I. *Ueber das Verhältniß des Laplace-Biot'schen Gesetzes zu Ampère's Theorie des Magnetismus; Vergleich der von Neumann und Plücker aufgestellten Theorien der magneto-elektrischen Induction; von Beer in Bonn.*

Aus den Versuchen, welche Biot und Savart über die zwischen einem elektrischen Strome und einem Magneten thätigen Kräfte angestellt hatten, leitete Laplace bekanntlich folgendes Gesetz für die Wechselwirkung eines Stromelementes und eines Magnetpoles ab.

Ein Magnetpol wirkt auf ein Stromelement mit einer Kraft, welche dem Producte aus der Stärke des Poles, der Intensität des Stromes und der zur Verbindungslinie senkrechten Componenten des Elementes gerade, dem Quadrate der Entfernung des Elementes vom Pole aber umgekehrt proportional ist. Die Richtung dieser am Elemente angreifenden Kraft steht senkrecht zu der Ebene, welche Pol und Element aufnimmt. Andererseits kann man für die Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol eine Kraft setzen, die der so eben erwähnten an absoluter Gröfse gleichkommt, aber den Pol angreift und die gerade entgegengesetzte Richtung hat.

Nach der Ampère'schen Theorie des Magnetismus soll nun ein Magnetpol durch einen Solenöidpol ersetzt werden können. In der That liefert die Rechnung für die Kraft, welche ein Stromelement sollicitirt, das der Wirkung eines aus dem Endlichen ins Unendliche sich erstreckenden Solenöids ausgesetzt ist, genau dieselbe Gröfse und Richtung

wie sie das Laplace-Biot'sche Gesetz angiebt, wenn man an die Stelle des im Endlichen gelegenen Solenoidpoles einen Magnetpol von bestimmter Stärke setzt. Diese Uebereinstimmung hört aber bei der Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol auf; denn, da bei der Wirkung eines Elementes und eines Solenoides nur Kräfte zur Sprache kommen, die in den Verbindungslinien des Elementes und der einzelnen Elemente der Solenoidströme thätig sind, so wird die Kraft, welche für die Wirkung eines Stromelementes auf einen Solenoidpol zu setzen ist, der Kraft, welche das Element sollicitirt, Gleichgewicht halten müssen, wenn Element und Solenoid starr verbunden sind. Das Solenoid wird also von dem Elemente so afficirt, als ob das Element keinen Strom enthielte und statt dessen in dem mit dem Solenoid starr verbunden gedachten Elemente eine Kraft angriffe, welche derjenigen gleich aber entgegengesetzt ist, die für die Wirkung des Solenoides auf das Element gesetzt werden kann.

Nach der Laplace'schen Anschauungsweise würden ein Stromelement und ein Magnetpol, starr verbunden, übrigens aber frei gedacht, in Folge der zwischen ihnen thätigen Kräfte um einander zu rotiren beginnen, da sich jene Kräfte dem Obigen zufolge durch ein Gegenpaar ersetzen lassen, dessen Ebene auf der Ebene des Poles und des Elementes senkrecht steht und durch die Verbindungslinie der letzteren geht. Dahingegen würden der Ampère'schen Theorie gemäß ein Stromelement und ein Magnetpol, starr verbunden und frei gedacht, im Zustande der Ruhe verharren. Letzteres dürfte in besserem Einklange mit den bisher gewonnenen theoretischen Ansichten stehen, die immer mehr zu der ausschließlichen Annahme solcher Kräfte drängen, die in der Verbindungslinie der Träger der Kräfte wirken. Gleichwohl ist man nicht dazu berechtigt, von vorneherein die Laplace'sche Anschauungsweise als unstatthaft zu bezeichnen; ja, weil diese gerade aus den wirklich beobachteten Erscheinungen gewonnen worden ist, so fragt es sich vielmehr, ob auch die Ampère'sche

Theorie zur Erklärung jener Thatsachen ausreiche. Die übrigens zu erwartende Bejahung dieser Frage fanden wir an den Stellen, die wir zu Rathe zogen, nicht scharf bewiesen, wohl aber mitunter implicite ausgesprochen. Diefes der Grund zu den nächst folgenden Mittheilungen.

Man habe einen linearen Leiter L , Fig. 4 Taf. IV, der aus einem absolut festen Theile l_1 und einem freien Theile l_2 besteht. Der Leiter wirke auf den im Endlichen gelegenen Pol P eines unendlich langen Solenoides, das mit l_2 in starrer Verbindung steht. Wir bezeichnen die Intensität des Stromes in L durch i , die der Solenoidströme durch i' ; die Fläche eines Solenoidstromes durch σ und die Anzahl der auf die Längeneinheit gehenden Solenoidströme durch n ; endlich legen wir durch P drei aufeinander senkrechte Coordinatenachsen. Ein Element (dx, dy, dz) des Leiters L mit den Coordinaten x, y, z und in der Entfernung r vom Pole wird von letzterem mit einer Kraft sollicitirt, deren Componenten nach den Coordinatenachsen folgende sind:

$$X = \frac{i i' n \sigma}{2} \cdot \frac{y dz - z dy}{r^3}, \quad Y = \frac{i i' n \sigma}{2} \cdot \frac{z dx - x dz}{r^3},$$

$$Z = \frac{i i' n \sigma}{2} \cdot \frac{x dy - y dx}{r^3}.$$

Verlegen wir diese Kraft in den Coordinaten-Anfangspunkt, so erhalten wir hier eine Kraft mit den Componenten X, Y, Z und außerdem ein Gegenpaar mit den Componenten:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= Z \cdot y - Y \cdot z, & H &= X \cdot z - Z \cdot x, \\ Z &= Y \cdot x - X \cdot y \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich nun, dafs der Pol P von dem absolut festen Theile l_1 so afficirt wird, als ob an ihm eine Kraft und außerdem ein Gegenpaar wirkten, deren Componenten sich wie folgt ausdrücken lassen, wenn S_1 eine Summation über den Leiter l_1 andeutet:

$$\text{I. } X_1 = -S_1 X, \quad Y_1 = -S_1 Y, \quad Z_1 = -S_1 Z.$$

$$\text{II. } \mathcal{E}_1 = -S_1 \mathcal{E}, \quad H_1 = -S_1 H, \quad Z_1 = -S_1 Z.$$

Dieses sind aber die einzigen äufseren Kräfte, welche das

aus dem Leiter l_2 und dem Solenoïde bestehende starre System angreifen; die zwischen l_2 und dem Solenoïde thätigen Kräfte halten sich an dem erwähnten Systeme das Gleichgewicht und können keine Bewegung desselben hervorbringen, die Wirkungen aber, welche die Leiterstücke l_1 und l_2 aufeinander ausüben, lassen wir überhaupt außer Acht, da sie für unsere Frage nicht von Belang sind.

Wir lassen jetzt an die Stelle des Solenoïdpoles einen Magnetpol M treten, dessen Stärke $\frac{i'n\sigma}{2}$ ist, und den wir ebenfalls mit l_2 starr verbinden. Auf das aus dem Pole und dem freien Leiterstücke bestehende starre System wirken alsdann, wenn wir jetzt die Laplace-Biot'sche Anschauungsweise adoptiren, erstlich Kräfte, die den Pol angreifen und von dem festen Leiter l_1 herrühren, und zweitens die zwischen dem Pole und den einzelnen Elementen von l_2 thätigen Gegenpaare. Nun hat man aber, eben der Laplace'schen Formel gemäß, für die Kraft, welche auf den Pol M von dem im Punkte (x, y, z) gelegenen Elemente mit den Componenten dx, dy, dz her wirkt:

$$X' = -\frac{i'i'n\sigma}{2} \frac{ydz - zdy}{r^3}, \quad Y' = -\frac{i'i'n\sigma}{2} \frac{zdx - xdz}{r^3}, \\ Z' = -\frac{i'i'n\sigma}{2} \frac{xdy - ydx}{r^3}.$$

Und für das zwischen dem Elemente und dem Pole thätige Gegenpaar ergeben sich die Componenten:

$$\mathcal{E}' = (-Z')y - (-Y')z, \quad H' = (-X')z - (-Z')x, \\ Z' = (-Y')x - (-X')y.$$

Hiernach hat die vom festen Leiter l_1 herrührende am Pole wirkende Kraft die Componenten:

$$\text{III. } X_2 = S_1 X', \quad Y_2 = S_1 Y', \quad Z_2 = S_1 Z',$$

wo S_1 wiederum eine Summation über den Leiter l_1 anzeigt. Außerdem sind folgendes die Componenten des am Systeme (M, l_2) thätigen Gegenpaares, welches aus allen zwischen dem Pole und den einzelnen Elementen von l_2 wirkenden Gegenpaaren resultirt:

$$\text{IV. } \mathcal{E}_2 = S_2 \mathcal{E}', \quad H_2 = S_2 H', \quad Z_2 = S_2 Z';$$

hier deutet S_2 eine Summation über den Leiter l_2 an.

Die Vergleichung der unter I und III stehenden Ausdrücke liefert nun erstlich sofort:

$$1) \quad X_1 = X_2, \quad Y_1 = Y_2, \quad Z_1 = Z_2.$$

Was ferner die Gegenpaare betrifft, so hat man:

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{i i' n \sigma}{2} \int_{g_1}^{g_2} \frac{(x dy - y dx) y - (z dx - x dz) z}{r^3},$$

wo $\int_{g_1}^{g_2}$ eine Summation andeutet, bei der man in der Richtung des Stromes in L von der einen Gränze g_1 von l_1 auf diesem Theile zur zweiten Gränze g_2 fortschreitet. Für das obige Integral kann, da man

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

hat, gesetzt werden:

$$\int_{g_1}^{g_2} \frac{x dr - r dx}{r^3} = \int_{g_1}^{g_2} d\left(\frac{x}{r}\right) = \left(\frac{x}{r}\right)_{g_1}^{g_2},$$

wo der letzte Ausdruck eine Differenz bedeutet, deren Minuend der Werth ist, welchen der Quotient $\frac{x}{r}$ an der Gränze g_2 annimmt, während der Subtrahend der Werth desselben Quotienten an der anderen Gränze g_1 ist. Wir haben somit:

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{i i' n \sigma}{2} \left(\frac{x}{r}\right)_{g_1}^{g_2}.$$

Auf analoge Weise findet man:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{i i' n \sigma}{2} \left(\frac{x}{r}\right)_{g_2}^{g_1}.$$

Man hat also, da für die übrigen Paare von Componenten Analoges wie für die betrachteten gilt:

$$2) \quad \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2, \quad H_1 = H_2, \quad Z_1 = Z_2.$$

Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt nun, daß hier wirklich der Magnetpol M durch den Solenoidpol P und um-

gekehrt ersetzt werden könne; daß die Laplace'sche Anschauungsweise und die Ampère'sche Theorie zu demselben Resultate führen. Und dieß gilt nicht bloß bei einem Arrangement wie wir es oben unterstellt haben, wo nämlich der Pol mit einem freien Theile des Leiters starr verbunden ist, sondern es gilt auch, wenn die Bewegung des letzteren Systemes nicht ganz frei ist. Die Uebereinstimmung beider Theorien im Endresultate hört auch nicht auf, wenn der Pol mit dem auf ihn einwirkenden geschlossenen Strome starr verbunden ist, sowie in dem Falle wo der Pol in gar keiner Verbindung mit dem Strome steht. Der eine und andere dieser Fälle ergibt sich aus unseren allgemeineren Annahmen, wenn wir die Gränzen g_1 und g_2 einmal auf l_1 , dann auf l_2 einander näher rücken und endlich zusammenfallen lassen. Es bestehen ferner, wie man leicht einsieht, die obigen Resultate auch noch in dem allgemeineren Falle, wo — um uns mit Neumann auszudrücken — bei g_1 , oder bei g_2 , oder bei g_1 und g_2 Gleitstellen sind, sie bestehen auch dann noch, wenn sich die Gestalt der Leiter ändert, wenn an die Stelle eines einzigen Poles mehrere gleichnamige oder ungleichnamige Pole von beliebiger Stärke treten u. s. f.

Eine Anordnung mit Gleitstellen bietet unter anderen der bekannte von Faraday angegebene Apparat zur Demonstration der Rotation eines Poles um einen Leiter dar. Bei diesem Apparate sind die vier in Anwendung kommenden Pole in starrer Verbindung mit einem Leiterstücke, dem bloß eine Rotation um eine verticale Axe gestattet ist; dieses Stück entspricht unserem der Allgemeinheit wegen ganz frei gedachten Stücke l_2 . Ein horizontaler Arm des erwähnten Leiters taucht mit der abwärts gebogenen Platinspitze in die horizontale Quecksilberrinne, in welcher außerdem der eine Polardraht der Säule endet; der zweite Polardraht läuft in einem Zapfenlager des drehbaren Leiterstückes aus. Die beiden Polardrähte mit der Säule und dem in dem jedesmaligen Momente durchflossenen Theile der Quecksilberrinne bilden einen festen Leiter, der unserem

Leiterstücke l_1 entspricht. Da aber, wo der horizontale Arm des drehbaren Leiterstückes in das Quecksilber taucht, ist eine Gleitstelle.

Im Anschlus an das Vorhergehende sey uns gestattet die folgende Ansicht über das gegenseitige Verhältniß der Methoden zu äußern, welche Neumann ¹⁾ und Plücker ²⁾ zur Ableitung der magneto-elektrischen Induction in Anwendung gebracht haben. Plücker legt seiner Ableitung die Laplace'sche Anschauungsweise zu Grunde, Neumann, im Anschlusse an die Theorie der Volta-Induction, die Ampère'sche Theorie; beide schliessen weiter durch Anwendung des Reciprocitäts-Principes. Wie wir aber gezeigt haben, liefern beide Prämissen gleiche Ausdrücke für die Gesamtwirkung, welche ein geschlossener linearer Leiter, von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht, auf ein System ausübt, das einen Pol oder auch mehrere gleichnamige oder ungleichnamige Pole enthält, mag nun dieses System Theile des Leiters enthalten oder nicht. Es werden deshalb auch beide Theorien nothwendig für den inducirten Differentialstrom und folglich auch für den in die Beobachtung fallenden Integralstrom dieselbe Intensität ergeben müssen. Da aber nach beiden Theorien ein und dasselbe Leiterstück nicht immer eine gleiche Rolle bei der Action auf einen Pol spielt, so wird auch die eine Theorie den Sitz der elektromotorischen Kraft anderswohin verlegen als die andere. Den Beobachtungen über die durch einen Magneten inducirte statische Elektrizität wird man daher nur die Entscheidung abfragen können, ob Ampère's Hypothese über das Wesen des Magnetismus richtig und folglich die Laplace'sche Ansicht über die Wirkung des Elementes und Poles nichts weiter als ein Hülfsmittel sey, um eine beschränkte Gruppe von Erscheinungen mit einem Bande zu umschlingen, oder ob vielmehr die Ampère'sche Theorie zu dieser formellen Rolle herabsteigen muß und

1) Abhandlungen der Berliner Akademie, 1845.

2) Ueber die Reciprocität der elektromagnetischen und magneto-elektrischen Erscheinungen. Diese Ann. Bd. LXXXVII.

in der Laplace'schen Theorie der Ausdruck der Wahrheit erblickt werden müsse.

Unsere oben ausgesprochene Ansicht wollen wir jetzt an einem besonderen Beispiele, der so interessanten *unipolaren Induction* weiter begründen, indem wir dabei stufenweise von fingirten Verhältnissen zu den im Versuche wirklich vorliegenden fortschreiten.

Senkrecht zu der leitenden Axe eines mit bloßen Polpunkten, u und o , Fig. 5 Taf IV, versehenen Magneten, seyen zwei geradlinige Leiterstücke von den Längen R und R' befestigt, die mit ihren Enden g, g' an die Enden eines festen linearen Leiters L stoßen. Der lineare Leiter $gaa'g'$, von den Armen R und R' und dem Axenstücke aa' gebildet, sey starr verbunden mit dem Magneten uo und lasse sich mit diesem nur drehend um die Axe ua bewegen. Sendet man nun durch das System $gaa'g'L$ einen Strom, so beginnt der Magnet mit dem Leiter $gaa'g'$ zu rotiren. Diese Bewegung wird der Laplace'schen Anschauungsweise gemäß lediglich durch die Gegenpaare bedingt, die zwischen je einem Pole und den Elementen des beweglichen Leiterstückes thätig sind, und zwar kommen, da die Bewegung nur in einer Rotation um die Axe ou bestehen kann, bloß diejenigen Componenten jener Gegenpaare in Betracht, deren Axe mit ou zusammenfällt. Es setzen sich aber, wie die Anwendung der oben angegebenen Formeln ergiebt, diese Componenten zusammen zu dem Gegenpaare:

$$Z = C \left[\left(\frac{oa}{og} - \frac{oa'}{og'} \right) - \left(\frac{ua}{ug} - \frac{ua'}{ug'} \right) \right].$$

Der Coëfficient C ist das Product aus der Stromintensität und der Stärke eines Poles. Unterstellen wir nun umgekehrt, der Magnet werde durch äußere Kräfte in Rotation versetzt, so daß die Arme R, R' während der sehr kurzen Zeit dt den sehr kleinen Winkel $d\theta$ beschreiben und dabei mit ihren Enden an den Enden des Leiters L schleifen, so wird in dem Leiter $gaa'g'L$ ein Strom inducirt. Der Laplace'schen Anschauungsweise gemäß ist der Sitz der

elektromotorischen Kraft in dem bewegten Leiter, und ihre Gröfse kommt der Summe der in den einzelnen Elementen von $gaa'g'$ durch die Pole erregten Kräfte gleich. Das Reciprocitäts-Princip drückt die in dem Elemente e erzeugte Kraft dem Obigen zufolge aus durch:

$$r \cdot d\theta \cdot e \cdot C' \left(\frac{\sin \varphi}{eo^2} - \frac{\sin \psi}{eu^2} \right).$$

Hier bedeutet r die Entfernung des Elementes e von der Rotationsaxe, φ und ψ sind die Winkel zwischen der Richtung des Elementes und den Geraden eo und eu , die das Element mit den Polen verbinden, C' endlich ist das Product aus der Stärke eines Poles und der sogenannten Inductionsconstante. Mit Rücksicht auf das Frühere ergibt sich nun leicht für die Summe der in den Elementen von $gaa'g'$ hervorgerufenen elektromotorischen Kräfte der Ausdruck:

$$d\theta \cdot C' \left[\left(\frac{oa}{og} - \frac{oa'}{og'} \right) - \left(\frac{ua}{ug} - \frac{ua'}{ug'} \right) \right].$$

Dividirt man den Ausdruck durch den Gesamtwiderstand in dem Leiter $gaa'g'L$, so erhält man die Intensität des Differentialstromes. Dießs Ergebniss fällt mit demjenigen zusammen, welches die Neumann'sche Theorie für unseren fictiven Fall ergibt; man vergleiche zu dem Ende die oben citirten akad. Abhandl. S. 86.

Schreiten wir jetzt zu dem Falle fort, wo die beiden Punktpole v, w des Magneten um ein Gewisses ρ von der Rotationsaxe entfernt liegen. Die rotirende Bewegung des aus den Polen und dem Leiter $gaa'g'$ bestehenden Systemes läßt sich als zusammengesetzt denken aus einer translatorischen (fortschreitenden) und einer neuen drehenden Bewegung. Die translatorische Bewegung, bei welcher drei in jenem Systeme gedachte nicht parallele Axen ihre Richtung nicht ändern, besteht in einer Verschiebung nach der Richtung und von der Gröfse des von einem Pole wirklich beschriebenen Elementes $\rho \cdot d\theta$. Die drehende Bewegung besteht in einer Rotation des Systemes um die mit der wirklichen Rotationsaxe uo parallele Gerade vw ,

bei welcher Rotation in der Zeit dt der Winkel $d\theta$ beschrieben wird.

Die translatorische Bewegung erzeugt in dem Leiter $ga'd'g'$, mag man die Laplace'sche Anschauungsweise oder Ampère'sche Theorie adoptiren, *keine* elektromotorische Kraft, wohl aber ruft sie, und zwar nach beiden Theorien, dieselbe Scheidungskraft in dem Leiter L hervor. Nach beiden Theorien nämlich ist bei der Einwirkung eines Leiterstückes auf einen Pol diejenige Kraft, welche dem Pole eine fortschreitende Bewegung mitzutheilen strebt, ein und dieselbe; zu dieser Kraft tritt in der Ampère'schen Theorie aber auch noch ein Gegenpaar hinzu, welches den Pol zu drehen strebt. Aus diesem Verhältnisse folgt wegen der Reciprocität die Richtigkeit unserer eben aufgestellten Behauptung. Die in dem Leiter L durch die translatorische Bewegung hervorgerufene elektromotorische Kraft werden wir hier, wo es sich nur um eine Vergleichung beider Theorien handelt, nicht weiter berücksichtigen. Außerdem tritt dieselbe gegen die übrigen elektromotorischen Kräfte in den Hintergrund, zunal wenn die Entfernung der Pole von der Axe nur gering ist. Man bemerke auch noch, dafs, weil ein Polpunkt bei jeder Rotation eine geschlossene Curve beschreibt, derjenige Theil des Integralstromes, welcher von der translatorischen Bewegung herrührt, verschwindet, so oft die Zeit des Integralstromes ein Multiplum der Rotationsdauer geworden ist.

Was nun aber zweitens die rotirende Componente der wirklich stattfindenden Rotation, d. h. also die mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\theta}{dt}$ um vw stattfindende Umwälzung betrifft, so bewirkt dieselbe, wenn wir mit Plücker die Laplace'sche Formel zu Grunde legen, in dem festen Leiter L *keine* Scheidung der Electricitäten, dahingegen in $ga'd'g'$, und es drückt sich die Energie der letzteren aus durch:

$$d\theta \cdot C' \left[\left(\frac{w\alpha}{wg} - \frac{w\alpha'}{wg'} \right) - \left(\frac{v\alpha}{vg} - \frac{v\alpha'}{vg'} \right) \right],$$

wenn wir unterstellen, daß zwei durch die Arme R und R' senkrecht zu uv gelegte Ebenen von vw in den Punkten α und α' getroffen werden. Adoptiren wir aber mit Neumann die Ampère'sche Theorie des Magnetismus, d. h. ersetzen wir die Magnetpole durch Solenoidpole, so müssen wir annehmen, durch die Rotation werde in dem bewegten Leiter keine elektromotorische Kraft erzeugt, dahingegen in dem Leiter L , und die Gröfse der hier erzeugten Kraft wird durch den eben gefundenen Ausdruck dargestellt.

Um uns der Wirklichkeit weiter noch zu nähern, unterstellen wir, der Magnet bestehe aus verschiedenen, beliebig vielen Paaren von gleich starken ungleichnamigen Polen; die Verbindungslinie von je zwei zu einander gehörigen Polen sey der Rotationsaxe parallel, und alle Pole gleicher Benennung sollen über oder alle sollen unter den correspondirenden Polen der anderen Benennung liegen. Beiden zu vergleichenden Theorien gemäß wird alsdann durch die translatorische Bewegung der Pole in L eine gewisse Scheidungskraft erzeugt, die wir nicht weiter zu betrachten haben; auch ergiebt sich für die übrige Kraft, deren Sitz aber einmal in $gaa'g'$, das anderemal in L zu suchen ist, derselbe Ausdruck; dieser ist, wenn die Gröfse, welche in der zuletzt aufgeführten Formel durch Klammern eingeschlossen ist, durch A bezeichnet wird. und wenn S eine Summation über alle Polpaare andeutet:

$$d\theta \cdot SC' A.$$

An die Stelle des linearen Leiters aa' werde jetzt ein solider leitender Kreiscylinder gesetzt, dessen Axe in die Rotationsaxe des Magneten fällt, und an die Stelle der Arme R und R' mögen leitende zur Axe uv senkrechte, und mit ihr centrirte Kreisscheiben mit den Radien R und R' treten, an deren Rändern die Enden g und g' des linearen Leiters L schleifen. Unter diesen Verhältnissen haben wir es bei eintretender Rotation nicht mehr mit linearer Induction, sondern mit der Induction von Strömen in Körpern zu thun. Um diesen Fall direct zu erörtern, müßten

wir somit vorerst die Principien für diese Art von Induction aufstellen. Statt dessen können wir auch in folgender Art uns davon überzeugen, daß die Theorien, die wir vergleichen, auch in diesem verwickelteren Falle nothwendig dieselbe Intensität des Differentialstromes liefern müssen. Wir zeigen zuerst, daß, wenn man für den in dem leitenden Körper vor sich gehenden elektrischen Fluxus dieselben Strömungslinien zu Grunde legt, sich nach beiden Theorien für den inducirten Strom, welcher den Leiter L durchfließt, dieselbe Intensität folgert. Später schließen wir aus dem unzweifelhaften Erfolge einer Umkehrung des Versuches, daß man wirklich von dem Standpunkte der einen wie der anderen Theorie aus für den erwähnten Fluxus dieselben Strömungscurven annehmen muß.

Die Strömungscurven des elektrischen Fluxus, welchen der rotirende Leiter der einen oder anderen Theorie gemäß zu einer bestimmten Zeit aufweist, werden — den allgemeinsten Fall zu unterstellen — aus einer Gruppe von in sich geschlossenen Linien und aus einer Gruppe von Linien bestehen, die an der einen Gleitstelle ihren Anfang nehmen, an der andern auslaufen. Man denke sich nun ein System unendlich dünner, linearer Leiter, die nach den erwähnten Strömungslinien verlaufen und von solcher Dicke sind, daß ihr Complex das Volumen des körperlichen Leiters ausfüllt, und die in jedem Punkte dieselbe Natur wie jener aufweisen. Offenbar wird, welche der Theorien auch adoptirt werde, in dem betrachteten Zeitmomente die Sache sich genau so verhalten, als ob dieser Leitercomplex an der Stelle des körperlichen Leiters wäre; dies folgt aus dem Begriffe der Strömungscurven. Für denselben Leitercomplex ergibt sich nun wiederum beiden Theorien zufolge für die Intensität des in L fließenden Stromes derselbe Werth. Keine der Theorien liefert nämlich für einen Leiter, welcher nach einer Curve aus der vorhin zuerst erwähnten Gruppe verläuft, einen Strom. Dahingegen verlegt die Plücker'sche Anschauungsweise

in jeden der übrigen Leiter eine elektromotorische Kraft, und wiederum keine in den Leiter L , während in letzterem allein nach der Neumann'schen Theorie eine Scheidungskraft entwickelt wird. Trotz dieser Verschiedenheit findet man doch wieder nach beiden in dem äußeren Leiter L dieselbe Stromintensität. Man habe nämlich einen Complex von Leitern l_1, l_2 etc., die von demselben Punkte A ausgehen und in demselben Punkte B endigen, und verbinde außerdem die Punkte A und B durch einen weiteren linearen Leiter L . Wenn man dann entweder in L eine elektromotorische Kraft E anbringt, oder wenn man statt dessen in jedem einzelnen der Leiter dieselbe Kraft E anbringt, so fließt in beiden Fällen durch L ein Strom, dessen Intensität sich nach den Gesetzen über Stromvertheilung ausdrückt durch:

$$\frac{E}{\mathcal{A}} \cdot \frac{s}{S}.$$

Hier ist, unter λ_1, λ_2 etc. die reducirten Längen der Leiter l und unter $\mathcal{A}$ die von L verstanden, gesetzt:

$$s = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \dots$$

$$S = \frac{1}{\mathcal{A}} + s = \frac{1}{\mathcal{A}} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \dots$$

Wenden wir diese Bemerkung auf unseren Fall an — wo auch in jedem Leiter dieselbe Scheidungskraft entwickelt wird, da solche nach dem Früheren sich nur durch die Lage der Endpunkte des einzelnen Leiters bestimmt und letztere immer dieselben sind — so ergibt sich nach beiden Theorien für die Intensität des Differentialstromes, welcher den Leiter L durchfließt:

$$\frac{d\theta}{\mathcal{A}} \cdot \frac{s}{S} S C' A.$$

Es erübrigt, die Strömungscurven selbst zu besprechen. Um über dieselben Aufschluss zu erhalten, ohne zu der Induction in körperlichen Leitern überzugehen, übertragen wir die Rotation von dem Magneten auf den Leiter L , d. h. wir lassen den Magneten ruhen, dahingegen den Leiter L

mit derselben Winkelgeschwindigkeit, aber in entgegengesetztem Sinne wie vorher den Magneten um die Axe des letzteren rotiren. Der bewegte Leiter wird alsdann nach beiden zu vergleichenden Theorien der Sitz ein und derselben elektromotorischen Kraft, welche sich ausdrückt durch

$$d\theta \cdot S C' A,$$

d. h. ebenso wie die Kraft, welche vorher bei einer Rotation des Magneten entweder in je einem der fingirten Leiter oder aber in L erzeugt wurde. Hieraus muß ohne Weiteres der Schluß gezogen werden, daß in unserem Falle bei der Rotation des Leiters L nach beiden Theorien der inducirte Strom sich in gleicher Weise im Inneren des ruhenden körperlichen Leiters verzweigt. Ferner aber ist diese Verzweigung bei Zugrundelegung der Ampère'schen Theorie stets dieselbe, mag nun der Magnet rotiren und der Leiter L ruhen, oder mag umgekehrt der Magnet in Ruhe verharren und L um denselben sich drehen; denn stets ist letzterer der Sitz ein und derselben elektromotorischen Kraft. Man kann nicht umhin auch bei Zugrundelegung der Laplace'schen Anschauungsweise aus der Reciprocität die Folgerung zu ziehen, daß die Strömungslinien in dem mit dem Magneten starr verbundenen Leiter dieselben sind, es rotire nun der Magnet und ruhe der Leiter L oder es rotire der Leiter um den ruhenden Magneten. Da aber in dem letzteren Falle, wie bereits bemerkt, jene Strömungslinien dieselben sind für jede der beiden Theorien, so werden sie es überhaupt immer seyn. Die Strömungslinien in dem mit dem Magneten starr verbundenen körperlichen Leiter sind nach beiden Theorien sowohl bei einer Rotation des Magneten, als auch bei einer Rotation des Leiters L dieselben wie die, nach welchen sich ein Strom, der an der einen Gleitstelle eintritt, an der andern heraustritt, verzweigt. Aus diesem Ergebniss in Verbindung mit dem Früheren erschließt sich die Identität der von beiden Theorien gelieferten Differentialströme.

Wenngleich sich die dem Obigen zu Grunde gelegten

Verhältnisse wirklich herstellen lassen, so fallen dieselben dennoch nicht ganz mit dem gewöhnlichen Arrangement bei den Versuchen über unipolare Induction zusammen. Wir erhalten dieses aber, wenn wir die Polpaare in die Masse des körperlichen Leiters selbst verlegen, und uns unter dieser Masse die eines permanenten Stahlmagneten denken — eine Modification, die keine wesentliche Aenderung in unseren Resultaten bedingt. Zum Ueberflusse sey noch bemerkt, daß wir, wie dieß in beiden Theorien geschehen muß und auch factisch ist, die Rotationsgeschwindigkeit als klein gegen die Geschwindigkeit der Elektricität angesehen haben.

Schließlich mag noch die Frage erörtert werden, wie gerade bei der unipolaren Induction durch Beobachtung der inducirten statischen Elektricität ein Aufschluß über die Richtigkeit der einen oder anderen Theorie erzielt werden könne. Ist die Laplace'sche Ansicht über die Wechselwirkung eines Stromelementes und eines Magnetpoles mehr als ein formelles Hülfsmittel, muß man also auch mit Plücker den Sitz der elektromotorischen Kraft in dem rotirenden Magneten suchen, so muß letzterer, wenn keine äußere Ableitung dargeboten wird, während der Rotation an verschiedenen Stellen die beiden Elektricitäten im Zustande der Spannung aufweisen. Hat der Magnet die Stabform, so muß die eine Elektricität an den Enden, die andere in der Mitte zum Vorschein kommen. Nähert man dem Magneten die Enden eines festen Leiters, so darf letzterer nur die Elektricitäten zeigen, welche der soeben erwähnte elektrische Zustand des Magneten durch Influenz hervorruft, und außerdem die Elektricitäten, welche durch die der früher erwähnten translatorischen Bewegung entsprechende elektromotorische Kraft geschieden werden. Und die Quantität der auf diesen beiden Wegen erzeugten Elektricität muß gegen die des Magneten in den Hintergrund treten.

Wenn hingegen, wie Ampère es will, der Magnetismus wirklich in dem Vorhandenseyn von Elementarströmen

besteht, so muß mit Neumann der Sitz der elektromotorischen Kraft bei der unipolaren Induction in dem äußeren Leiter gesucht werden; es darf daher ein um seine Axe rotirender Magnet keine Spannungselektricität zeigen, wohl aber müssen an den Enden eines Leiters, wenn solche verschiedenen Stellen des rotirenden Magneten genähert werden — z. B. das eine der Mitte, das andere einem Pole — die entgegengesetzten Elektricitäten im Zustande der Spannung auftreten. Unsere Kenntnisse über das Wesen der Elektricität, des Magnetismus würden zweifelsohne um Wesentliches gefördert werden, wenn es gelänge, die hier berührten Spannungserscheinungen zu bestimmen.

Wir haben in unseren Mittheilungen die Richtung der zur Sprache gekommenen elektrischen Strömungen und die Art der elektrischen Spannungen nicht verfolgt; es bedarf wohl keiner Entschuldigung. Dieser Punkt war für uns aus dem Grunde von keinem Belange, weil die beiden Theorien, über deren gegenseitiges Verhalten wir unsere Ansicht ausgesprochen haben, in Betreff desselben keine Verschiedenheit zeigen.

II. *Vertheilung der Elektricität eines ellipsoïdischen Conductors durch den Einfluß einer entfernten elektrischen Masse; von Beer in Bonn.*

Die Halbaxen des ellipsoïdischen Conductors seyen a, b, c . Die elektrische Masse M liege in der Richtung V unendlich weit von dem Conductor entfernt; auf die mit Elektricität von der Dichte 1 gefüllte Volumeneinheit übe sie eine Kraft aus, die gleich $\alpha \cdot M$ ist. Endlich sey $k \cdot v v'$ die Kraft, mit der sich zwei unendlich kleine Volumina v, v' , mit Elektricität von der Dichte 1 gefüllt und um die Linieneinheit von einander entfernt, anziehen oder absto-