6. *Ueber magnetische Tragkraft;* *von E. Taylor Jones.*

(Zweite Mittheilung.) ¹⁾

In einer früheren Mittheilung ²⁾ hat der Verfasser Untersuchungen beschrieben, durch welche die Uebereinstimmung der beobachteten magnetischen Tragkraft eines durchschnittlichen Ovoids mit dem Maxwell'schen Ausdrucke $\mathfrak{B}^2/8\pi$ für die electromagnetische Spannung in der engen Luftfuge zwischen seinen beiden Hälften bis auf 1 Proc. bestätigt wurde, und zwar für Inductionswerthe zwischen 5000 und 20 000 C. G. S.

Im Folgenden sollen weitere Untersuchungen mitgetheilt werden, deren Hauptzweck die Prüfung jener Uebereinstimmung bei viel höheren Inductionswerthen war. Da bei meinen früheren Untersuchungen die magnetische Intensität, $\mathfrak{S}$, im Eisen sehr gering war im Verhältniss zur Induction, $\mathfrak{B}$, so können jene Ergebnisse, streng genommen, noch nicht ganz allgemein zwischen dem Maxwell'schen Ausdrucke $\mathfrak{B}^2/8\pi$ und z. B. dem Ausdrucke $2\pi\mathfrak{S}^2$, der ebenfalls für die Tragkraft vorgeschlagen worden ist ³⁾, entscheiden. Um die Maxwell'sche Fundamentalgleichung einer möglichst allgemeinen und endgültigen Prüfung zu unterziehen, war es daher nöthig, in Betreff der Inductionswerthe so weit vorzudringen, dass die Intensität als ein numerisch durchaus nicht mehr zu vernachlässigendes Glied in dem bekannten Ausdrucke $\mathfrak{S} + 4\pi\mathfrak{S}$ auftrat. Im Anschlusse daran gelang es mir ferner die Induction weit über die bisher angegebenen Höchstwerthe hinaufzutreiben.

Apparat.

Dieser Zweck wurde mittels des Ringelectromagnets von Hrn. du Bois ⁴⁾ erreicht. Die Haupttheile des Apparates

¹⁾ Die vorläufigen Ergebnisse wurden der Physik. Gesellschaft zu Berlin in der Sitzung vom 28. Juni 1895 vorgelegt.

²⁾ E. T. Jones, Wied. Ann. **54**. p. 641. 1895; Phil. Mag. (5) **39**. p. 254. 1895.

³⁾ Stefan, Wien. Ber. **81**. 2. Abth. p. 89. 1880.

⁴⁾ du Bois, Wied. Ann. **51**. p. 537. 1894; vgl. Fig. 11 ebendasselbst.

sind in Fig. 1 mittels eines axialen Verticalschnitts dargestellt; die linke Hälfte ist zur Rechten symmetrisch zu denken. Die Polschuhe waren konisch und zwar betrug ihr Oeffnungswinkel $78^{\circ}28'$, wobei bekanntlich das Feld in der Nähe der Kegelspitze möglichst gleichförmig ausfällt¹⁾; sie waren der Axe nach in einer lichten Weite von etwa 5 mm durchbohrt. Je ein Paar cylindrische Eisen- bez. Stahlstäbe von gleichem Durchmesser, C_1 und C_2 , waren in die beiden Bohrungen eingeschliffen und liessen sich mit sehr wenig Reibung darin hin und her schieben; davon war je einer (C_1) mit einer Flantsche

Fig. 1.
($\frac{2}{3}$ natürl. Grösse.)

versehen, und hatte eine solche Länge, dass er nur bis zur „Aequatorialebene“ $E\bar{E}$ reichte; der andere Stab (C_2) war dagegen bedeutend länger und ist oben in Fig. 1 für sich gezeichnet. Die beiden Stäbe trafen sich in der Aequatorealebene derart, dass sie einen sogenannten „Isthmus“ zwischen den Polstücken bildeten.

Dieser Apparat wurde möglichst genau centriert, und die in Berührung befindlichen Stirnflächen der Stäbe eben geschliffen und polirt; bei dieser Bearbeitung dienten die Polstücke selbst als „Schutzringe“, bevor sie konisch abgedreht

1) Ewing, Magnetic Induction in Iron and other metals § 97. 1893.

waren; die erhaltenen Spiegel wurden optisch geprüft, wie bei den früheren Versuchen ¹⁾. Mittels einer langen Messingstange *M* und einer Schnur, welche über eine Rolle lief, konnte an den längeren Eisenstab eine Waagschale gehängt werden, sodass die Tragkraft sich direct bestimmen liess.

Zur Inductions- bez. Intensitätsmessung dienten nach dem Vorgange der Hrn. Ewing und Low in der, bei der Isthmismethode üblichen Weise zwei kleine Probespulen, von je fünf Windungen feinen Kupferdrahtes, die auf eine kleine Messingrolle gewickelt waren. Die Windungsfläche der kleineren Spule betrug nur wenig mehr als der Querschnitt des Isthmus, während diejenige der zweiten Spule bedeutend grösser war. Die sie tragende Messingrolle wurde derart befestigt, dass sie beim Herausziehen des längeren Eisenstabes von selbst aus dem Raume zwischen den Polschuhen hinabfiel, und sich überdies zugleich so drehte, dass ihre Ebene nicht mehr parallel, sondern senkrecht zur Aequatorialebene stand, daher keine Kraftlinien sie dann durchsetzten.

Jede Spule konnte mit einem Vorschaltwiderstand und einem Ayrton-Mather'schen d'Arsonval-Galvanometer verbunden werden. Die bewegliche Spule dieses Instrumentes war noch mit kleinen Gewichten versehen, um es für ballistische Versuche geeigneter zu machen.

Aus den, mit den beiden Inductionsspulen erhaltenen Ausschlägen lassen sich bekanntlich einmal der Durchschnittswerth der Induction innerhalb des Isthmus, sowie auch die Feldintensität direct ausserhalb desselben (welche nach dem Princip der tangentialen Continuität gleich der Intensität in den der Cylinderfläche naheliegenden inneren Punkten des Isthmus ist) berechnen. Es wurde angenommen, dass das Feld so nahe gleichförmig war, dass die Induction und die Intensität über den Querschnitt des Isthmus constant waren, und dass daher letztere ohne Weiteres gleich der Feldintensität im ringförmigen Raume zwischen den beiden Probespulen gesetzt werden konnte, die, wie oben angegeben, gefunden wurde.

1) E. T. Jones, l. c. p. 649.

Theorie.

Mit Hülfe der beschriebenen Einrichtung liess sich die Tragkraft ermitteln und nach der Maxwell'schen Theorie in folgender Weise interpretiren. Wenn A , B , C , und α , β , γ , die Componenten parallel den x -, y -, z -Axen der Magnetisirung eines ferromagnetischen Stabes, bez. des „äusseren“ magnetischen Feldes, in welchem der Stab sich befindet, bedeuten, so beträgt die mechanische Kraft X , welche auf den Stab parallel der als seine Axe vorausgesetzten x -Axe, ausgeübt wird, nach Maxwell¹⁾

$$(1) \quad X = X_1 + X_2 + X_3 = \iiint \left(A \frac{\partial \alpha}{\partial x} + B \frac{\partial \beta}{\partial x} + C \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) dx dy dz.$$

Betrachten wir zuerst nur das erste Glied, X_1 , des Integrals, und nehmen wir an, dass die x -Componenten der Magnetisirung, A , wie auch der Feldintensität, α , in jedem Querschnitt des überall gleich dick gedachten Stabes unabhängig von y und z sind, so wird nach einer partiellen Integration,

$$\frac{X_1}{S} = \left| A \alpha \right|_0^l - \int_0^l \alpha \frac{\partial A}{\partial x} dx,$$

wo l die Länge, und S den constanten Querschnitt des Stabes bedeuten.

Kehren wir nun zu unserem Specialfall zurück (vgl. Fig. 1 oben). An dem zwischen den Polschuhen befindlichen Ende des Stabes C_2 ($x = l$) ist offenbar $A = \mathfrak{H}$, weil letzterer Vector dort parallel der x -Axe gleichförmig vertheilt ist (dem gewählten günstigen Kegelwinkel gemäss). Dagegen ist dort $\alpha = \mathfrak{H} + 2\pi \mathfrak{H}$; das erste Glied entspricht hier der durch den ganzen Electromagnet an jener Stelle erzeugten Intensität; das zweite stellt die auf die gegenüberliegende Stirnfläche des Stabes C_1 zurückzuführende Intensität dar; beide haben in Betreff des Stabes C_2 als „äusseres“ Feld zu gelten. Der Werth von α am andern Ende ($x = 0$) des Stabes C_2 wurde dadurch gefunden, dass eine kleine Probespule, in Verbindung mit dem Galvanometer, von verschiedenen Stellen auf der Axe der weiten Bohrung rasch fortgezogen wurde. Es zeigte sich alsbald, dass ein gewisses

1) Maxwell, Electricity and Magnetism 2. § 639. 1881.

Bereich existirte, in welchem α immer sehr gering, und dabei fast constant, war. Die Ordinaten der Curven $\overline{abc}$ und $\overline{def}$ (Fig. 1), stellen die Werthe von α an verschiedenen Stellen der Axe dar, bei Magnetisirungsströmen von 7 bez. 25 Amp.

Die Länge des Stabes war so gewählt, dass er bis in diese Gegend hineinreichte, wo die Feldintensität nur unmerklich gering war, im Vergleich zu den Werthen, welche sie zwischen den Polschuhen aufwies. In diesem Falle ist also für $x = 0$, auch $\alpha = 0$ und es wird dann

$$\frac{X_1}{S} = \mathfrak{S}(\mathfrak{S} + 2\pi\mathfrak{S}) - \int_0^{\mathfrak{S}} \mathfrak{S} d\mathfrak{S}$$

oder unter Berücksichtigung der Gleichung $\mathfrak{B} = \mathfrak{S} + 4\pi\mathfrak{S}$,

$$(2) \quad \frac{X_1}{S} = \frac{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{S}^2}{8\pi} - \int_0^{\mathfrak{S}} \mathfrak{S} d\mathfrak{S}.$$

Dieses erste Glied des Integrals (1) ist nur von den parallel zur Axe gerichteten Componenten abhängig. Was die beiden anderen Glieder X_2 und X_3 betrifft, welche durch die radialen Componenten der Magnetisirung und der Intensität bedingt werden, so schwinden diese, sobald nur der Werth von α am äussern Ende des Stabes constant ist, d. h. sobald $\partial\alpha/\partial x = 0$, für $x = 0^1$; da dies nach dem Vorigen in der That sehr nahe der Fall war, dürfen die beiden Glieder vernachlässigt werden.

Gleichung (2) gibt also ohne weiteres die theoretische Tragkraft pro Querschnittseinheit; bezeichnen wir diese mit $\mathfrak{Z}$ und drücken wir sie in Grammgewicht pro qcm aus, so erhalten wir

$$(3) \quad \mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{S}^2}{8\pi g} - \frac{1}{g} \int_0^{\mathfrak{S}} \mathfrak{S} d\mathfrak{S};$$

1) Es ist nämlich nach einer angenäherten Berechnung auf Grundlage der Laplace'schen Gleichung für cylindrische Coordinaten

$$X_2 + X_3 = \iiint \left(B \frac{\partial \beta}{\partial x} + C \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right) dx dy dz = - \frac{1}{16} \pi k r^4 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)_{x=0}^2,$$

wo r den Radius des Querschnitts, und k das durchschnittliche Verhältniss der mittlern radialen Magnetisirung zur mittlern radialen Intensität bedeuten.

oder¹⁾

$$\frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi g} = \mathfrak{B} + \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi g} + \frac{1}{g} \int_0^{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} d\mathfrak{B},$$

sodass nach Maxwell der Wurzelausdruck

$$(4) \quad \sqrt{\mathfrak{B} + \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi g} + \frac{1}{g} \int_0^{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} d\mathfrak{B}},$$

in dem das erste Glied aber immerhin überwiegt, bei meiner jetzigen Versuchsanordnung proportional der Induction $\mathfrak{B}$ sein sollte, statt wie früher — von Correctionen abgesehen — einfach $\sqrt{\mathfrak{B}}$.

Das Integral

$$\int_0^{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} d\mathfrak{B}$$

ist offenbar gleich dem Inhalt des von der Magnetisirungscurve, der Ordinatenaxe und einer der Abscissenaxe im Abstände $\mathfrak{B}$ parallel verlaufenden Geraden eingeschlossenen Flächenstücks²⁾. Dieses hat für harten Stahl eine grössere Ausdehnung als für weiches Eisen; aus diesem Grunde, und um die Prüfung möglichst allgemein zu gestalten, wurde auch ein Paar Stäbe aus glashartem Stahl untersucht.

Vorversuche.

Die Aichung des ballistischen Galvanometers geschah in üblicher Weise mittels eines langen Solenoids, welches eine Secundärspule trug. Der Kern des Solenoids bestand nach Hrn. Ebeling aus einem mit Hartgummi überzogenen Glas-

1) Bekanntlich führt Maxwell in dem unmittelbar folgenden Abschnitte (§ 641 ff.) seines Werkes diese Kräfte auf Zwangszustände im Medium zurück, für die er die bekannten Gleichungen entwickelt. Aus diesen lässt sich die oben hergeleitete Gleichung (3) noch unmittelbarer folgern. In etwas anderer Weise sind ganz ähnliche Ausdrücke entwickelt worden von du Bois, Wied. Ann. **35**. p. 146. 1888; sowie von Adler, Wien. Ber. **100**. 2. Abth. p. 897. 1891.

2) Vgl. du Bois, Wied. Ann. **35**. p. 146. 1888; Max Weber, Wied. Ann. **54**. p. 35. 1895.

rohr¹⁾; dieser wurde genau cylindrisch abgedreht, und sein Durchmesser mit Hülfe eines Zeiss'schen Dickenmessers bestimmt, sowohl vorher, wie auch nachdem er mit einer Lage seidenumspunnenen schellackirten Kupferdrahts bewickelt worden war. Aus diesen Bestimmungsstücken liess sich das Feld und die Windungsfläche des Solenoids in bekannter Weise genau berechnen. Der das Solenoid durchfliessende Strom wurde mit Hülfe eines Kelvin'schen „Platform“ Ampèremeters, welches überdies mittels Kupfervoltameters²⁾ controllirt war, bestimmt. Aus dem Ausschlag des Galvanometers beim Commutiren des Primärstromes liess sich seine ballistische Empfindlichkeit berechnen; diese war nicht vollkommen constant, sondern sie änderte sich erstens etwas mit der Zeit und der Temperatur, zweitens aber auch mit dem vorgeschalteten Widerstande im secundären Stromkreise. Erstere Aenderungen wurden dadurch berücksichtigt und corrigirt, dass vor und nach jeder Beobachtungsreihe eine Probespule von einem sehr constanten permanenten Magnet abgezogen, und der dadurch verursachte Ausschlag beobachtet wurde.

Dies wurde dann mit verschiedenen vorgeschalteten Widerständen wiederholt; dabei wurde bei jedem solchen Widerstandswerthe das in diesem Falle davon etwas abhängige Dämpfungsverhältniss m zweier aufeinanderfolgender — von der Nulllage aus gerechneter — Ausschläge, bestimmt. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in Tab. 1 enthalten, in welcher R den Gesamtwiderstand des secundären Stromkreises, und σ das Product desselben in den Ausschlag — welches proportional der ballistischen Empfindlichkeit des Galvanometers ist — bedeuten.

Ferner ist

$$\sigma' = \sigma \{ 1 + 0,500 (m - 1) - 0,277 (m - 1)^2 + 0,130 (m - 1)^3 \}$$

gesetzt worden, sodass σ' der wegen Dämpfung corrigirten ballistischen Empfindlichkeit proportional ist.³⁾

1) Ebeling, Reichsanst. Bericht, Ztschr. Instr. Kunde 15. p. 331. 1895.

2) Nach A. Gray, Absolute Measurements in Electricity and Magnetism (2) 2. p. 421. London 1893.

3) Ayrton, Mather, u. Sumpner, Phil. Mag. (5) 30. p. 69. 1890.

Tabelle 1.

Temp. 21,3°.

<i>R</i>	σ	<i>m</i>	σ'
7,82	2112	1,231	2333
10,82	2142	1,187	2325
12,82	2149	1,184	2327
14,82	2164	1,180	2340
17,82	2165	1,161	2326
22,82	2191	1,143	2335

Der Werth von σ' ist demnach bis auf etwa $\frac{1}{2}$ Proc. constant; mit anderen Worten, der Einfluss des vorgeschalteten Widerstands auf die ballistische Empfindlichkeit des Galvanometers ist mittelbar durch seinen bekannten Einfluss auf die Dämpfung völlig erklärbar und konnte daher auch eliminirt werden, wie das dann bei sämtlichen Beobachtungen geschah. Uebrigens war die Dämpfung zu gering, als dass sie die Proportionalität der Ausschläge mit den durchfliessenden Electricitätsmengen hätte beeinflussen können, wovon ich mich durch besondere Beobachtungen überzeigte.

Die Windungsflächen der beiden den Isthmus umschliessenden Secundärspulen wurden auf electromagnetischem Wege in einem möglichst gleichförmigen Felde zwischen flachen Polstücken verglichen; dabei diente als Normalspule eine einzige kreisförmige Windung eines sehr dünnen Phosphorbroncestreifens, welcher um eine sorgfältig abgedrehte und geschliffene, genau ausgemessene, Glasscheibe gewickelt war; die Zuleitungen waren derart aneinander gelegt, dass sie irgend welches weiteres Flächenstück parallel der Hauptwindungsfläche nicht umschliessen konnten. Dabei wurde der Einfluss des Spulenwiderstands auf die Empfindlichkeit des Galvanometers nach dem Vorigen in Betracht gezogen. Die Gesamtwindungsflächen der beiden Spulen betrugen 1,235 qcm bez. 2,553 qcm. die der Normalspule 1,530 qcm. Vorher waren die Windungsflächen auch noch aus den bekannten Durchmesser der Messingrolle und des Drahtes berechnet worden, und die so erhaltenen Werthe zeigten mit den auf electromagnetischem Wege gefundenen, oben angegebenen, eine Uebereinstimmung bis auf 5 bez. 3 pro Mille.

Zunächst wurde nun eine Reihe vorläufiger Abreissversuche, unter gleichzeitiger Beobachtung der durch das Hinausfallen der Isthmusspulen verursachten Galvanometerausschläge angestellt. Dabei wurde der Electromagnet mit verschiedenen Stromstärken zwischen 0 und 25 Amp. erregt.

Eine Schwierigkeit bei den Tragkraftsmessungen war darauf zurückzuführen, dass der Eisenstab und besonders der beim Härten leicht gekrümmte Stahlstab in der genau passenden Bohrung des betreffenden Polstücks sich zu „ecken“ oder zu klemmen geneigt war. Wenn der Stab indessen ganz genau in der Richtung seiner und der Bohrung Axe gezogen wurde, so war jene Wirkung ausgeschlossen und die alsdann allein übrigbleibende Reibung nur sehr gering. Dies wurde in der Weise festgestellt, dass — um jegliche remanente Magnetisierung zu vermeiden — das zweite Polstück entfernt, und der Electromagnet möglichst entmagnetisiert wurde. Durch passende Führung des Messingstabes *M* wurde dann die Lage gefunden, in welcher das zum Herausziehen des Stabes erforderliche Gewicht ein Minimum war, und zwar zeigte es sich, dass hierzu weniger als 5 g-Gewicht genügte, eine Kraft, welche im Vergleich zu den später erhaltenen Tragkräften zu vernachlässigen war.

Wenn aber das Ziehen nur ein wenig seitlich stattfand, so „eckte“ sich der Stab ziemlich fest in der Bohrung und das zum Durchziehen erforderliche Gewicht konnte bis etwa 700 g-Gewicht zunehmen. Bei den späteren Abreissversuchen wurde daher durch geeignete Führung des Messingstabes immer die Lage aufgefunden, in welcher die zum Losreissen erforderliche Kraft ein Minimum war, und diese durfte dann ohne weiteres als die richtige magnetische Tragkraft betrachtet werden.

Die Frage, ob die Magnetisierung einen merklichen Einfluss auf die Reibung hatte, wurde dadurch geprüft, dass der längere Stab C_2 durch beide Bohrungen hindurchgeschoben wurde, — nachdem C_1 entfernt worden — bis er sich in einer symmetrischen Lage minimaler potentieller Energie befand. Ein Einfluss des Schliessens des Erregerstroms auf die Reibung konnte dann nicht beobachtet werden.

Diese Anordnung, bei der eine Transversalfuge im Isthmus nicht vorhanden war, ergab zugleich ein Mittel, zu prüfen, in-

wiefern die bei der gewöhnlichen Anordnung trotz des Polirens bestehende Fuge durch die auftretende geringe Streuung störend wirkte; es wurde festgestellt, dass diese Unregelmässigkeit bei den benutzten intensiven Feldern zwar eine Fehlerquelle bildete, dass diese aber viel geringer war, als nach gewissen Erfahrungen bei schwächeren Feldern vermuthet werden konnte.

Zur graphischen Auswerthung des Integrals

$$\int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{H} d\mathfrak{Z}$$

mussten die Magnetisirungscurven für das Eisen und für den Stahl bekannt sein. Für höhere Werthe von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{Z}$ waren sie aus den Isthmusversuchen bereits zu entnehmen, während zur Bestimmung des anfänglichen Bereiches der Curven zwei Stäbe benutzt wurden, welche aus derselben Stange geschnitten waren, wie die oben beschriebenen Isthmusstäbe. Mit Hülfe einer, in der Reichsanstalt geachteten, du Bois'schen magnetischen Waage¹⁾ wurde dann die Bestimmung der Curven durchgeführt, und zwar bei aufsteigender Magnetisirung, wie das auch immer bei den Abreissversuchen der Fall war.²⁾ Im übrigen spielte der numerische Werth jenes Integrals nur eine untergeordnete Rolle als Correctionsglied.

Endgültige Versuche.

Aus den Galvanometerausschlägen wurden die Werthe von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ berechnet, und deren Differenz ergab nach Division durch 4π die Magnetisirung $\mathfrak{Z}$. Die höchsten Werthe von $\mathfrak{Z}$ im weichen Eisen und im harten Stahl betrugen 1818 C. G. S. bez. 1556 C. G. S., und zwar kamen diese Werthe bei einer Feldintensität von etwa 10 600 C. G. S. vor. In intensiveren Feldern scheint es, als ob $\mathfrak{Z}$ etwas geringere Werthe aufweist; eine solche scheinbare Abnahme wurde auch von Hrn. Ewing beobachtet³⁾. Es muss aber bemerkt werden, dass

1) du Bois, Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 12. p. 404. 1892.

2) Die mit der Waage erhaltenen Magnetisirungscurven sollen theilweise in einem anderen Zusammenhange noch veröffentlicht werden.

3) Ewing, l. c. §§ 93, 98. 1893; sie wurde jedoch auch von ihm auf rein secundäre Ursachen zurückgeführt.

die Isthmismethode für feinere Messungen überhaupt weniger geeignet ist und dass die oben beschriebene specielle Einrichtung besonders ungünstig ist zur genaueren Bestimmung der Magnetisirung aus Differenzbeobachtungen; und zwar erstens wegen des oben erwähnten störenden Einflusses der zwischen den Stabenden befindlichen Fuge, und zweitens, weil die Stäbe nicht continuirlich mit den Polstücken waren, wie bei der ursprünglichen Ewing-Low'schen Anordnung.

Irgendwelche besondere Schlüsse betreffs des Verlaufs der Magnetisirung wären also hier unstatthaft; dagegen war die Induction im Isthmus, welche bei der vorliegenden Untersuchung bei weitem die wichtigste Grösse ist, infolge ihrer directen Bestimmung mit genügender Genauigkeit bekannt.

Bei jeder Stromstärke wurden die Abreissversuche mehrere Male wiederholt. Bei gegebenen Werthen der Galvanometerausschläge war die Tragkraft sehr constant, sodass diese sogar bei den höchsten Werthen bis auf etwa 30 g-Gew. genau bestimmt werden konnte. Die grösste gemessene Tragkraft betrug 9430 g-Gew., der Querschnitt des Eisenstabes 0,1896 qcm; dies entspricht bereits einem Zug von 49,73 kg-Gew. pro qcm. Der höchste Werth des Integrals

$$\frac{1}{g} \int_0^3 \mathfrak{S} d\mathfrak{S}$$

betrug dagegen für das Eisen 550 g-Gew. pro qcm, für den Stahl 840 g-Gew. pro qcm, es handelte sich daher, wie gesagt, nur um eine Correction von wenigen Procenten. Bei meinen früheren Untersuchungen betrug hingegen die entsprechende Correction — dort bedingt durch die geringe Ungleichförmigkeit des Spulenfeldes — weniger als $\frac{1}{2}$ pro Mille.¹⁾

Die Tab. 3 und 4 enthalten die Werthe von $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{Z}$, $\mathfrak{B}/\sqrt{8\pi g}$, sowie den Wurzelausdruck (4)

$$\sqrt{\mathfrak{B} + \frac{\mathfrak{S}^2}{8\pi g} + \frac{1}{g} \int_0^3 \mathfrak{S} d\mathfrak{S}},$$

welcher Kürze halber mit B bezeichnet ist; endlich die Differenz

1) E. T. Jones, l. c. p. 649. Anm.

$$B - \frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}},$$

für Eisen bez. Stahl. Tab. 2 enthält die Resultate meiner früheren Untersuchungen¹⁾, welche hier wiederholt werden, um einen Ueberblick über die gesammte Versuchsreihe zu gewinnen.

Tabelle 2.

Frühere Resultate (l. c. p. 654, Tab. I).

$\mathfrak{I}$ C. G. S.	$\mathfrak{B}$ C. G. S.	$\frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}}$ berechnet	$\sqrt{\mathfrak{B}}$ beobachtet	Differenz
493	6198	39,2	39,2	0,0
551	6929	43,9	44,4	+ 0,5
646	8122	51,6	51,6	0,0
853	10726	68,1	68,4	+ 0,3
996	12517	79,4	79,0	- 0,4
1163	14635	92,9	92,0	- 0,9
1291	16261	103,3	102,9	- 0,4
1346	16975	107,7	107,3	- 0,4
1400	17690	112,3	111,9	- 0,4
1463	18545	117,7	117,1	- 0,6
1550	19729	125,3	123,5	- 1,8
1585	20234	128,4	126,7	- 1,7

Tabelle 3.

Ausgeglühtes weiches, steirisches Eisen.

Strom Ampère	$\mathfrak{I}$ C. G. S.	$\mathfrak{B}$ C. G. S.	$\mathfrak{I}$ C. G. S.	$\frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{8\pi g}}$ ber.	B beob.	Differenz
0	260 ²⁾	17740	1392	113,0	109,5	- 3,5
0,13	610	22050	1707	140,5	138,0	- 2,5
0,37	1440	23370	1745	148,9	147,0	- 1,9
0,93	3470	26140	1805	166,5	162,0	- 4,5
1,33	5070	27420	1779	174,7	172,0	- 2,7
2,6	8560	31220	1803	198,9	195,0	- 3,9
3,8	10520	33370	1818	212,5	207,5	- 5,0
5,6	12720	34660	1746	220,8	219,5	- 1,3
7,9	14230	35790	1716	227,9	228,3	+ 0,4
9,8	14850	36450	1719	232,1	232,8	+ 0,7
14,9	16030	38270	1770	243,8	239,8	- 4,0
25,6	17690	39260	1796	250,1	250,9	+ 0,8

1) l. c. p. 654.

2) Rührt vom remanenten Magnetismus der Polstücke her.

Tabelle 4.
Glasharter Wolframstahl.

Strom Ampère	§ C. G. S.	§ C. G. S.	§ C. G. S.	$\frac{B}{\sqrt{8\pi g}}$ ber.	B beob.	Differenz
0	181 ¹⁾	11390	892	72,5	71,8	- 0,7
0,13	558	17550	1353	111,8	107,3	- 4,5
0,37	1615	19750	1444	125,8	121,3	- 4,5
0,91	3470	22510	1516	143,4	139,0	- 4,4
1,31	5050	24000	1508	152,9	148,7	- 4,2
2,6	8670	27950	1535	178,0	174,6	- 3,4
3,8	10750	30290	1556	193,0	187,6	- 5,4
5,7	12830	31950	1522	203,5	201,1	- 2,4
8,0	14220	32860	1484	209,3	207,3	- 2,0
9,9	14860	33470	1481	213,1	211,3	- 1,8
14,9	15970	35380	1545	225,4	221,9	- 3,5
25,6	17830	36110	1456	230,0	230,2	+ 0,2

Die Resultate sind auch graphisch dargestellt in Fig. 2, in welcher die Punkte ... +, ... ⊙, die Werthe von B als

Fig. 2.

Function der Induction für Eisen bez. Stahl darstellen, während die gerade Linie dem Verlaufe von $B/\sqrt{8\pi g}$ entspricht.

1) Rührt vom remanenten Magnetismus der Polstücke her.

Die Punkte . . . * sind den früheren Untersuchungen entnommen, und zeigen die Werthe der Quadratwurzel aus der beobachteten Tragkraft pro Querschnittseinheit, welche in jenem Falle ohne weiteres gleich $\mathfrak{B} / \sqrt{8\pi g}$ sein sollen.

Die beobachteten Punkte liegen nun alle nahe der theoretischen geraden Linie; der grösste Unterschied beträgt etwa 3 Proc. Vorwiegend liegen die neu beobachteten Punkte etwas unter der Geraden; dies ist wahrscheinlich der Streuung an der Berührungsstelle zuzuschreiben, welche die Tragkraft etwas verringert. Doch ist, mit Rücksicht auf die geringere Genauigkeit der Isthmusbemessungen, im grossen und ganzen die Uebereinstimmung derart, dass die Gleichung (3)

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{H}^2}{8\pi g} - \frac{1}{g} \int_0^{\mathfrak{H}} \mathfrak{H} d\mathfrak{H}$$

als bestätigt zu betrachten ist. Nach der Maxwell'schen Theorie ist nun das erste Glied, $\mathfrak{B}^2 / 8\pi g$, die gesammte electromagnetische Spannung, welche in der engen Luftfuge zwischen den beiden Stabenden existirt. Dagegen ist $\mathfrak{H}^2 / 8\pi g$ die nur durch die „äussere“ Intensität $\mathfrak{H}$ bedingte, in der Fuge herrschende Spannung; die Richtigkeit dieser Auffassung des Gliedes $\mathfrak{H}^2 / 8\pi g$ geht schon aus den bekannten Versuchen des Hrn. Quincke u. A. hervor.

Letzterer Theil der Spannung kommt bei der gewählten Versuchsanordnung für das Abreissgewicht nicht in Betracht; er trägt nur dazu bei, die drei Messingsäulen S_1, S_2, S_3 (Fig. 1) zu comprimiren. Wenn der Stab C_2 indessen starr im Polstück befestigt wäre, statt in der Bohrung zu gleiten, und die beiden Hälften des Electromagnets voneinander gezogen werden könnten, dann würde die Zugkraft, corrigirt für die Spannung aller derjenigen Inductionsrohren, welche nicht durch den Isthmus, sondern durch die Luft von Pol zu Pol verlaufen, sich gleich $(\mathfrak{B}^2 / 8\pi g \times \text{Berührungsfläche})$ ergeben.

Dieser Fall entspricht theoretisch der Anordnung meiner früheren Versuche, lässt sich aber praktisch selbstverständlich nicht durchführen.

Bestimmung hoher Inductionswerthe.

Nachdem durch das Vorige das Maxwell'sche Gesetz der Tragkraft bez. der electromagnetischen Spannung bis zu

Inductionswerthen von rund 40 000 C. G. S. als bestätigt zu betrachten ist, dürfte dessen allgemeine Gültigkeit wohl keinem weiteren Zweifel mehr unterliegen. Und ebenso wie schon verschiedene Physiker nun umgekehrt die Tragkraft zur Messung schwacher Inductionen herangezogen haben, erschien ein derartiges Vorgehen jetzt auch den höchst erreichbaren Inductionswerthen gegenüber um so mehr statthaft, weil in diesem Falle andere Methoden versagen. Ich habe daher noch einige dahin zielende Versuche angestellt. Es wurden dazu zwei Polstücke von 120° Winkelöffnung aus dem allerbesten ausgeglühten schwedischen Eisen angefertigt; die Spitze des Einen wurde ein wenig abgeplattet, eben geschliffen und polirt, sodass es eine winzige kreisförmige Stirnfläche darbot, deren Durchmesser nur einen Bruchtheil eines Millimeters betrug. Durch das gegenüberliegende Polstück wurde dagegen eine enge schwach-konische Oeffnung gebohrt, welche ein langes Stück weichen sogenannten „Blumendrahts“ (von 0,586 mm Durchmesser) durchliess, und zwar so, dass dieses vorne genau in die Oeffnung passte, dagegen hinten etwas lockerer sass. Infolgedessen betrug die Reibung nur Bruchtheile eines Grammgewichts. Das Ende des Drahtes wurde ebenfalls sorgfältig polirt und, sowie auch die gegenüberliegende kleine Stirnfläche, mit einem Zeiss'schen Mikroskop geprüft und ausgemessen.

Bei einem Magnetisierungsstrom von 25 Amp. betrug die Tragkraft in diesem Falle 249 g-Gew.; dies entspricht einem Zug von 92,39 kg-Gew. pro qcm.

Es wurde ferner mittels eines aus einem Bündel von 50 Stücken derselben Drahtsorte bestehenden Isthmus, welcher in die früher benutzten Polstücke von $78^\circ 28'$ Oeffnungswinkel eingefügt war, der Maximalwerth der Magnetisirung bestimmt und nahe gleich 1800 C. G. S. gefunden.

Nehmen wir als Näherungswerth des Integrals

$$\frac{1}{g} \int_0^{\mathfrak{Z}} \mathfrak{S} d\mathfrak{Z}$$

500 g-Gew. pro qcm an, so ergeben sich aus diesen Daten direct die Werthe für $\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{S}^2$ einerseits nach Gleichung (3), für $\mathfrak{B} - \mathfrak{S} = 4\pi \mathfrak{Z}$ andererseits; daraus folgt dann

$$\mathfrak{B} = 61900 \text{ C. G. S.} \quad \mathfrak{S} = 39300 \text{ C. G. S.}$$

Die Versuche wurden dann noch weiter geführt, indem der Blumendraht bis zur Stärke von 0,241 mm ausgezogen, und die im Polstück befindliche Oeffnung dementsprechend verengert wurde. Nachdem der Draht wieder mittels einer Spiritusflamme ausgeglüht, und das Ende eben geschliffen war, betrug jetzt die Tragkraft bei 40 Amp. Stromstärke 52,5 g-Gew., d. h. der entsprechende Zug 114,9 kg-Gew. pro qcm.

Hieraus folgt ähnlich wie oben

$$\mathfrak{B} = 74\,200 \text{ C. G. S.} \quad \mathfrak{S} = 51\,600 \text{ C. G. S.};$$

die Permeabilität beträgt also nur noch $\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{S} = 1,44$. Der berechnete Werth der Intensität $\mathfrak{S}$ nach der Stefan-Ewing'schen logarithmischen Formel ¹⁾, beträgt 50 450 C. G. S., unter der Annahme, dass die konischen Polstücke gleichförmig zum Maximalwerthe von 1800 C. G. S. magnetisirt sind. Hierzu sind noch etwa 750 C. G. S. zu addiren, welche der directen Wirkung der Spulen bei einem Strome von 40 Amp. entsprechen. Die so berechnete Gesamtintensität von 51 200 C. G. S. stimmt mit der oben angegebenen auffallend gut überein. Das Querschnittsverhältniss von Magnetschenkel und Isthmus betrug hierbei etwa 170 000.

Was den angegebenen Werth der Induction betrifft, so herrscht dieser des Continuitätsprincips wegen auch in der engen Luftfuge zwischen Drahtende und Stirnfläche, wo er nun seinerseits wieder als „äussere“ Feldintensität zu gelten hat; letztere wird sich im Moment des Abreissens nur wenig ändern, solange der dadurch entstehende Schlitz noch eng ist im Vergleich zu seiner Querdimension. Es wurde nun mit der Lupe beobachtet, dass bei nicht allzu sorgfältiger Reinigung des Apparates mikroskopische Eisenfeilspähne beim Abreissen in den entstehenden Schlitz hineinfliegen, und mit ihrer Längsrichtung wieder „Isthmen“ bildeten, deren Dicke ihrerseits verschwindend war gegen diejenige des $\frac{1}{4}$ mm starken Eisendrahts, sodass ihre magnetische Rückwirkung zu vernachlässigen war. Die in diesen Partikelchen entstehende Induction $\mathfrak{B}'$ beträgt dann offenbar

$$\mathfrak{B}' = 74\,200 + 4\pi \times 1800 = 96\,800 \text{ C. G. S.}$$

1) Ewing, l. c. § 96.

Wir dürfen daher behaupten, dass in Eisen Inductionswerthe von nahe 100 000 C. G. S. stattfinden können; irgendwelche besondere Erscheinungen wurden dabei nicht wahrgenommen.

Wird der Draht noch weiter zurückgezogen, sodass sein Ende in die Ebene des Randes der Bohrung zu liegen kommt, so lässt sich leicht berechnen, dass die Intensität des Feldes im Zwischenraume ca. 60 000 C. G. S. beträgt; seine Ausdehnung zählt dann freilich nur nach Zehntelmillimetern.¹⁾

Im Moment des Abreissens wird nach dem Vorigen durch die Luftfuge eine Gesamtspannung von

$$(74\,200)^2 / 8\pi g = 224 \text{ kg-Gew. pro qcm}$$

vermittelt, welche die Bruchfestigkeit des Bleies gerade erreicht. In diesem Zusammenhang bietet die Bemerkung Interesse, dass zwischen den Platten eines Luftcondensators die Spannung bei Atmosphärendruck kaum 2 g-Gew. pro qcm erreichen kann, ohne dass ein Funke übergeht. Freilich vermögen sowohl ein absolutes Vacuum einerseits, wie auch Körper von hoher Dielectricitätsconstante andererseits, bedeutend höhere Spannungen zu übermitteln.

Die oben beschriebenen Untersuchungen wurden im Laboratorium des Hrn. H. du Bois durchgeführt; für seine Hülfe und Rathschläge möchte ich an dieser Stelle meinen besten Dank ausdrücken.

Berlin, Weihnachten 1895.

1). Soll die Ausdehnung des Feldes mehrere Millimeter betragen, so gelangt man allerdings kaum höher als 40 000 C. G. S.; du Bois, Wied. Ann. 51. p. 547. 1894; J. B. Henderson, Wied. Ann. 53. p. 919. 1894.