10. *Ueber störungsfreie Differentialmagnetometer;
von H. du Bois.*

Die Ueberwindung der principiellen Schwierigkeit, Magnetometer ähnlich den störungsfreien Galvanometern anzuordnen, erscheint auch heute noch aussichtslos. Für Institute, wo genauere Beobachtungen nach den bekannten, bisher unentbehrlichen magnetometrischen Methoden jederzeit ausführbar sein sollen, sind Störungen nach wie vor überhaupt unzulässig.

Vor mehreren Jahren habe ich auf einen möglichen Weg hingewiesen¹⁾, welcher vielleicht dort mit Vorteil zu betreten wäre, wo vorhandene unvermeidliche Störungen als gegeben zu betrachten sind, sofern sie nur gewissen Bedingungen noch genügen. Es scheint mir in solchen Fällen die Anwendung der für manche Zwecke unersetzlichen magnetometrischen Verfahren nicht ausgeschlossen, wenn auch nur mit geringerer Genauigkeit und grösserer Umständlichkeit durchführbar.

Die beiden Arten der Fernwirkung, die zu messende und die störende, unterscheiden sich in einer Beziehung. Erstere ist von Punkt zu Punkt veränderlich und für Punkte in besonderen Lagen mehr oder weniger einfach zu berechnen. Letztere ist zwar zeitlichen Aenderungen sehr unterworfen, aber bei grösserer Entfernung der Störungsquelle innerhalb eines gewissen Raumbereiches durch eine „gleichförmige“ Horizontalcomponente angenähert darstellbar; genügende Erfahrungen über die Ausdehnung jenes Bereiches bei verschiedenartigen Störungen liegen zur Zeit kaum vor. Es ergibt sich daher die Möglichkeit einer Differenzirung der beiden Fernwirkungen. Darauf beruht beispielsweise schon die Benutzung

1) H. du Bois, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin 15. p. 102. 1896.

eines Hilfsmagnetometers an einer Stelle, wo die zu messende Fernwirkung Null ist; es fungiert dann als Störungsdeclinometer und seine Angaben werden direct zur Correction derjenigen des eigentlichen Messmagnetometers verwertet. Denkbar ist ferner die Anwendung zweier Magnetometer in verschiedenen Abständen vom Versuchsmagnet NS , und zwar in erster Gauss'scher Hauptlage $n_1 s_1$ und $n_1' s_1'$ bez. in zweiter $n_2 s_2$ und $n_2' s_2'$ (Fig. 1). Wenn die Störung an beiden Stellen gleich und gleichgerichtet ist, so ist die Differenz der Ablenkungen, ebenso wie diese selbst, proportional dem magnetischen Moment von NS . Sie könnte durch geeignete mechanische oder optische Anordnungen auch direct zur Ablesung

Fig. 1.

gelangen, vorausgesetzt, dass auch unter dem Einfluss rasch variirender Störungen die Bewegung beider Magnetgehänge vollkommen identisch wäre; hierzu müssten sie in genau gleicher Weise construirt sein. Der zeitliche Verlauf der vorkommenden Störungen ist überhaupt bei der Discussion von Schutzmaassregeln jeder Art ebenso zu berücksichtigen wie ihre Maximalwerte.

Denkt man sich jetzt in Fig. 1 zwei genau gleichstarke Magnete $n_2 s_2$ und $n_2' s_2'$ senkrecht zur nunmehr vertical gedachten Bildebene, und dabei entgegengesetzt gerichtet und starr verbunden. Man hat dann über der Mitte des Versuchsmagnets ein ideal-astatisches Gehänge, dessen Drehung bei Benutzung irgend einer constanten Richtkraft ohne weiteres die oben erwähnte Differenz darstellt. Ideal-astatische Gehänge, deren Teile genau entgegengesetzt gleiche Momente haben,

existiren bekanntlich nicht, bez. ist die Wahrscheinlichkeit der zeitlichen Constanz eines zufällig vorhandenen Idealzustandes eine sehr geringe. Im vorliegenden Falle wäre indessen die Stefan'sche Differentialastasirung anwendbar, indem etwa um den unteren — etwas stärkeren — Teilmagnet $n_2's_2'$ ein kleiner flacher Eisenring vertical verschiebbar anzubringen wäre.¹⁾ Mittels dessen Höhenjustirung lässt sich dann das äussere — normale oder störende — Feld gerade so viel abschwächen, dass sein Product in das Moment von $n_2's_2'$ gleich demjenigen von n_2s_2 in das ungeschwächte Feld wird.

Am einfachsten ist es, den geschützten Teilmagnet an eine so entfernte Stelle zu verlegen, dass die Wirkung des Versuchskörpers dort zu vernachlässigen ist; das erfordert in-

Fig. 2.

dessen ziemlich lange astatistische Gehänge, welche mit Rücksicht auf den beschränkten Gleichförmigkeitsbereich der Störung in vielen Fällen bereits unzulässig sind. Man könnte indessen den Schutzring auch an eine Stelle ausschliesslich verticaler Wirkung des Versuchsmagnets bringen; bei seiner vorausgesetzten Flachheit wird er dann nur schwach magnetisirt werden. Eine von ihm herrührende Horizontalcomponente dürfte dort, wo sich der ungeschützte Teilmagnet befindet, nicht zu befürchten sein; letz-

terer kommt nun an eine Stelle maximaler horizontaler Wirkung des Versuchskörpers.

1) J. Stefan, Wied. Ann. 17. p. 935. 1882; vgl. H. du Bois, Wied. Ann. 65. p. 24. 1898. — Man könnte dazu einen Flachring aus gestanztem Feinblech benutzen, wodurch verzögernden Wirbelströmen bei rasch variirender Störung vorgebeugt würde. Die genaue Parallelität der beiden Teilmagnete ist wesentlich eine Frage sorgfältiger Justirung; zu diesem Zwecke verbindet man sie zweckmässig mittels eines dünnen Aluminiumröhrchens, wodurch zugleich die Länge des Gehänges beliebig eingestellt werden kann.

Die gedachten singulären Stellen lassen sich folgendermaassen ermitteln: In grösserer Entfernung r von einem in der z -Richtung magnetisirten Körper vom Moment $\mathfrak{M}$ (Fig. 2) wird dessen magnetisches Potential $\mathcal{T}$ gegeben durch den Ausdruck

$$\mathcal{T} = \mathfrak{M} \frac{z}{r^3}.$$

Die entsprechenden Feldcomponenten sind daher

$$\mathfrak{H}_z = - \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial z} = \mathfrak{M} \left(- \frac{1}{r^3} + \frac{3z^2}{r^5} \right)$$

und

$$\mathfrak{H}_x = - \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial x} = \mathfrak{M} \frac{3xz}{r^5};$$

erstere schwindet zugleich mit dem Klammerausdruck, d. h. sofern

$$\frac{z}{r} = \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{3}},$$

also auf einem in Fig. 2 punktierten Kegel vom halben Oeffnungswinkel $\alpha = \arccos \sqrt{\frac{1}{3}} = \arctg \sqrt{2} = 54^\circ 44' 8''$.

Die x -Componente dagegen erreicht bei gegebenem x ein Maximum für einen Wert von z , welcher sich ergibt aus der Bedingung

$$\frac{\partial^2 \mathcal{T}}{\partial x \partial z} = 3 \mathfrak{M} x \left(\frac{1}{r^5} - \frac{5z^2}{r^7} \right) = 0,$$

oder

$$\frac{z}{r} = \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}.$$

Also auf einem zweiten, in Fig. 2 ausgezogenen Kegel vom halben Oeffnungswinkel $\alpha = \arccos \sqrt{\frac{1}{5}} = \arctg 2 = 63^\circ 26' 6''$.

Falls es sich um eine gleichförmig magnetisirte Vollkugel handelt, sind jene beiden Kegel mit den gesuchten geometrischen Orten bis an die Oberfläche dieses Körpers ohne weiteres identisch; in anderen Fällen nur in asymptotischer Weise, d. h. praktisch auf grössere Entfernungen. Die Abweichungen vom zweiten Kegel bei Magneten in Gestalt eines Ovoids sind

von Hrn. Nagaoka¹⁾ auf meine Veranlassung mathematisch und experimentell eingehend untersucht; bei kreisförmigen Versuchsmagneten liegen die Verhältnisse ähnlich. Was den ersten Kegel betrifft, so lassen sich die entsprechenden Abweichungen nach einem ganz ähnlichen Rechenverfahren ermitteln.

Bei Verwendung des Versuchsmagnets in erster Hauptlage liegt die horizontale z -Axe west-östlich; man wird den in irgend einer Weise senkrecht zur Bildebene gerichteten freien Teilmagnet M' auf diese Axe verlegen, den geschützten M dagegen in den entsprechenden Punkt des punktierten Kegels (wie in Fig. 2 dargestellt), wo der Versuchsmagnet nur eine zum Schutzringe senkrechte x -Komponente erzeugt.

Wendet man statt dessen die sogenannte Unipolarmethode an, so wird man in der Regel mit kürzeren astatischen Gehängen auskommen. Bei der alsdann verticalen Lage der z -Axe ist die Spur des geometrischen Ortes der Punkte

Fig. 3.

maximaler x -Komponente (Fig. 3) nach Hrn. Nagaoka eine Curve CB , welche die Spur $O A'$ des ausgezogenen Kegels zur Asymptote hat. Auf diese Curve kommt nun der zur Bildebene normale Teilmagnet M' , während M in der Aequatorealebene $O A$ liegt, wo die x -Komponente schwindet.

Für beide Methoden lässt sich bei Benutzung eines Ovoids die Horizontalcomponente in M' berechnen; im allgemeinen wäre indessen die Aus-

wertung der ganzen Anordnung mittels eines Versuchsovoids von bekanntem magnetischen Moment vorzuziehen. Die erforderliche Länge des astatischen Gehänges ist offenbar nahezu proportional der Entfernung $O M$.

Die einzelnen Magnetbündel des Differentialgehänges sind nach bekannten Regeln derart anzuordnen, dass sie ein starkes Moment aufweisen; sie sind aber möglichst klein zu wählen, damit das Feld des Versuchsmagnets im Bereiche jedes einzelnen

1) H. Nagaoka, Wied. Ann. 57. p. 275. 1896.

von ihnen merklich gleichförmig sei; daraus folgt die Notwendigkeit einer Luftdämpfung. Im Gegensatz zu den Galvanometergehängen ist beim Dämpferflügel eine gewisse Trägheit nicht von Nachteil, und kann sogar zur mechanischen Stabilität wesentlich beitragen; es empfiehlt sich bekanntlich zwei Dämpferflügel in senkrechten Ebenen anzuordnen. Bei Benutzung von Spulen ist ferner ein möglichst symmetrischer und starrer Aufbau und die Vermeidung unconstanter, sowie allzu starker Ströme mit grosser Temperaturerhöhung im Interesse einer genauen und unveränderlichen Justirung der Compensation erforderlich.¹⁾ Bei der Unipolarmethode wird die Spule *SS* am besten symmetrisch zur horizontalen Halbirungsebene *XX* des astatischen Gehänges aufgestellt, wie in Fig. 3 angedeutet; ihre Wirkung ist dann möglichst gering und durch eine kleine Hülfspule compensirbar.

Wenn nun auch ein solches Differentialgehänge in einem merklich gleichförmigen Störungsfelde eine befriedigende Stabilität der Ruhelage zeigt, so versagt es, wie vorausszusehen, bei geringeren Entfernungen der Störungsquelle, etwa von der Ordnung 10 m; während ein kurzes halbgeschütztes Gehänge dann noch ruhiger hängt als ein einfaches unastatisches, nehmen die Ablenkungen in dem Maasse zu, als man ersteres verlängert.

Dies gilt übrigens auch für Galvanometergehänge mit Differentialastasirung, wie die von Hrn. Rubens und mir benutzten.²⁾ Auch die von den Herren Th. Gray, Silv. Thompson, Hartmann und Braun, und neuerdings namentlich von Hrn. P. Weiss³⁾ erfolgreich verwendeten verticalen astatischen Nadelpaare versagen theoretisch, sobald das Störungsfeld in ihrem Bereiche merklich ungleichförmig ist. Eine Nadel, deren Verteilung zu der genau vertical gerichteten magnetischen *z*-Axe symmetrisch, sonst aber willkürlich sei,

1) Vgl. hierzu G. Roessler, Inaug.-Diss. Zürich 1892.

2) H. du Bois u. H. Rubens, *Ann. d. Phys.* 2. p. 84. 1900. Dementsprechend erweisen diese sich erfahrungsgemäss an einem, den Störungsquellen *nahe* liegenden Aufstellungsorte zuweilen weniger störungsfrei als unsere ebenda beschriebenen unastatischen Kugelpanzer-Galvanometer, bei denen die hier gedachte Wirkung ausgeschlossen ist.

3) P. Weiss, *Compt. rend.* 120. p. 728. 1895; Vgl. Silv. Thompson, *The Electromagnet*, 2. ed. p. 410. London 1892.

und zwar mit der Lineardichte i , unterliege dem Einfluss eines horizontalen Feldes $\mathfrak{H}_x$. Es wird dann eine ebenfalls horizontal gerichtete Kraft

$$\mathfrak{F}_x = \int i \mathfrak{H}_x dz$$

auf die Nadel ausgeübt, wobei über ihre ganze Länge zu integrieren ist. Da unter allen Umständen

$$\int i dz = 0,$$

so wird ebenfalls $\mathfrak{F}_x = 0$, wofern $\mathfrak{H}_x = \text{const.}$; trifft letztere Annahme aber nicht mehr zu, so wird im allgemeinen $\mathfrak{F}_x$ einen endlichen Wert aufweisen und daher die Nadel mit Bezug auf jede, nicht mit z identische Verticalaxe einem Drehmoment unterliegen. Bei allen derartigen Astasirungsverfahren wird daher die Stabilität der Ruhelage mehr oder weniger befriedigend ausfallen, je nach der Beschaffenheit der Störungen am Aufstellungsorte.

Dagegen hat Hr. Broca nachgewiesen, dass die von ihm beschriebenen, mit einem symmetrischen Folgepole versehenen Nadeln¹⁾ auch gegen ungleichförmige Störungsfelder gefeit sind. Vorausgesetzt wird nurmehr, dass deren räumliche Variation selbst eine gleichförmige, d. h. wenigstens $\partial \mathfrak{H}_x / \partial z$ constant sei, was im allgemeinen bis auf Grössen zweiter Ordnung zutreffen dürfte. Ob derartige, bez. ähnliche Gehänge auch für magnetometrische Zwecke im obigen Sinne anwendbar sind, erscheint allerdings gerade des Folgepoles wegen fraglich; ich war bisher nicht in der Lage, mit Broca'schen Gehängen diesbezügliche Versuche anzustellen.

Falls die Entfernung der Störungsquelle von der Ordnung 100 m oder gar eines Kilometers ist, wird das beschriebene Verfahren sich brauchbar erweisen. Bei Störungen infolge vagabondirender Ströme²⁾ im Untergrunde eines Laboratoriums könnte die Höhe der Aufstellung über der Kellersohle in Be-

1) A. Broca, Journ. de Physique (3) 6. p. 67. 1897.

2) Vgl. über vagabondirende Ströme: A. W. Rücker, Phil. Mag. (6) 1. p. 423. 1901; R. T. Glazebrook, l. c. p. 432; J. Edler, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1. p. 174. 1899.

tracht kommen; denn wenn auch das Störungsfeld selbst mit der Höhe nicht wesentlich abnehmen würde, so dürfte das doch mit dessen Ungleichförmigkeitsgrad infolge von ungleichmässiger Leitung durch Rohrnetze und dergl. der Fall sein. Angesichts dieser so verschiedenartigen Umstände empfiehlt es sich kaum für Differentialmagnetometer eine bestimmte Construction festzulegen; vielmehr lässt sich eine derartige Anordnung im Einzelfalle überall leicht zusammenstellen.

Utrecht, Universität, 20. August 1902.

(Eingegangen 2. September 1902.)