

Ueber die Anzahl der Doppelnormalen einer rationalen Raumcurve.

(Von Herrn *Emil Weyr* in Prag.)

Wenn man die Ergebnisse der Betrachtungen, welche in dem S. 189—192 dieses Bandes abgedruckten, sowie in dem vorstehenden Aufsatz enthalten sind, gleichzeitig auf die rationalen Raumcurven zur Anwendung bringt, so kann man in folgender Weise die Zahl der Doppelnormalen einer Raumcurve n^{ter} Ordnung bestimmen. Sei x ein Punkt der Raumcurve C_n , α seine Normalebene und y einer von den weiteren $n-1$ Schnittpunkten der Ebene α mit der Curve C_n . Wenn wir nun dem Punkte x den Punkt y als entsprechend zuordnen, so ist es nicht schwer, die Grade dieser Verwandtschaft zu bestimmen. Zunächst ist aus dem Gesagten klar, dass jedem Punkte x , $n-1$ Punkte y entsprechen, so dass das y -System $(n-1)$ -deutig ist. Dagegen kann man durch einen Punkt y der Curve ausser dessen Normalebene noch weitere $(3n-2)-1$ d. i. $3n-3$ Normalebenen zur Curve C_n legen, deren Fusspunkte ebensoviele, dem Punkte y entsprechende Punkte x sind. Das x -System ist somit $3(n-1)$ -deutig. Die Zahl der involutorischen Elementenpaare wird somit:

$$\frac{1}{2} \left[(n-1)(n-2) + 3(n-1)(3n-4) \right] = (n-1)(5n-7)$$

sein. Bezeichnet man mit x' , y' die Punkte eines solchen involutorischen Elementenpaares, so wird nach der Art der angegebenen Verwandtschaft der beiden Systeme die Beziehung zwischen x' und y' darin bestehen, dass die Normalebene des einen Punktes durch den anderen Punkt hindurchgeht. Die Schnittlinie der beiden Normalebenen, welche man in x' und y' zur Curve C_n legen kann, wird somit die Gerade $x'y'$ selbst sein, woraus nun unmittelbar folgt, dass diese Verbindungslinie $x'y'$ eine Doppelnormale der Raumcurve C_n ist. Wir können somit sagen:

Eine rationale Raumcurve n^{ter} Ordnung besitzt $(n-1)(5n-7)$ Doppelnormalen.

Von diesen Doppelnormalen liegen jedoch $\frac{n(n-1)}{2}$ in der unendlich entfernten Ebene des Raumes, da man hier so wie bei den ebenen Curven die Verbindungslinie zweier unendlich entfernten Punkte der Curve als eine Doppelnormale betrachten muss. Im Endlichen verbleiben somit bloss:

$$\left[(n-1)(5n-7) - \frac{n(n-1)}{2} \right] = \frac{(n-1)(9n-14)}{2}$$

Doppelnormalen, so dass wir den folgenden Satz aussprechen können:

Eine rationale Raumcurve n^{ter} Ordnung besitzt $\frac{(n-1)(9n-14)}{2}$ im Endlichen liegende Doppelnormalen.

Ein Kegelschnitt besitzt im Endlichen *zwei*, eine cubische Raumcurve *dreizehn*, eine Raumcurve vierter Ordnung zweiter Art *33* Doppelnormalen u. s. w.

Prag, im October 1871.