DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Herausgegeben von

Dr. Arnold Berliner und Prof. Dr. August Pütter

Dritter Jahrgang.

16. April 1915.

Heft 16.

Über die Theorie der Erdbebenwellen.

Von Prof. Dr. M. P. Rudzki, Krakau.

Abgesehen von einer dünnen, aus weichen Bodenarten bestehenden äußersten Hülle ist die Erdkruste teils aus geschichteten, sedimentären, teils aus massigen vulkanischen Gesteinen, somit aus festen Stoffen zusammengesetzt. Darunter befinden sich andere, der unmittelbaren Anschauung unzugängliche Gesteine, von denen wir recht wenig wissen. Wir wissen nicht einmal, ob unsere gemeingeläufigen Vorstellungen vom Zustand der Stoffe, ob die Bezeichnungen „fest, flüssig, gasförmig“ auf jene Gesteine anwendbar sind. Doch wissen wir ganz bestimmt, daß in großen Tiefen der Stoff äußerst zusammengedrückt ist und daß infolgedessen seine Eigenschaften in gewissen Beziehungen denjenigen fester Körper ähnlich sein müssen. Außerdem ist uns eine Reihe von Erfahrungstatsachen bekannt, welche beweisen, daß Schwingungen durch das Erdinnere, wahrscheinlich selbst durch das Zentrum der Erde fortgepflanzt werden.

Die Gesamtheit der Gesteine bildet ein nicht-homogenes Ganzes. Einzelnen genommen sind die der Beobachtung zugänglichen Gesteine mit seltenen Ausnahmen anisotrop. Um nicht mißverstanden zu werden, fügen wir sogleich hinzu, daß damit nur die Isotropie resp. Anisotropie „grosso modo“ gemeint ist. Der kristalline Bau, die Zusammensetzung aus kleinen Kristallen verschiedener Mineralien kommen gar nicht in Betracht, indem die Dimensionen der Kristalle im Vergleich zu denjenigen der Wellen ganz verschwindend sind. Für uns sind nur diejenigen physischen Eigenschaften von Bedeutung, welche große Gesteinsblöcke etwa in bautechnischen Experimenten aufweisen. — Daß geschichtete Gesteine anisotrop sind, kann niemandem auffallen; daß aber vulkanische Gesteine auch mit wenigen Ausnahmen anisotrop sind, das hätte nicht jedermann erwartet. Doch sprechen unzählige Experimente dafür. Wo liegt nun die Ursache?

Man kann zwei Ursachen anführen. *Erstens* muß die Schwerkraft eine gewisse vorherrschende Orientation der Kristalle bedingen, während das Magma sich noch im geschmolzenen Zustand befindet. *Zweitens* ist der Druck, welchem die Gesteine nach dem Erstarren ausgesetzt sind, in verschiedenen Richtungen verschieden. — Wenn ein Gestein Millionen von Jahren verschiedenen Drücken in verschiedenen Richtungen ausgesetzt ist, dann müssen seine physischen Eigenschaften davon beeinflusst werden; es muß eine Anisotropie entstehen. Der Einfluß der ungleichmäßigen

Drücke ist in seinen Folgen um so komplizierter, als gleichzeitig mit den säkulären Deformationen auch die Druckverteilung in der Erdkruste und im Erdinneren variiert.

Rücksichtlich der „Drücke“ im Erdinneren muß man aber wohl merken, daß die drei normalen Hauptdrücke (im Sinne der Elastizitätstheorie) zwar mit wachsender Tiefe auch wachsen, doch die Differenzen unter ihnen bei weitem nicht im selben Grade zunehmen. Die Verhältnisse zwischen den Druckdifferenzen und den normalen Drücken, ferner die Verhältnisse zwischen den Tangential- und den Normaldrücken nehmen mit wachsender Tiefe ab. Infolgedessen muß auch die Anisotropie der Gesteine im großen und ganzen mit wachsender Tiefe abnehmen.

Es ist bekannt, daß in einem anisotropen Medium jeder Stoß im allgemeinen drei Wellen¹⁾ erzeugt und daß die Deformation eines Elementes beim Vorübergang einer Welle zugleich in einer Dilatation und einer Torsion besteht²⁾. Damit die Dilatation sich von der Torsion trenne, damit eine der drei Wellen zu einer rein dilatationalen und die beiden anderen zu rein torsionalen werden, müssen unter den elastischen Konstanten des Mediums gewisse besondere Beziehungen bestehen, die aus der elastischen (älteren) Lichttheorie wohlbekannt sind. Während sie aber dort notwendig sind, weil man die dilatationale Welle, welche jeder Erfahrung widerspricht, unbedingt los werden muß, haben wir hier in der Theorie der Erdbebenwellen keinen Grund zu einer derartigen Annahme.

Die Gestalt der elastischen Welle hängt von der Anzahl und Größe elastischer Konstanten, welche im betreffenden elastischen Potential enthalten sind, ab. Es liegt nahe, zuerst ein transversal-isotropes Medium, dessen Potential fünf voneinander unabhängige Konstanten enthält, zu untersuchen, indem geschichtete Gesteine diese Art der Anisotropie häufig aufweisen dürfen. Ein solches Medium hat in allen zu einer gewissen Ebene parallelen Richtungen dieselben elastischen Eigenschaften, aber in der zur Symmetrieebene senkrechten Richtung hat es andere Eigenschaften³⁾. — Es ist klar, daß in einem solchen Medium die elementare Wellenfläche eine Rotationsfläche sein muß. Sie zerfällt in drei Schalen, von denen

¹⁾ In isotropen Medien nur zwei.

²⁾ In isotropen Medien ist die erste Welle dilatational, die zweite torsional. Diese Sätze gelten übrigens nur dann, wenn die Schwingungen verschwindend klein sind im Vergleich zu der Länge der Wellen.

³⁾ Näheres darüber in „Parametrische Darstellung . . . usw.“ Anzeiger der k. k. Akademie der Wiss. Krakau. Reihe A, Jahrgang 1911, S. 503—506.

eine immer ein Rotationsellipsoid ist und die beiden anderen eine mehr komplizierte Gestalt haben, indem die gemeinschaftliche Gleichung ihrer Meridianschnitte von zwölfter Ordnung ist. Eine genaue Erforschung ihrer Gestalt setzt die Kenntnis der numerischen Werte elastischer Konstanten voraus. Leider gibt es kein Gestein, für welches die sämtlichen fünf Konstanten bekannt wären. Man muß sich damit begnügen, die Konstanten eines Minerals, des Berylls, die seinerzeit von W. Voigt bestimmt wurden, als Grundlage der Rechnung zu nehmen. Es zeigt sich, daß die zweite Schale eine ziemlich sonderbare Gestalt hat, nämlich sieht ihr Meridianschnitt folgendermaßen aus. Man könnte gewisse Zweifel an der

Fig. 1.

physischen Möglichkeit solch einer Form der Wellenfläche hegen. Doch fallen die Bedenken bei einer näheren Betrachtung weg. Nehmen wir wieder den Meridianschnitt! Man kann sagen, daß das Stück R_1Q_1 durch das Strahlenbündel erzeugt wird, welches von den Strahlen OR_1 und OQ_1 begrenzt ist. Auf gleiche Weise werden die Stücke R_2Q_2 usw. erzeugt. Ferner wird das Stück R_1R_2 durch das Strahlenbündel R_1OR_2 erzeugt, das Stück Q_1Q_4 durch das Strahlenbündel Q_1OQ_4 usw. Es gibt nichts Unmögliches, Unnatürliches in der Fortpflanzung dieser Strahlenbündel; es zeigt sich aber, daß in gewissen Richtungen eine und dieselbe Welle drei rasch hintereinanderfolgende Stöße erzeugen kann.

Der dritte Zweig der Meridiankurve ist ein Oval so, daß die entsprechende dritte Schale einem Rotationsellipsoid ähnlich aussieht. Doch ist natürlich ihre Krümmung eine andere.

Schließlich lohnt es sich, hervorzuheben, daß die dritte Schale die beiden anderen umgibt, also die entsprechende Welle den beiden anderen vorangeht. Andererseits berühren die erste und die zweite Schale einander auf der z-Achse, außerdem können sie einander in anderen Punkten schneiden so, daß die entsprechenden Wellen in gewissen ausgezeichneten Richtungen mit derselben, in allen übrigen mit einer nicht besonders verschiedenen Geschwindigkeit fortgepflanzt werden.

Zum besseren Verständnis des Gesagten möge die nebenstehende Figur, in welcher die sämt-

lichen drei Zweige des Meridianschnittes nebeneinander gezeichnet sind, dienen. Die Zeichnung enthält nur einen Quadranten, indem die übrigen auf Grund der Symmetrie leicht ergänzt werden können.

Dieselben Methoden, welche zur Erforschung der Wellenfläche in einem transversal-isotropen Medium gedient haben, können auch auf andere Fälle angewandt werden. Im oben zitierten Aufsatz im Jahrgang 1911 des „Krakauer Anzeigers“ habe ich fertige Formeln gegeben, die sich auf die Wellenfläche in einem Medium mit drei Symmetrieebenen beziehen. Doch kann man vorläufig dieselbe nicht berechnen, weil Anhaltspunkte zur Bestimmung der neun für ein solches Medium charakteristischen elastischen Konstanten fehlen. Doch reicht das Beispiel des transversal-isotropen

Fig. 2.

Mediums schon aus, um zu zeigen, daß man bei der Fortpflanzung der Wellen in anisotropen Medien ganz besonderen Formen der Wellenfläche und überhaupt ganz besonderen Erscheinungen begegnen kann.

Neben der Erforschung der Form der Wellen wäre noch die Wellentheorie in zwei Richtungen zu ergänzen. *Erstens* gelten die fundamentalen Differentialgleichungen der klassischen Elastizitätstheorie eigentlich nur für verschwindend kleine Schwingungen, *zweitens* gelten sie nur für konservative Medien, in denen keine innere Reibung, keine Absorption stattfindet. Um die beiden Beschränkungen los zu werden, dürfte man den Differentialgleichungen gewisse nichtlineare Glieder, ferner gewisse Glieder mit Differentialquotienten ungerader Ordnungen hinzufügen. Eine Ergänzung in der ersten Richtung scheint jedoch nicht *dringend* notwendig. Zwar sind die Amplituden der Schwingungen zuweilen ziemlich groß: sie betragen oft mehrere Dezimeter, sowohl im vertikalen als im horizontalen Sinne; doch sind sie verschwindend klein im Vergleich zur Länge der Wellen, die mehrere Myriameter beträgt. — Diese Kleinheit der Schwingungsamplitude im Vergleich zur Wellenlänge hat übrigens zur Folge, daß wir weder die Neigungen des Bodens, noch die Torsion der Erdoberfläche beim Vorübergang der Erdbebenwellen ohne Hilfe spezieller, sehr empfindlicher Instrumente wahrnehmen können. Es gibt zwar eine besondere Art

seismischer Wellen, die mit dem Auge leicht wahrnehmbar sind; sie treten aber höchst selten und stets in sehr beschränkten Gebieten auf. Wie es scheint, sind das eher gravitationale als elastische Wellen.

Mehr wünschenswert scheint die Ergänzung der Differentialgleichungen durch Absorptionsglieder, d. h. Glieder mit Differentialquotienten ungerader Ordnung zu sein. Diese Glieder erzeugen dasjenige, was man eine „Coda“, einen „Schweif“ nennt, kleine Schwingungen, welche der Hauptwelle folgen. In der „Coda“ könnte man ein wichtiges, mit den Erfahrungstatsachen in hervorragender Weise übereinstimmendes Merkmal erblicken. Nämlich das Erdbeben besteht, insbesondere an einer vom Herd weit entfernten Station, keineswegs aus drei bzw. zwei durch Intervalle vollkommener Ruhe getrennten Erschütterungen. Es ist im Gegenteil eine stetige Nacheinanderfolge von bald schwächeren, bald stärkeren Schwingungen, welche oft eine Stunde und mehr dauern und in der Regel eine Phase maximaler Intensität aufweisen. Mit jener Phase werden wir uns später befassen; vorläufig bleiben wir bei der Absorption. Man kann behaupten, daß, obwohl das Vorhandensein der inneren Reibung als etwas Selbstverständliches, Unvermeidliches angesehen werden darf, doch das Sichauseinanderziehen der Erschütterung, welche im Herde vielleicht nicht einmal eine Minute gedauert hat, in ein stundenlanges Schwingen an einer entfernten Station weniger die Konsequenz der inneren Reibung ist, als der Brechung und Reflexion der Wellen an den Trennungsflächen zwischen verschiedenen Gesteinen sowie an anderen Diskontinuitätsflächen, nämlich Sprüngen, Brüchen, welche die Erde, besonders aber die Erdrinde durchsetzen. Jede einzelne Welle wird an einer Diskontinuitätsfläche einerseits gebrochen, andererseits reflektiert. Im allgemeinen erzeugt eine einzelne Welle drei gebrochene und drei reflektierte Wellen. Wenn man dies bedenkt, so kann man sich leicht vorstellen, in wieviel Wellen eine einzelne Welle, welche durch mehrere Diskontinuitätsflächen gegangen ist, zerfallen muß. Bedenkt man weiter, daß mit zunehmender Spaltung die Energie der Wellen abnimmt, daß andererseits verschiedene Wellen sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, daß zuletzt außer den direkt ankommenden Wellen auch zweimal, viermal usw. reflektierte an die betrachtete Station gelangen, so wird man einsehen, daß die stetige Nacheinanderfolge von schwachen Schwingungen auch ohne Mitwirkung von Absorption und Dispersion zustande kommen müßte.

Da wir einmal darauf gekommen sind, von der Brechung zu sprechen, wird es angemessen sein, hervorzuheben, daß das wahre Gesetz der Brechung elastischer Wellen an der Grenze von zwei anisotropen Medien noch nicht bekannt ist. Es mag sein, daß dasselbe identisch ist mit dem optischen

Gesetz der Brechung, aber das Fermatsche¹⁾ Prinzip führt auf ein anderes Gesetz. Die Regeln sind dieselben, sie gelten aber nicht für die Wellennormale, sondern für den Strahl. Unterdes sind keine entscheidenden Experimente bzw. Beobachtungen bekannt.

Jetzt können wir die früher aufgeschobene Besprechung der Maximalphase aufnehmen. Die Maximalphase kommt immer erst eine Zeit nach dem Anfang des Erdbebens und zeichnet sich durch deutlich größere und langsamere Schwingungen aus. Als weiteres charakteristisches Merkmal darf man die merklich konstante Geschwindigkeit bezeichnen, mit welcher sich diese langsamen Schwingungen längs der Erdoberfläche fortpflanzen. Lord Rayleigh hat vor etwa 25 Jahren bewiesen, daß in einem begrenzten Medium außer den räumlichen, nach allen Seiten sich fortpflanzenden elastischen Wellen noch ganz besondere, sich längs der Oberfläche fortpflanzende Wellen entstehen können. Eine ausführliche Theorie dieser Wellen hat später H. Lamb gegeben. Zwar beziehen sich die Ausführungen Rayleighs und Lambs auf isotrope Körper, aber es ist leicht, ihre Theorie auf anisotrope Körper auszudehnen.

Die beiden englischen Autoren betrachten ein indefinites, von einer Horizontalebene begrenztes isotropes und homogenes Medium und zeigen, daß die klassischen Differentialgleichungen für kleine Schwingungen Integrale von der Form:

$$A e^{-\frac{\alpha z}{\cos \left[\beta x + \gamma y - V t \right]}}$$

zulassen. In der angeführten Formel sind x und y die zur ebenen Oberfläche parallelen Koordinaten und z die Tiefe unter derselben. Es sind somit Schwingungen, deren Amplitude in der Oberfläche am größten ist und von da ab in geometrischer Progression abnimmt, während die Tiefe in arithmetischer Progression zunimmt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen ist etwas kleiner als diejenige der torsionalen Welle. — Für anisotrope Medien darf dieser letzte Satz insoweit abgeändert werden, als man sagen darf, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oberflächenwelle sei kleiner als die Geschwindigkeit der langsamsten räumlichen Welle. — Soweit man aus der Erfahrung schließen kann, stimmen die Merkmale der theoretischen Oberflächenwelle von Rayleigh und H. Lamb mit den Merkmalen der beobachteten Hauptphase der Erdbeben überein. Doch soll ein wichtiger Unterschied nicht unerwähnt bleiben. Nach der Theorie Rayleighs und Lambs soll die vertikale Amplitude der Schwingungen größer sein als die horizontale. Eine spezielle Untersuchung²⁾ hat gezeigt, daß dieselbe Ungleich-

¹⁾ „Essai d'application . . . usw.“. Anzeiger Akad. Wiss. Krakau. Reihe A. Jahrgang 1913, S. 241—253.

²⁾ „Sur la propagation . . . usw.“ Anzeiger der k. k. Akad. der Wiss. Krakau, Reihe A, Jahrgang 1912, S. 47—58.

heit in der Regel auch in anisotropen Medien besteht. Unterdes beweisen die Beobachtungen, daß in der Natur das entgegengesetzte Verhalten stattfindet. Woher diese Nichtübereinstimmung rührt und was sie bedeutet, wissen wir zurzeit noch nicht. Eine Zeit konnte man an den Einfluß gewisser konstanten Instrumentalfehler glauben, indem die Vertikalamplitude von anderen Instrumenten aufgezeichnet wird als die Horizontalamplitude. Doch bestätigen spezielle Untersuchungen von *B. Galitzin* diese Vermutung nicht.

Die neueren Untersuchungen über die kleinsten Organismen des Meeres.

Von Dr. J. Schiller, Wien.

Die im Jahre 1889 von *Hensen* unternommene und geleitete erste große deutsche Meeresexpedition auf dem „National“ zur Erforschung der Planktonorganismen im Atlantischen Ozean hat die internationale Meeresforschung begründet. *Hensens* Geist zeigte die Aufgaben und Ziele einer modernen biologischen Untersuchung des Meerwassers und schuf ihre Methoden und Apparate.

Die feinen Seidengazenetze, die *Hensen* auf der Planktonexpedition verwendete, fingen in bis dahin unerreichter Vollkommenheit alle schwebenden Organismen bis zu Größen von ca. $\frac{1}{20}$ mm. Auch noch kleinere Organismen wurden mit den nach *Hensens* Angaben in der Folge gebauten Planktonnetzen erbeutet. Doch war deren Zahl so gering, daß sie für die Beurteilung der Frage nach dem Organismenreichtum des Meerwassers gegenüber den größeren nicht weiter in Betracht gezogen wurden.

Da kamen um die Jahrhundertwende aus der *Hensenschen* Kieler Schule, von *Lohmann* eingeführt, neue Methoden, die eine neue Epoche in der biologischen Erforschung des Wassers überhaupt einleiteten und begründeten. Sie bestanden in der Filtration und Zentrifugierung von Wasserproben aus genau bestimmten Tiefen und bewiesen die jederzeitige Anwesenheit von ungeheuren Mengen kleinster Schwebeorganismen, und bald konnte durch Zählungen exakt nachgewiesen werden, daß die mit Filter und Zentrifuge erbeuteten Organismen die mit dem Seidennetz im selben Wasser gefangenen um ein Vielfaches (wenigstens das 100fache) übertreffen.

Zum Filtrieren verwendete Prof. *Lohmann* gehärtete Papierfilter, wie solche bei chemischen quantitativen Analysen schwerer Substanzen in Verwendung stehen, die beim Filtrieren vollständig zurückgehalten werden. Beim Filtrieren von Teich- und Meerwasser ergab sich jedoch die zunächst überraschende Tatsache, daß im filtrierten Wasser noch recht zahlreiche kleinste Organismen nachgewiesen werden konnten, sofern man das Wasser bei wenigstens 1500 Umdrehungen pro

Minute zentrifugierte. Diese Organismen drängen sich infolge ihrer Eigenbewegung und willkürlichen Gestaltsveränderung ihres Körpers durch die feinen Poren des Filterpapiers durch. So erkannte man bald die Zentrifuge als das vollkommenste Fangmittel für die kleinsten Organismen des Wassers und ihre systematische Anwendung zeigte *Lohmann* bei seinen Untersuchungen in der Kieler Förhrde.

Die Zentrifugengläschen für die Aufnahme der Wasserprobe gehen nach unten spitz konisch zu. Nach 10 Minuten langer Zentrifugierung bei wenigstens 1500 Umdrehungen pro Minute und nicht über 10 cm hohen Gläsern sind erfahrungsgemäß alle festen Bestandteile des Wassers in die Spitze geschleudert. Man gießt nun zunächst das Wasser vorsichtig aus, wobei in der Spitze des Gläschens das Wasser mitsamt dem Fange in Ruhe bleibt, so daß man mittels langer feiner Pipette das über den Organismen stehende Wasser zunächst abhebt, sodann den Fang selbst aufsaugt und auf einen Objektträger zwecks mikroskopischer Untersuchung bringt. In den meisten Fällen wird dem Wasser vorerst keine die Organismen tötende und konservierende Flüssigkeit zugesetzt, weil die Lebenduntersuchung die wertvollsten Resultate liefert und weil zur Herstellung eines Dauerpräparates der Fang auch auf dem Objektträger leicht konserviert werden kann.

Die Methode des Zentrifugierens besonders in Verbindung mit Filtrierung liefert die genauesten Daten über die Zahl der in einem bestimmten Wasservolumen enthaltenen Organismen, wenn man die Menge des zu zentrifugierenden Wassers nach der Bevölkerungsdichte richtet. Da besonders die kleinsten Organismen sehr gleichmäßig verteilt sind, haben die Untersuchungen gelehrt, daß man zur Untersuchung von Teichwasser schon mit 5 ccm oft das Auslangen findet; vom Ostseewasser genügen 10 ccm, während vom Hochseewasser der Nordsee 20–30 ccm, im Mittelmeer 40 ccm und im warmen Ozeanwasser 200 ccm genommen werden müssen, um richtige Resultate zu erhalten. Es müssen hierfür auch die im gleichen Wasser ausgeführten Filter- und Netzfänge berücksichtigt werden, da hierin hauptsächlich die größeren Planktonorganismen erbeutet werden, die infolge spärlicheren Auftretens und ungleichmäßigerer Verteilung von der Zentrifuge in den oben angeführten kleinen Wasservolumen natürlich nicht im richtigen Maßstabe zu ihrem tatsächlichen Vorkommen gefangen werden.

Der in der oben angeführten Weise auf einen Objektträger gebrachte Zentrifugenfang wird unter dem Mikroskope durchgezählt, eine mehr langdauernde als schwierige Arbeit, wenn man gewisse Umstände berücksichtigt; so findet man die Zahl der in dem zentrifugierten Wasservolumen enthaltenen Organismen. Aus dem Obigen ersieht man aber, daß diese Zahl nur vollen Wert besitzt für die kleinsten Organismen, das soge-