SULLA PROPAGAZIONE DEL MAGNETISMO NELLE ASTE RETTILINEE DI FERRO.

Nota preliminare letta dal

Prof. LUIGI LOMBARDI

alla 2ª Riunione Annuale della Società Italiana per il Progresso delle Scienze
in Firenze il 19 ottobre 1908.

I. Ricerche teoriche e sperimentali precedenti.

Il fenomeno della propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro è stato oggetto di una serie numerosissima di lavori sperimentali in Italia e fuori, di cui giova qui ricordare appena i principali.

Lenz e Jacobi, misurando fin dal 1844 i momenti indotti a determinata distanza dalla spirale magnetizzante, attraversata da corrente continua e collocata al mezzo dell'asta, per mezzo di una spirale secondaria; Jamin misurando la forza necessaria per staccare un pezzo di ferro esploratore messo in contatto coll'asta. Donati e Poloni sperimentando ancora colla spirale indotta nel 1875; Rowland nel 1876; Pisati nel 1890, trovarono la variazione del momento magnetico in funzione della distanza potersi rappresentare con sufficiente approssimazione mediante una formola logaritmica.

Oberbeck per il primo nel 1884, impiegando a magnetizzare l'asta rettilinea una spirale attraversata da corrente alternata, constatò che, mentre l'ampiezza del flusso va decrescendo con legge logaritmica, la fase si sposta al crescere della distanza, lasciando concepire un fenomeno speciale di propagazione magnetica con velocità finita, la quale è più o meno energicamente modificata dalla presenza delle correnti parassite.

Gerosa ripeté nel 1892 le misure di Pisati e quelle di Oberbeck, utilizzando per queste il metodo dei 3 elettrodina-

mometri di Ferraris; egli constatò nella corrente indotta uno spostamento di fase, che attribuì al flusso induttore, laddove Ascoli credette poter attribuire il fenomeno osservato alla variabile permeabilità del ferro, la quale avrebbe potuto modificare la selfinduzione della spirale secondaria, e quindi la fase della corrente indotta, indipendentemente da quella del flusso induttore. Brown però, mediante le sue esperienze eleganti sulla deviazione dei raggi catodici, riconfermò in modo ineccepibile lo spostamento di fase del flusso nel 1897, e Zenneck, ripetendo le esperienze collo stesso metodo nel 1902 sopra fasci di fili circondati da un involucro metallico, mostrò chiaramente la influenza che sul fenomeno esercitano le correnti parassite.

Esperienze ulteriori sullo stesso fenomeno, utilizzando un elettrometro a quadranti per determinare le ampiezze e le fasi della f. e. m. indotta nella spirale esploratrice, vennero eseguite da Perkins nel 1904, e da Donati nel 1906. In quello stesso anno Lyle e Baldwin pubblicarono la serie di gran lunga più estesa e completa di esperienze sopra la propagazione del magnetismo eccitato da correnti continue e alternate nelle aste rettilinee di ferro, analizzando le curve di variazione periodica del flusso alle diverse distanze, e modificando sistematicamente ognuna delle condizioni sperimentali. Da queste misure estremamente accurate si rileva bene la variabilità del decremento logaritmico del flusso, il quale cresce dapprima a partire dal mezzo dell'asta, dove è fatta la eccitazione, raggiunge un massimo ad una determinata distanza, e poi ridiscende, assumendo oltre una distanza determinata un valore pressochè costante, se si prescinde dalle regioni immediatamente vicine alle estremità, dove si pronunciano i fenomeni dovuti alla discontinuità dell'asta. Il ritardo di fase del flusso a sua volta cresce nel primo tratto, dapprima linearmente, poi sempre più lentamente fino a raggiungere un massimo, dopo il quale esso gradualmente diminuisce, tendendo ad annullarsi a distanza considerevole, se non interviene la perturbazione dovuta alle estremità.

Non è dunque il caso di parlare di una vera e propria velocità, la quale sia inerente al fenomeno comune della ma-

gretizzazione, e ne caratterizzi la propagazione nel mezzo magneticamente polarizzabile, come quella della luce caratterizza la propagazione delle perturbazioni elettromagnetiche nei mezzi dielettrici. La velocità desunta dalle esperienze appare difatti variabile tra limiti estesi al variare delle condizioni sperimentali; può diventare infinita in determinate porzioni dell'asta, ed in quelle ulteriori risultare negativa.

Sperimentando sopra aste massiccie e fasci di fili sottili, i due autori chiarirono già la importanza delle correnti parassite, segnalata in precedenza da Oberbeck e da Zenneck; essi però segnarono come il risultato più importante delle loro misure la constatazione della distanza critica, alla quale diventano massimi il decremento del flusso e lo spostamento di fase, pur dichiarandosi incapaci di fornirne qualsiasi spiegazione.

Più recentemente J. Kühle, nella sua tesi di dottorato, presentata alla Scuola politecnica di Aachen, sperimentando sopra un tratto limitato dell'asta senza tener conto dei risultati già ottenuti da parecchi osservatori precedenti, constatò l'aumento graduale della velocità apparente di propagazione, fino all'infinito, senza segnalare la diminuzione ulteriore a valori finiti e negativi. Seguendo un concetto completamente erroneo, egli volle ricondurre all'influenza delle correnti parassite il ritardo di fase che si constata nella magnetizzazione del ferro di fronte alla forza magnetizzante, ed attribuire alla isteresi la discrepanza sostanziale dei suoi risultati di fronte alle previsioni della teoria di Zenneck.

Per quanto riguarda la teoria della propagazione magnetica, Pisati aveva già tentato di ricondurre per analogia la interpretazione del fenomeno, che si osserva nell'asta eccitata in un punto da una corrente continua, a quella del fenomeno ben noto della propagazione del calore in un'armilla, sottoposta ad un riscaldamento localizzato. A questo riguardo Giorgi aveva però notato, che l'analogia che si riscontra nella legge di propagazione non vale da sola a stabilire una particolare intima analogia tra i due fenomeni; tra questi un carattere comune si manifesta bensì nel fatto, che la permeabilità magnetica è variabile al pari della conduttività termica, quella in funzione della induzione e questa della temperatura; ma

una discrepanza sostanziale scaturisce dal fatto, che la induzione magnetica ha distribuzione solenoidale, laddove le linee di flusso termico tendono all'infinito.

J. J. Thomson sviluppò nel 1893 la teoria della propagazione delle onde magnetiche longitudinali nei fili di ferro, seguendo strettamente il metodo di Maxwell; il risultato però non si presta facilmente per un confronto numerico colla esperienza.

Zenneck nel 1903 sviluppò la teoria della propagazione magnetica nei cilindri di ferro, con perfetta analogia a quella della propagazione elettrica in un conduttore dotato di selfinduzione, mettendo a base la ipotesi di una variazione sinusoidale del flusso e di una permeabilità costante del ferro, e trascurando l'isteresi.

Lyle e Baldwin omisero però di paragonare quantitativamente i risultati delle loro misure con quelli della teoria di Zenneck, ritenendo a priori che l'ipotesi della permeabilità costante troppo si allontanasse dal fatto reale, e togliesse alle conclusioni qualsiasi rigorosa attendibilità. Per vero la permeabilità variabile basta da sola in condizioni adattate a dar la ragione del decremento variabile del flusso, laddove lo spostamento di fase, quando nella massa metallica si sviluppano le correnti parassite, segue una legge assai più complicata di quella indicata da Zenneck, probabilmente in causa della isteresi magnetica.

II. Teoria della propagazione magnetica.

a) Caso della magnetizzazione continua.

La teoria della propagazione magnetica, in un'asta eccitata da una corrente continua, presenta analogia completa di forma con quella della propagazione termica in un'armilla secondo Fourier.

Se Φ_x è il flusso all'ascissa x , alla quale il potenziale magnetico assume la grandezza V , e se μ rappresenta la permeabilità ed s la sezione, supponendole entrambe costanti si ha nella condizione di regime:

$$\Phi_x = -\mu s \frac{\partial V}{\partial x};$$

$$\Phi_{x+dx} = -\mu s \frac{\partial}{\partial x} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right).$$

Ritenendo il flusso disperso dall'elemento di lunghezza dx proporzionale al potenziale oltre che alla lunghezza, e caratterizzando con ϵ il coefficiente di dispersione, si ha l'equazione differenziale del problema:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\epsilon}{\mu s} V.$$

L'integrale di essa, nel caso di ϵ , μ , s costanti, assume la forma ben nota:

$$V = A e^{+\beta x} + B e^{-\beta x},$$

dove:

$$\beta = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu s}}.$$

Una forma analoga vale come espressione del flusso, essendo questo proporzionale semplicemente alla derivata del potenziale.

In un'asta di lunghezza indefinita A si annulla, e si ritrova l'espressione enunciata dai primi sperimentatori, la quale caratterizza con una semplice forma esponenziale la legge di variazione del flusso al crescere della distanza. La discrepanza riscontrata nei valori del decremento ha precisamente per origine la variabilità di μ e quella di ϵ .

La permeabilità del ferro al variare della induzione varia tra limiti molto estesi, e da questo punto di vista le misure di Lyle e Baldwin sono le sole che riportino tutti gli elementi necessari alla interpretazione quantitativa, essendosi i due autori sistematicamente occupati della determinazione della permeabilità di ogni ferro esaminato tra i limiti più vasti di magnetizzazione realizzati nelle esperienze.

Resta a discutere della variabilità eventuale del coefficiente di dispersione ϵ , e per questo la disposizione rettilinea dell'asta, adottata indistintamente da tutti gli sperimentatori precedenti,

offre una grande complicazione. Non è possibile difatti calcolare ϵ senza conoscere esattamente la forma dei tubi di flusso dispersi dalla superficie laterale dell'asta, e, sebbene si sappia che questi debbono avere forma simmetrica rispetto al piano equatoriale della sorgente magnetizzante, quando essa è al mezzo dell'asta, non è possibile tracciare le linee di flusso senza conoscere esattamente la distribuzione del campo, che, in causa della complicata distribuzione delle masse magnetiche libere, offre a sua volta pel calcolo grandissime difficoltà.

Senza inoltrarmi così in una ricerca analitica assai laboriosa, io ho preferito rimuovere la difficoltà adottando per l'asta magnetizzata una disposizione sperimentale nuova, della massima semplicità. Per questo ripiegai l'asta in due tronchi paralleli, separati da una breve distanza, e collocai sul giogo trasversale la spirale magnetizzante, l'azione elettromagnetica della quale assumeva nei punti remoti dell'asta una componente longitudinale completamente trascurabile.

La riluttanza magnetica offerta ai tubi di flusso, che si disperdono attraverso allo spazio circostante dalla superficie laterale di elementi corrispondenti dell'asta, si può allora calcolare con perfetta analogia alla resistenza elettrica offerta alle correnti di conduzione fra gli elementi corrispondenti di due armature cilindriche affacciate, ragguagliando tra loro la conduttività elettrica del mezzo e la sua permeabilità magnetica. Se i due tronchi cilindrici dell'asta hanno diametro d , e si trovano coi loro assi alla distanza D in un mezzo di permeabilità μ_0 , si ha:

$$\epsilon = \frac{2 \pi \mu_0}{\log \frac{D}{d}}.$$

Se l'asta è nell'aria $\mu_0 = 1$, ed il decremento logaritmico del flusso deve risultare dall'espressione:

$$\beta = \sqrt{\frac{2 \pi}{\mu s \log \frac{D}{d}}}.$$

Come in queste condizioni il risultato della teoria sia in accordo con quello dell'esperienza, mostra a titolo di esempio la tabella I, la quale riporta le misure da me eseguite sopra un' asta di ferro omogeneo del diametro di cm. 1,30, ripiegata in 2 rami paralleli, lunghi 224 cm. e collocati alla distanza di 13,9 cm. mentre la eccitazione era provocata da una spirale magnetizzante di 1250 spire collocata sul giogo, e attraversata da una corrente continua di 2 ampère. Le parti centrali del giogo e le estremità contigue dei rami paralleli dell' asta risultarono così completamente saturi; le misure eseguite in questa regione erano però perturbate dal campo dovuto all'azione elettromagnetica delle spire, e si omettono perciò.

Nel tratto considerato, che si estende per la lunghezza di 1,50 m. e comprende elementi dell'asta in cui la induzione va diminuendo da 10,000 linee a 20 in cifra tonda, e dove la permeabilità si abbassa da 2000 a 320, tenuto conto delle piccole divergenze che si debbono agli errori inevitabili di misura, si può ritenere che i decrementi logaritmici calcolati teoricamente non differiscano da quelli sperimentalmente misurati se non di una quantità insignificante; l'errore medio del rapporto tra i valori della induzione misurati di 10 in 10 cm. è minore di 1 %; l'errore massimo è minore di 6 %.

Sopra i dettagli delle misure, le quali offressero non lievi difficoltà, mi riservo di ritornare più ampiamente in altro luogo¹⁾. Mi limito per ora a dire che i flussi erano misurati col metodo della inversione, utilizzando un galvanometro balistico a lungo periodo di oscillazione; l'asta durante le misure era mantenuta in direzione ortogonale al meridiano, per evitare l'azione del campo terrestre; la permeabilità del ferro era determinata col magnetometro e col metodo d'induzione.

1) *Memorie della R. Accademia dei Lincei*. 1909.

TABELLA N. I.

x	B	μ	$\frac{B}{B'}$ calc.	$\frac{B}{B'}$ misur.
30 cm.	9.820	2.030	1.31	1.25
40	7.830	2.150	1.31	1.26
50	6.190	2.140	1.31	1.28
60	4.850	2.080	1.32	1.29
70	3.760	1.960	1.34	1.32
80	2.840	1.770	1.36	1.34
90	2.120	1.540	1.39	1.41
100	1,500	1.330	1.43	1.46
110	1.024	1.120	1.49	1.56
120	656	870	1.56	1.62
130	403	730	1.64	1.69
140	239	570	1.74	1.74
150	137	460	1.85	1.90
160	72	370	1.94	1.95
170	37	340	1.99	2.06
180	18	320	22.98	23.13

b) Caso della magnetizzazione alternata.

Il problema della propagazione del flusso periodico è senza paragone più complicato.

Ammettendo, come ha fatto Zenneck, costante la permeabilità ed il coefficiente di dispersione, e trascurando la isteresi, senza ricorrere alle notazioni sue, che mascherano in un certo senso i caratteri del fenomeno, possiamo sviluppare la teoria immaginando per semplicità le correnti parassite localizzate in uno strato periferico sottilissimo dell'asta, in modo che il campo di reazione ad esse dovuto si eserciti uniformemente in tutta la sezione dell'asta. Questo caso si può con tutta l'approssimazione realizzare sperimentalmente, disponendo di un fascio

di fili di ferro sottilissimi entro ad un tubo metallico di nota conduttività.

Supponendo che il flusso non varii da sezione a sezione con estrema rapidità, e che sia piccola la sezione, il campo di reazione si potrà semplicemente calcolare come quello che si avrebbe nell'interno di un solenoide indefinito, le cui spire fossero tutte percorse dalla medesima corrente. Detta i la intensità della corrente che percorre la parete del tubo per ogni unità di lunghezza, si ha per il flusso all'ascissa x :

$$\Phi_x = \mu s \left[-\frac{\partial V}{\partial x} + 4\pi i \right];$$

ed all'ascissa $x + dx$ nell'ipotesi di μ costante:

$$\Phi_{x+dx} = \mu s \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) + 4\pi \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) \right].$$

Mantenendo ancora la ipotesi della proporzionalità tra il flusso disperso ed il potenziale, si ha:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - 4\pi \frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\epsilon}{\mu s} V.$$

Si può eliminare la i osservando che essa è originata dalla f. e. m. che scaturisce dalla variazione del flusso concatenato, e, se r rappresenta la resistenza periferica del tubo per unità di lunghezza, deve valere:

$$i = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

L'equazione differenziale del problema diventa così:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{4\pi\epsilon}{r} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\epsilon}{\mu s} V = 0.$$

Se si annullano le correnti parassite per l'aumento indefinito della resistenza interna, il 2° termine scompare, e la propagazione del potenziale e del flusso è caratterizzata dalla medesima equazione trovata per i flussi eccitati con correnti continue. L'ampiezza del flusso deve decrescere colla stessa legge esponenziale, e la fase rimanere costante in ogni sezione,

Se x non è molto grande, il 2° termine assume una importanza non trascurabile, e modifica il decremento del flusso e ne determina lo spostamento di fase.

Supposta all'origine la variazione periodica del potenziale caratterizzata da una legge sinusoidale di fase nulla:

$$v_0 = V_0 \sin 2\pi n t ,$$

l'integrale della equazione si potrà scrivere nella forma:

$$v_x = V_0 e^{-\beta x} \sin (2\pi n t - \gamma x) .$$

ed una forma analoga vale, quando manca la isteresi e la permeabilità è costante, anche per la variazione del flusso:

$$\phi_x = \Phi_0 e^{-\beta x} \cdot \sin (2\pi n t + \delta - \gamma x) .$$

I valori dei parametri costanti sono rispettivamente dati dalle relazioni:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= -\frac{\gamma}{\beta} ; \\ \beta^2 &= \frac{\epsilon}{2\mu s} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\pi^2 n \mu s}{r} \right)^2} + 1 \right] ; \\ \gamma^2 &= \frac{\epsilon}{2\pi s} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{8\pi^2 n \mu s}{r} \right)^2} - 1 \right] . \end{aligned}$$

Supponendo $n = 0$ ovvero $r = \infty$, si ha semplicemente, come osservammo già:

$$\beta^2 = \frac{\epsilon}{2\mu s} ; \gamma = 0 ; \delta = 0 .$$

Questo primo risultato della teoria, contro le asserzioni di Kühle, è completamente verificato dall'esperienza, come si vede dalla tabella N. II, nella quale si riportano le misure da me eseguite con corrente continua e con corrente alternata della frequenza di 100 periodi sopra un fascio rettilineo di fili di ferro, del diametro di 0,16 mm., lungo 3 m., e magnetizzato al centro da una breve spirale di 342 spire, in modo da provocarne ivi la saturazione quasi completa.

Nella 1ª colonna sono indicate le distanze dal mezzo; nella 2ª le fasi della f. e. m. indotta con la magnetizzazione alter-

nante, rilevate direttamente coll' apparecchio di Joubert; siccome la macchina aveva 6 coppie di poli, le differenze di fase in gradi sessasegimali risultano 6 volte maggiori di quelle osservate al disco. Le due coppie di colonne successive riportano rispettivamente i valori della induzione ed i rapporti rispettivi, misurati con corrente continua mediante il metodo della inversione, e con corrente alternata integrando le curve della f. e. m.

Il valore massimo constatato pel ritardo di fase del flusso è in misura sessasegimale di poco superiore a 3°, laddove nei fasci di fili più grossi e nelle sbarre massiccie di ferro può raggiungere parecchi quadranti. I rapporti misurati tra i valori estremi della induzione in ogni intervallo differiscono in media meno di 2 %. Il calcolo teorico non si è fatto, per la complicazione a cui si è accennato nella valutazione del coefficiente esterno di dispersione.

TABELLA N. II.

x	Fase	Magnet. continua		Magnet. alternata	
		B	$\frac{B}{B'}$	B	$\frac{B}{B'}$
10 cm.	178°10'	15.700	1.67	15.430	1.61
20	178°20'	9.420	1.74	9.580	1.84
30	178°30'	5.400	1.94	5.200	1.78
40	178°40'	2.780	2.28	2.920	2.18
50	178°45'	1.220	2.47	1.340	2.31
60	178°40'	493	2.24	580	2.26
70	178°32'	220	1.96	257	2.04
80	178°28'	112	1.78	126	1.75
90	178°25'	63	1.54	72	1.60
100	178°20'	41	17.62	45	17.37

Proponendomi di verificare anche la 2ª parte delle conclusioni teoriche, io cominciai a constatare nel fascio rettilineo avviluppato da un sottile tubo di ottone un decremento del

flusso considerevolmente più grande, variabile con la distanza e colla permeabilità, ed un ritardo di fase crescente prima linearmente, poi più lentamente sino a raggiungere un massimo, per diminuire nuovamente in seguito, in completa conformità delle osservazioni di Lyle e Baldwin.

Non potendo in questo caso giungere facilmente ad una valutazione quantitativa del coefficiente di dispersione, e dubitando che dal suo modo complicato di variare colla distanza dipendesse almeno in parte la variazione del decremento e della fase, feci ancora ricorso alla disposizione da me escogitata per l'asta, e ripiegai il fascio in due rami paralleli, collocando sul gingo trasversale la spirale magnetizzante.

Il calcolo numerico del coefficiente di dispersione presenta ancora in queste condizioni una piccola incertezza, perchè la massa magnetica è frazionata in fili sottilissimi, ed una riluttanza supplementare si offre al passaggio delle linee magnetiche in direzione trasversale, oltre a quella che esse incontrano nella regione esterna al fascio. Il confronto dei decrementi misurati con corrente continua e con corrente alternata mostra però ancora pel fascio scoperto una concordanza perfetta, ed i ritardi di fase appaiono quasi completamente trascurabili.

Ricoprendo i due rami paralleli del fascio con due tubi metallici, il decremento del flusso eccitato con corrente continua resta naturalmente inalterato, laddove quello con corrente alternata al crescere della frequenza rapidamente si accresce, ed il ritardo di fase assume nel primo tratto valori senza paragone più considerevoli.

Mentre però i valori del decremento, calcolati in base alla teoria, non presentano di fronte a quelli sperimentalmente misurati divergenze sostanziali, i ritardi di fase seguono una legge di variazione sensibilmente diversa, poichè ancora qui come nell'asta rettilinea essi aumentano linearmente nel primo tratto, poi crescono più lentamente fino a raggiungere un massimo, e dopo di questo nuovamente diminuiscono. Al termine dell'asta, dove la grandezza assoluta del flusso e la reazione delle correnti parassite diventano trascurabili, il flusso riprende la stessa fase che esso possiede nel luogo di origine.

Volendo parlare di una velocità di propagazione del flusso periodico nei tronchi successivi, questa apparisce positiva e crescente nel primo tronco, fino a raggiungere l'infinito nella regione che secondo la notazione di Lyle e Baldwin possiamo chiamare *critica*; poi diventa negativa, e ridiscende a valori finiti.

Per un altro fascio, composto di fili di 0,4 mm. di diametro, ed avviluppato colla medesima guaina di ottone, la esistenza del punto critico non apparve egualmente manifesta, perchè la fase del flusso, entro i limiti nei quali era possibile misurarla con sicurezza, andava al crescere della distanza continuamente spostandosi nel medesimo senso, e si accostava maggiormente ai valori che la teoria analitica permette di calcolare. Anhe per esso i decrementi logaritmici del flusso misurati sperimentalmente si accordavano assai bene con quelli desunti dalla teoria, come dimostra la tabella seguente:

TABELLA N. III.

x	B	μ	μ_m	β	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{\text{calc}}$	$\left(\frac{B}{B'}\right)_{\text{mis}}$
10	8870	1000	890	0.1028	2.79	2.43
20	3660	780	605	1058	2.88	2.63
30	1390	430	345	1133	3.10	3.17
40	438	260	233	1219	3.38	3.23
50	135.5	206	196	1269	3.56	3.60
60	37.6	186	184	1290	3.63	4.24
70	8,86	182			19.34	19.29

Le differenze di fase misurate e quelle calcolate sono parimenti riassunte nella tabella seguente, nella quale tutti gli angoli sono riportati in gradi sessasegimali, $\Delta \theta$ rappresenta il ritardo di fase misurato nel tronco, 10γ quello calcolato in base alla formola teorica, e δ la differenza media di fase tra il potenziale magnetico ed il flusso nel medesimo tronco.

TABELLA N. IV.

x	$\Delta \theta$	10τ	δ
10	42°	51°.9	41°.4
20	38°	50.4	39.6
30	32°	47.0	36.0
40	28°	43.7	32.0
50	24°	42.0	30.0
60	22°	41.3	29.1
70			

Della divergenza sostanziale che qui si manifesta fra i valori misurati e quelli previsti in base alla teoria si può forse in parte aver ragione osservando che la permeabilità dell'asta per magnetizzazioni diverse è eminentemente variabile, ed il risultato della teoria, nella quale essa si è per semplicità supposta costante, devono essere affetti da una notevole incertezza; in secondo luogo gli spostamenti di fase coll'apparecchio da me adoperato venivano caratterizzati mediante i punti di incontro delle curve del flusso coll'asse delle ascisse, e per le piccole saturazioni che il ferro possedeva in quelle condizioni momentanee la permeabilità doveva assumere i minimi valori, per i quali appunto lo spostamento di fase teorico prende i valori più bassi.

La ipotesi più probabile tuttavia si è che la isteresi del ferro, trascurata da noi e da tutti gli autori che si occuparono in precedenza del fenomeno, abbia una parte importante nella propagazione magnetica, e precisamente, senza alterare in modo sostanziale le ampiezze dei flussi alle distanze successive, ne modifichi per gradi la fase in una misura che certamente deve essere assai complicata a calcolarsi.

È ben noto difatti che in un circuito magnetico completamente chiuso nel ferro i fenomeni di isteresi si possono molto semplicemente e con sufficiente approssimazione portare in conto ammettendo che esista un determinato ritardo di fase tra la forza magnetizzante ed il flusso di induzione. Il pro-

blema peraltro è qui assai più complesso, poichè le linee di induzione, dopo aver percorso un tratto dell'asta, si chiudono tutte attraverso all'aria, la riluttanza della quale è vinta da una componente della forza magnetica in fase col flusso. Anche ammettendo che la componente necessaria a vincere la riluttanza del ferro presenti di fronte al flusso un anticipo determinato di fase, siccome la proporzione tra l'una e l'altra componente varia per ogni sezione, deve cambiare la fase della forza magnetica risultante in una misura che non è facile di prevedere.

Questo spostamento di fase si riscontra esclusivamente nelle aste o nei fasci di fili, dove la limitata suddivisione della massa, o la presenza di involucri esterni, permette la formazione di correnti parassite, capaci di reagire elettromagneticamente sul ferro, creando un proprio campo di forza il quale si compone col campo delle forze newtoniane dovuto alle masse libere superficiali ed interne. Perciò la teoria di Zenneck si può ritenere esauriente nel caso in cui, per la permanenza del flusso, oppure per la sottilissima laminazione del ferro e la mancanza di continuità in tutte le parti conduttrici, le correnti parassite vengono completamente a mancare. Se correnti indotte si sviluppano nella massa, non è probabilmente possibile di astrarre dalla isteresi magnetica, la quale imprime al fenomeno un carattere notevolmente più complicato.

Come risultato delle attuali ricerche è da segnalare il fatto, che la velocità finita di propagazione del magnetismo nelle aste di ferro, di cui parecchi autori denunciarono valori eminentemente discrepanti, è esclusivamente caratterizzata dalle correnti parassite sviluppate nella massa, ed al cessare di queste essa tende ad assumere valori indefinitamente crescenti.

Anche la disposizione originale dell'asta a rami cilindrici e paralleli si è praticamente dimostrata adatta allo scopo, perchè ha permesso di calcolare in modo assai semplice il coefficiente di dispersione, e di verificare con sufficiente approssimazione, almeno nei casi più semplici, la concordanza numerica dei risultati teorici con quelli dell'esperienza.