlich, wie wir es vorausgesetzt haben, eine Kugel ist. Ergibt sich aber aus den Beobachtungen bei Teilchen, deren Dichte wir kennen (wie z. B. wahrscheinlich bei den Edelmetallen), durch unsere Methode eine von der *wirklichen* abweichende kleinere *scheinbare Dichte*, so hat man dies als *Beweis für die Abweichung der Teilchenform von der Kugelgestalt bzw. für eine schwammartige Struktur der Partikeln* anzusehen.

§ 4. Für den numerischen Wert der Konstanten B , die in den Radius linear, in die Dichte quadratisch eingeht, findet Cunningham¹⁾ in den zugrunde gelegten Maßeinheiten bei 23° C für Luft als Grenzwerte beim vollkommen unelastischen Stoß der Gasmolekeln auf das Teilchen $5,62 \cdot 10^{-3}$ und beim vollkommen elastischen Stoß $11,24 \cdot 10^{-3}$. Der Wert für den ersten Grenzfall ist aber unrichtig berechnet.²⁾ Die Experimente von Knudsen und Weber³⁾ ergeben für B eine Formel mit den Grenzwerten $6,97 \cdot 10^{-3}$ für $l/a = 0$ (l = mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle) und $10,6 \cdot 10^{-3}$ für $l/a = \infty$.

1) E. Cunningham, Proc. Roy. Soc. A. 88. p. 357. 1910.

2) Vgl. eine in Bälde in dieser Zeitschrift erscheinende Arbeit von J. Weyssenhoff, wonach im Falle vollkommen unelastischer Zusammenstöße ($f = 0$ der Cunninghamschen Theorie) $B = 8,99 \cdot 10^{-3}$ wird.

3) M. Knudsen u. S. Weber, Ann. d. Phys. 86. p. 981. 1911.

Nach dieser Formel besteht ein linearer Zusammenhang zwischen v und l/a für sehr große und sehr kleine Werte von l/a . Da nun unsere Versuche gerade für große Luftdrucke eine lineare Beziehung zwischen v und $1/p$ aufzeigen, während für kleinere Drucke sich öfters Abweichungen hiervon zeigen, so ist in unserem Falle in der Knudsenschen Formel der Grenzwert von B für $l/a = 0$ zu nehmen, d. h. $6,97 \cdot 10^{-3}$. Mc Keehan¹⁾ findet für in Luft fallende Wachskügelchen $B = 7,5 \cdot 10^{-3}$ und Millikan²⁾ unter Zugrundelegung der Existenz eines Elektrizitätsatoms für Ölkügelchen in Luft $B = 6,18 \cdot 10^{-3}$. Schidlöf und Murzinowska³⁾ finden auf dieselbe Weise wie Millikan $B = 6,07 \cdot 10^{-3}$. Aus den Experimenten Silveys⁴⁾, der dasselbe Hg-Teilchen zuerst in Luft und dann in Xylol fallen ließ, ergibt sich $B = 7,37 \cdot 10^{-3}$. Ehrenhaft⁵⁾ endlich rechnet bei denjenigen Partikeln, die er in Luft fallen und steigen läßt, mit $B = 5,98 \cdot 10^{-3}$. Im folgenden wollen wir mit dem kleinsten und dem größten der in Betracht kommenden Werte, nämlich mit $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ und mit $B = 7,5 \cdot 10^{-3}$ rechnen.

Der von Ehrenhaft verwendete Wert $5,98 \cdot 10^{-3}$ liegt also an der unteren Grenze dieses Intervalls.

§ 5. Die Versuchsanordnung ist die von E. Meyer und W. Gerlach l. c. beschriebene; zu den Versuchen stand der dort verwendete Kondensator zur Verfügung.

Zur Beobachtung gelangten:

I. Pt-Teilchen, die in Luft erzeugt wurden, indem man den auf höhere Spannung transformierten städtischen Wechselstrom zwischen zwei Pt-Drähten überspringen ließ. Die Versuchsergebnisse, die den Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und reziprokem Gasdruck ergeben, sind in Fig. 1 für 6 Pt-Teilchen graphisch dargestellt, und außerdem geben wir im Anhang als Beispiel für das Teilchen Nr. 4 das ausführliche Meßprotokoll wieder.

1) L. W. McKeekhan, *Physik. Zeitschr.* **12**, p. 707. 1911.

2) R. A. Millikan, *Phil. Mag.* **84**, p. 1. 1917.

3) A. Schidlöf u. J. Murzinowska, *C. R.* **156**, p. 304. 1913.

4) O. W. Silvey, *Phys. Rev.* **7**, p. 87. 1916.

5) F. Ehrenhaft, *Ann. d. Phys.* **56**, p. 1. 1918.

Über die aus den Versuchen sich ergebenden Radien und scheinbaren Dichten orientiert Tab. 1. In Kolonne 2 und 3 sind Radius a_1 und Dichte σ_1 für $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ berechnet;

Fig. 1.

in der 3. Kolonne steht der falsche Wert a_1^* , den man erhält, wenn man, wie dies bis jetzt bekanntlich immer geschehen ist, im Widerstandsgesetz für σ die Dichte des kompakten Materials, aus dem die Partikeln hergestellt wurden, in unserem

Tabelle 1 (Pt).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$
1	4,1	16	3,5	5,5	8,8	3,4
2	3,7	21	3,6	5,0	11	3,5
4	5,1	14	4,0	6,8	7,6	3,9
6	2,1	24	2,3	2,8	14	2,1
13	8,3	6,3	4,3	11	3,5	4,2
14	5,6	12	4,1	7,5	6,7	4,0

Falle also die Dichte 21,4 des Platins einsetzt und zwar wurde a_1^* aus der Fallgeschwindigkeit beim normalen Luftdruck berechnet. In Kolonne 4, 5 und 6 stehen die entsprechenden Größen für $B = 7,5 \cdot 10^{-3}$.

Wir entnehmen aus der Tabelle, daß die scheinbare Dichte der Pt-Teilchen von der wirklichen um mehrere 100 Proz. abweichen kann, d. h. daß diese Teilchen *gewaltige Abweichungen von der Kugelgestalt oder aber eine schwammartige Struktur zeigen* (Perrin). Es ist also *prinzipiell unzulässig, an solchen Metallteilchen Absolutmessungen ihrer elektrischen Ladung nach der Ehrenhaft-Millikanschen Methode vorzunehmen.*

Fig. 2.

II. Die Resultate der Versuche mit 9 Pt-Teilchen, die im Kontaktfunken einer Gleichstromspannung von 100 Volt (bei passendem Vorschaltwiderstand) in Luft hergestellt wurden, sind in Fig. 2¹⁾ dargestellt. Der lineare Zusammenhang zwischen ν und $1/p$, d. h. freier Weglänge l ist für kleine Werte von ν und l/a wieder befriedigend erfüllt. Welche Bedeutung den Abweichungen (besonders bei Nr. 4) zukommt, kann wohl nur an Hand eines größeren Beobachtungsmaterials an wirklich runden Teilchen entschieden werden. Tab. 2 gibt die errechneten Radien und scheinbaren Dichten wieder. Es zeigen

1) Die Kurve für Partikel Nr. 20 ist, um Fig. 2 nicht zu überlasten, in Fig. 3 eingezeichnet.

Tabelle 2 (Pt).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$
4*	13	3,3	5,0	18	1,9	4,9
8*	4,8	7,5	2,7	6,4	4,2	2,5
9*	3,8	15	3,2	5,1	8,8	3,0
13*	4,0	12	2,9	5,3	6,9	2,7
14*	3,5	14	2,8	4,7	7,7	2,6
15*	4,5	9,2	2,8	6,0	5,2	2,6
16*	8,5	0,98	1,6	11	0,54	1,5
20*	3,4	15	2,9	4,5	8,6	2,8
21*	4,6	1,4	0,9	6,2	0,81	0,8

sich bei diesen Teilchen noch größere Abweichungen der scheinbaren Dichte vom Wert 21,4, als in der Tab. 1. Teilchen wie Nr. 16* und Nr. 21* mit einer scheinbaren Dichte von 0,5—1,5 waren sehr häufig zu beobachten. Sie kamen infolge ihrer kleinen Fallgeschwindigkeit erst ziemlich lange nach dem Überspringen des elektrischen Funkens ins Gesichtsfeld des Fernrohres. Aus ihrer großen Helligkeit konnte man schon vermuten, daß sie nicht die Dichte des Pt haben konnten, da sich aus ihrer Fallgeschwindigkeit dann ein Radius von 0,8 bis $1,5 \cdot 10^{-5}$ cm ergeben hätte. Andererseits ist es wohl sicher, daß die Partikeln aus Pt bestanden, da sie ebenso lichtelektrisch waren wie die übrigen Teilchen. Man beachte ferner, daß erst die Auspumpmethode es ermöglicht, die verschiedene Gestalt von zwei Teilchen wie Nr. 14* und Nr. 15* zu erkennen, die bei Atmosphärendruck noch dieselbe Fallgeschwindigkeit zeigten.

§ 6. Es sollen noch kurz die Resultate Erwähnung finden, die von E. Meyer und W. Gerlach¹⁾ an im elektrischen Funken zerstäubten Pt-Teilchen erhalten wurden. Diese Forscher untersuchten den Gang des aus dem Widerstandsgesetz errechneten Radius des Teilchens mit abnehmendem Gasdruck unter Annahme der Dichte des Pt für 8 verschiedene Widerstandsgesetze und bemerkten dann, daß man „durch Annahme eines bedeutend geringeren spezifischen Gewichtes für die Teilchen gute Konstanz der Radien mit dem Druck erhalten kann“. * Unsere Methode bestätigt dieses

1) Elster u. Geitel-Festschrift p. 196.

Resultat. Wir erhalten für die in der Arbeit erwähnten Teilchen folgende scheinbaren Dichten:

Nr.	σ_1	σ_2
601	12	6,6
602	14	7,8

Ferner berechnen E. Meyer und W. Gerlach unter der Annahme der Existenz eines elektrischen Elementarquantums von $4,8 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten aus den ganzzahligen Verhältnissen der bei diesen Partikeln gemessenen Haltepotentiale die Masse des Teilchens und daraus den Teilchenradius unter der Annahme: $\sigma = 21,4$. Da wir nun Radius und Dichte des Teilchens auf anderem Wege gefunden haben, so können wir umgekehrt die Größe des unbekannten elektrischen Elementarquantums ε für diese Partikel berechnen. Bezeichnen wir mit $\bar{a}$ den von Meyer und Gerlach bestimmten Teilchenradius, mit n die von ihnen gefundene angenäherte Vielfachheit der Ladung des Teilchens und mit $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke, so ist einerseits

$$\frac{4}{3} \pi \bar{a}^3 21,4 \cdot g = n \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \mathfrak{E},$$

andererseits

$$\frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g = n \varepsilon \mathfrak{E},$$

wo wir noch für a und σ entweder a_1 und σ_1 oder a_2 und σ_2 einsetzen können. Es ergibt sich für Partikel Nr. 601 für $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ und $7,5 \cdot 10^{-3}$ bzw. $\varepsilon = 1,8 \cdot 10^{-10}$ und $2,6 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten. Für Partikel Nr. 602 sind die entsprechenden Werte $0,9 \cdot 10^{-10}$ und $1,3 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten.

Dies beweist natürlich nicht die Existenz von Subelektronen, sondern zeigt nur, daß bei diesen Teilchen, die so sehr von der Kugelgestalt abweichen, unsere Methode nicht die wirkliche Masse des Teilchens zu berechnen gestattet.

§ 7. Die Versuchsergebnisse mit 7 im Gleichstromfunken erzeugten Au-Partikeln sind in Fig. 3 graphisch dargestellt; die hieraus errechneten Radien und Dichten für $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ und $7,5 \cdot 10^{-3}$ sind in Tab. 3 zusammengestellt. Man sieht wieder, daß die einzelnen Teilchen eine ganz verschiedene scheinbare Dichte haben. Ferner zeigt sich, daß der Wert $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ wahrscheinlich zu klein ist, da dann 5 Partikeln

eine größere Dichte als die des massiven Goldes ($\sigma = 19,2$) haben würden.

Fig. 3.

Tabelle 3 (Au).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$
36	2,6	30	3,4	3,5	17	3,3
37	2,7	35	3,9	3,6	20	3,7
38	4,1	15	3,7	5,5	8,8	3,6
39	4,0	4,8	1,9	5,4	2,8	1,8
40	1,4	21	1,6	1,9	12	1,5
41	2,7	33	3,6	3,6	19	3,5
43	1,7	28	2,1	2,3	15	2,0

Bei den Partikeln Nr. 39 und Nr. 40 war es infolge ihrer kleinen Fallgeschwindigkeit möglich, auf einem von Frl. Snethlage¹⁾ angegebenen Weg zu prüfen, ob sich das Teilchen im Erdfeld anders orientiert als im elektrischen Feld. Bezeichnen wir die Fallgeschwindigkeit im Erdschwerefeld mit v , die Steiggeschwindigkeit im Feld $+ \mathcal{E}$ mit v_1 und die Fallgeschwindigkeit im Feld $- \mathcal{E}$ mit v_2 , so muß, wenn die Beweglichkeit

1) Snethlage, Amst. Proc. 19. 2. p. 1006. 1917.

des Teilchens im elektrischen Feld dieselbe ist, wie im Erdschwerefeld,

$$\frac{2 \cdot v}{v_1 - v_2} = 1$$

sein. Für Nr. 39 ergibt sich $v = 1,04 \cdot 10^{-2}$, $v_1 = 3,14 \cdot 10^{-2}$, $v_2 = 1,13 \cdot 10^{-2}$ cm/sec, also

$$\frac{2 \cdot v}{v_1 - v_2} = 1,04;$$

für Nr. 40 wird $v = 0,995 \cdot 10^{-2}$, $v_1 = 3,16 \cdot 10^{-2}$, $v_2 = 1,18 \cdot 10^{-2}$ cm/sec, also

$$\frac{2 \cdot v}{v_1 - v_2} = 1,00.$$

Die kleine scheinbare Dichte bei Nr. 39 scheint also mehr durch schwammartige Struktur als durch Abweichung von der Kugelgestalt verursacht zu sein. Im übrigen wird die Beweiskraft dieses Kriteriums dadurch beeinträchtigt, daß auch ein von der Kugelform abweichendes Teilchen im elektrischen Feld

Fig. 4.

infolge der Brownschen Rotationsbewegung keine ganz bestimmte Orientierung hat. Im feldfreien Raum sind nach Gans¹⁾ fallende Teilchen von Ellipsoidgestalt in jeder Lage im

1) R. Gans, Sitzungsber. d. Münchener Akad. p. 191. 1911.

Tabelle 4 (Ag).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$
26	4,0	21	5,3	5,3	12	4,9
28	6,3	12	6,7	8,5	6,6	6,5
30	4,7	10	4,7	6,3	5,8	4,5
31	4,9	8,3	4,2	6,5	4,6	4,1
32	2,2	18	3,0	3,0	9,7	2,9
33	3,0	11	3,0	4,0	5,9	2,9
34	3,5	3,9	2,0	4,7	2,2	1,9

Gleichgewicht, doch weicht ihre Fallrichtung etwas von der Lotrechten ab.

§ 8. Die Ag-Teilchen wurden ebenso erzeugt wie die Au-Teilchen. Fig. 4 gibt die Versuche wieder, Tab. 4 die hieraus folgenden Werte für Radius und Dichte. Die Teilchen zeigen untereinander wieder dieselben Schwankungen der scheinbaren Dichte. Bei Partikel Nr. 34 ergibt das Kriterium von Frl. Snethlage

$v = 1,06 \cdot 10^2$, $v_1 = 3,98 \cdot 10^{-2}$ und $v_2 = 2,51 \cdot 10^{-2}$ cm/sec,
also

$$\frac{2 \cdot v}{v_1 - v_2} = 1,08,$$

was wieder auf schwammartige Struktur deutet.

Fig. 5.

§ 9. Fig. 5 stellt die Beobachtungen dar, die an sechs Al-Teilchen erhalten wurden, die im Wechselstromfunken erzeugt worden waren.

In Tab. 5 findet sich Radius und Dichte, nach den verschiedenen Methoden berechnet, zusammengestellt.

Tabelle 5 (Al).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$
10	8,0	2,5	7,9	11	1,4	7,7
11	6,3	3,0	6,7	8,4	1,7	6,5
16	9,5	3,9	12	13	2,2	12
18	6,1	2,2	5,5	8,1	1,2	5,5
33	8,0	3,1	8,7	11	1,7	8,6
49	7,0	2,9	7,4	9,4	6,0	7,4

Trotzdem absolute Ladungsmessungen an nicht runden Teilchen prinzipiell unzulässig sind, wollen wir doch das Ergebnis solcher Messungen für drei Teilchen (Protokoll zu Nr. 49 im Anhang) mitteilen, bei denen sich die Vielfachheiten der Ladungen wegen ihrer Kleinheit recht genau messen ließen. Es wurden nach der Ehrenhaft-Konstantinowskyschen Einengungsmethode bei verschiedenen Gasdrucken eine Reihe von Haltepotentialen V gemessen bzw. durch ein zu kleines Potential $\bar{V}$ und ein zu großes $\bar{V}$ eingengt und daraus die ganzzahligen Verhältnisse n der Ladungen bestimmt. Hierauf wurde der Wert ϵ der Ladung des Elektrons aus der Gleichung

$$\frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g = \frac{nV}{300d} \epsilon \quad (d = \text{Plattenabstand})$$

berechnet. Für die Größe nV , die für jedes Teilchen eine Konstante sein muß, wurde das arithmetische Mittel aus der größten Zahl von allen nV und der kleinsten Zahl von allen $n\bar{V}$ genommen.¹⁾ Man erhält mit den in Tab. 5 berechneten Radien und Dichten die in Tab. 6 angegebenen Werte für das Elementarquantum und zwar die Werte ϵ_1 bzw. ϵ_2 , wenn man mit a_1 und σ_1 bzw. a_2 und σ_2 rechnet. Man sieht, daß, trotzdem die Teilchen keine Kugeln sind, sich für das Elementarquantum doch Werte von der richtigen Größenordnung ergeben.

1) Ausführliches über die Methode bei R. Bär, Ann. d. Phys. 57. p. 161. 1918.

Tabelle 6 (Al).

Nr.	nV	$\epsilon_1 \cdot 10^{10}$	$\epsilon_2 \cdot 10^{10}$
11	3770	3,9	5,2
18	1660	5,6	7,5
49	4368	4,5	6,0

§ 10. Frl. Parankiewicz¹⁾ ist es gelungen, die Fallzeiten von drei sehr kleinen Se-Partikeln, die durch Verdampfen von Selen erzeugt wurden und daher wohl Kugelform besaßen, bei verschiedenen Drucken in reinem Argon zu messen. Unter der Annahme der Dichte 4,3 des Selen findet Frl. Parankiewicz nur bei zwei Teilchen keinen Gang des aus dem Stokes-Cunninghamschen Gesetz berechneten Radius mit dem Druck, während beim dritten die Zahl der gemessenen Fallzeiten infolge der großen Brownschen Bewegung zu klein ist, um daraus die mittlere Fallgeschwindigkeit berechnen zu können.

Unsere Methode gestattet nun, die *wirkliche* Dichte dieser wahrscheinlich runden Teilchen zu finden. Da keine Experimente vorliegen, aus denen man die Konstante B des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes für Argon entnehmen kann, so stützen wir uns auf die Cunninghamsche Theorie. Hier hat B bis auf einen Zahlenfaktor den Wert²⁾

$$R \frac{\mu \sqrt{T}}{\sqrt{M}}$$

(R = Gaskonstante, M = Molekulargewicht, T = absolute Temperatur). Berücksichtigt man die im Faktor $\mu/\sqrt{M}$ sich zeigende Abhängigkeit vom Gase, so werden die den Werten $B = 5,6 \cdot 10^{-3}$ und $7,5 \cdot 10^{-3}$ in Luft entsprechenden Werte für Argon bzw. $5,9 \cdot 10^{-3}$ und $7,9 \cdot 10^{-3}$.

In Tab. 7 sind in Kolonne 2 und 3 Radius a_1 und Dichte σ_1 für $B = 5,9 \cdot 10^{-3}$ nach unserer Methode berechnet. In Kolonne 4 ist der für dasselbe B , aber mit der Dichte $\sigma = 4,3$ des Selen, aus der Fallgeschwindigkeit bei Atmosphärendruck berechnete Radius a_1^* eingetragen.

1) I. Parankiewicz, Physik. Zeitschr. 19. p. 280. 1918.

2) Vgl. J. Weyssenhoff, l. c.

Tabelle 7 (Se).

Nr.	$a_1 \cdot 10^5$	σ_1	$a_1^* \cdot 10^5$	$a_2 \cdot 10^5$	σ_2	$a_2^* \cdot 10^5$	$a_p \cdot 10^5$
V	1,4	4,3	1,4	1,9	2,4	1,3	1,414
VI	1,3	5,0	1,4	1,8	2,8	1,4	1,438

a_2 , σ_2 und a_2^* sind die entsprechenden Größen für $B = 7,9 \cdot 10^{-3}$. In der letzten Kolonne endlich ist derjenige Radius a_p angegeben, den Frl. Parankiewicz, die ihrer Rechnung den Wert $B = 6,39 \cdot 10^{-3}$ zugrunde legt, aus der Fallgeschwindigkeit der Teilchen bei Atmosphärendruck und unter der Annahme $\sigma = 4,3$ berechnet. Man sieht, daß für $B = 7,9 \cdot 10^{-3}$ beide Partikeln *sehr große Dichteunterschreitungen* zeigen. Für $B = 5,9 \cdot 10^{-3}$ dagegen stimmt die Dichte nur bei Partikel Nr. V mit der Dichte des Selens überein. Wir sind also zu einer der beiden Annahmen gezwungen, daß nämlich entweder beide Partikeln verschiedene Dichten haben oder aber, daß die Konstante B für die beiden Partikeln nicht denselben Wert hat; beides sind Annahmen, die den von Hrn. Ehrenhaft vertretenen Anschauungen widersprechen. Machen wir uns die letztere Annahme zu eigen, daß also B für beide Teilchen verschiedene Werte haben kann, so können wir B so bestimmen, daß sich für beide Partikeln als Dichte 4,3 ergibt. Dann wird für Nr. V $B = 5,9 \cdot 10^{-3}$ und für Nr. VI $B = 6,4 \cdot 10^{-3}$.

Übrigens sind diese so erhaltenen Resultate wegen der großen Brownschen Bewegung der Teilchen von Frl. Parankiewicz ziemlich ungenau; es bedürfte vor allem einer eingehenden Untersuchung nach der angegebenen Methode, ob überhaupt für so kleine Partikeln das verwendete Widerstandsgesetz noch gültig ist.

§ 11. *Zusammenfassung.* Es wird gezeigt, daß man durch Messung der Fallgeschwindigkeit mikroskopischer Partikeln bei verschiedenen Gasdrucken deren Radius und Dichte lediglich unter Zugrundelegung eines Widerstandsgesetzes bestimmen kann. Es ergibt sich, daß im Kurzschlußfunken des elektrischen Gleichstromes in Luft erzeugte Platin-, Gold- und Silberpartikeln und im Wechselstromfunken zerstäubte Platin- und Aluminiumpartikeln von $2-10 \cdot 10^{-5}$ cm Radius entweder eine schwammartige Struktur besitzen oder große Abweichungen von der Kugelgestalt zeigen. Absolute Ladungsmessungen an solchen Partikeln sind also unzulässig.

Das Ziel einer im Gang befindlichen Arbeit ist es, einerseits zu untersuchen, welches der verschiedenen aufgestellten Widerstandsgesetze für Teilchen von $2-20 \cdot 10^{-6}$ cm Radius den beobachteten Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und freier Weglänge am besten wiedergibt; andererseits soll die Dichte der von Ehrenhaft und seinen Schülern verwendeten, in reinem, trockenem Stickstoff elektrisch zerstäubten Quecksilber- und Edelmetallpartikeln auf die beschriebene Weise bestimmt werden.

Es sei mir gestattet, Hrn. Prof. Dr. Edgar Meyer auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank auszusprechen für das große Interesse, welches er dieser Arbeit immer entgegengebracht hat.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

Anhang.

Meßprotokoll für im Wechselstromfunken zerstäubtes Teilchen

Nr. 4 Pt.

Druck in mm Hg	Fallzeiten für 0,1 cm in Sekunden						
719	2,11	1,95	1,94	1,90	1,99	2,15	1,95
	1,90	1,95	2,17	1,94	2,07	1,94	
519	1,97	1,84	1,88	1,88	1,95	1,90	1,88
	1,88	1,88	1,84	1,95			
315	1,65	1,72	1,65	1,76	1,81	1,74	1,70
	1,76	1,78	1,72	1,72			

Druck in mm Hg	Fallzeiten für 0,2 cm in Sekunden						
214	3,06	2,86	3,02	3,14	3,09	3,17	3,10
	3,02						
142	2,44	2,47	2,51	2,53	2,49	2,57	2,51
	2,53	2,53	2,51	2,55	2,49	2,53	
92	1,93	2,00	1,93	1,98	1,93	1,90	1,98
	1,97	2,02	1,98	1,90			
58	1,35	1,46	1,42	1,27	1,30	1,42	1,53
	1,46	1,32	1,32				
38	0,83	1,02	0,84	0,91	0,90	1,02	

Meßprotokoll für im Wechselstromfunken zerstäubtes Teilchen
Nr. 49 Al.

Druck in mm Hg	$\bar{V}$ in Volt	$V_{\text{beob.}}$ in Volt	$\bar{V}$ in Volt	n	$V_{\text{ber.}}$ in Volt
724	540	552	568	8	546
	867	889	901	5	874
	709	738	751	6	725
	613	624	649	7	624
	428	443	456	10	437
374	864	872	903	5	874
	539		558	8	546
	466	483	503	9	485
	422		449	10	437
259	849		883	5	874
	705	731	750	6	725
		627		7	624
	375		400	11	397
182	708	730	752	6	725
	522		554	8	546
	431		451	10	437
	705	724	757	6	725

Druck in mm Hg	Fallzeiten für 0,1 cm in Sekunden									
724	5,09	4,89	4,95	4,95	5,09	4,97	4,90	4,92	4,85	
	4,99	4,93	4,95	5,08	4,95	4,97				
374	4,49	4,74	4,51	4,62	4,79	4,65	4,83	4,63	4,73	4,75
	4,70	4,75	4,73	4,88	4,55	4,70	4,65	4,73	4,75	
259	4,38	4,45	4,36	4,20	4,47	4,31	4,21	4,40	4,39	4,40
	4,24	4,24	4,31	4,49	4,40	4,27	4,44	4,38	4,26	4,38
	4,39	4,21	4,39	4,35	4,33	4,18	4,60			
182	4,21	4,08	4,01	3,85	3,94	4,01	3,94	4,04	3,88	3,95
	4,00	3,90	4,08	3,87	3,90	3,97	3,90	4,03	3,92	3,90

Kondensatorplattenabstand: $d = 1,57$ cm.

$\bar{V}$ und $\bar{V}$ sind kleinere bzw. größere Werte als das Haltepotential V . In der Rubrik $V_{\text{beob.}}$ sind der Vollständigkeit halber auch noch solche beobachteten Potentiale eingetragen, bei denen eine Fall- oder Steigbewegung innerhalb der Beobachtungsdauer nicht sicher festgestellt war. Ferner ist

$$\bar{V}_{\text{ber.}} = \frac{1}{n} \frac{4335 + 4400}{2},$$

als arithmetisches Mittel der größten Zahl aller $n \bar{V}$ und der kleinsten Zahl aller $n \bar{V}$ dividiert durch die Vielfachheit.

(Eingegangen 14. März 1919.)