Am Schlusse dieser Abhandlung sey es mir erlaubt auszusprechen, daß durch die hier aufgestellte schlichte Ansicht (wenn ich mich nicht irre) die Capillarität, welche den gewöhnlichen hydrostatischen Gesetzen so entgegen zu seyn scheint, und so sehr als Ausnahme von der rationellen Mechanik galt, daß das Kapitel über die capillare Attraction in den Lehrbüchern auf's Gerathewohl hier oder dort angehängt werden konnte, von der capillaren Repulsion aber gar nicht die Rede war, jetzt vielleicht einen consequenten Platz in einem Kapitel der Mechanik einnehmen kann, wo sie als Wirkung einer von der Oberfläche der tropfbaren Flüssigkeiten ausgehenden mechanischen Spannungskraft, die aber die gewöhnliche, durch Wärmerepulsion modificirte moleculare Attraction ist, den Uebergang vom Mechanismus zum Chemismus bilden könnte.

III. *Berechnung und Interpolation der Brechungsverhältnisse nach Cauchy's Dispersionstheorie, und deren Anwendbarkeit auf doppelbrechende Krystalle; von G. Radicke.*

(Schluß von S. 262.)

Die Formel (A) läßt sich benutzen, aus vier, durch Messung bestimmten Werthen von Θ , die übrigen drei zu finden. Es lassen sich nämlich, wenn z. B. Θ_1 , Θ_3 , Θ_5 , Θ_7 für eine Substanz gegeben sind, aus (A) Θ , $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}$ eliminiren, indem man aus derselben Gleichung ableitet:

$$\left. \begin{aligned} \Theta_1 &= \Theta + \mathfrak{U}\beta_1 + \mathfrak{B}\gamma_1 + \mathfrak{B}\delta_1 \\ \Theta_3 &= \Theta + \mathfrak{U}\beta_3 + \mathfrak{B}\gamma_3 + \mathfrak{B}\delta_3 \\ \Theta_5 &= \Theta + \mathfrak{U}\beta_5 + \mathfrak{B}\gamma_5 + \mathfrak{B}\delta_5 \\ \Theta_7 &= \Theta + \mathfrak{U}\beta_7 + \mathfrak{B}\gamma_7 + \mathfrak{B}\delta_7 \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

Aus der ersten dieser Gleichungen, in Verbindung mit (A) zieht man: $\Theta_c - \Theta_1 = \mathfrak{U}(\beta_c - \beta_1) + \mathfrak{B}(\gamma_c - \gamma_1) + \mathfrak{B}(\delta_c - \delta_1)$, und leitet daraus, durch $\beta_c - \beta_1$ dividirend und $\frac{\gamma_c - \gamma_1}{\beta_c - \beta_1} = \gamma'_c$, $\frac{\delta_c - \delta_1}{\beta_c - \beta_1} = \delta'_c$ setzend, her:

$$\frac{\Theta_c - \Theta_1}{\beta_c - \beta_1} = \mathfrak{U} + \mathfrak{B}\gamma'_c + \mathfrak{B}\delta'_c$$

Da deswegen auch $\frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1} = \mathfrak{U} + \mathfrak{B}\gamma'_3 + \mathfrak{B}\delta'_3$ ist, so erhält man durch Subtraction der beiden letzten Gleichungen:

$$\frac{\Theta_c - \Theta_1}{\beta_c - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1} = \mathfrak{B}(\gamma'_c - \gamma'_3) + \mathfrak{B}(\delta'_c - \delta'_3),$$

und wenn man durch $\gamma'_c - \gamma'_3$ dividirt, und

$$\frac{\delta'_c - \delta'_3}{\gamma'_c - \gamma'_3} = \delta''_c$$

setzt:

$$\left(\frac{\Theta_c - \Theta_1}{\beta_c - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1} \right) : \gamma'_c - \gamma'_3 = \mathfrak{B} + \mathfrak{B}\delta''_c.$$

Subtrahirt man von dieser Gleichung wiederum diejenige, welche aus derselben hervorgeht, wenn man $c=5$ setzt, und dividirt durch $\delta''_c - \delta''_5$, so erhält man $\mathfrak{B}$ als bloße Function von δ''_c . Setzt man darin von Neuem $c=7$, so erhält man einen anderen numerischen Werth für $\mathfrak{B}$; beide Werthe von $\mathfrak{B}$ einander gleichgesetzt, geben die Gleichung:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\frac{\Theta_c - \Theta_1}{\beta_c - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1}}{\gamma'_c - \gamma'_3} - \frac{\frac{\Theta_5 - \Theta_1}{\beta_5 - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1}}{\gamma'_5 - \gamma'_3} \right\} : (\delta''_c - \delta''_5) \\ &= \left\{ \frac{\frac{\Theta_7 - \Theta_1}{\beta_7 - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1}}{\gamma'_7 - \gamma'_3} - \frac{\frac{\Theta_5 - \Theta_1}{\beta_5 - \beta_1} - \frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\beta_3 - \beta_1}}{\gamma'_5 - \gamma'_3} \right\} : (\delta''_7 - \delta''_5) \end{aligned}$$

folglich:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \Theta_1 + \frac{\beta_c - \beta_1}{\beta_3 - \beta_1} (\Theta_3 - \Theta_1) \\ &+ \frac{\beta_c - \beta_1}{\beta_5 - \beta_1} \cdot \frac{\gamma'_c - \gamma'_3}{\gamma'_5 - \gamma'_3} \left[\Theta_5 - \Theta_3 - \frac{\beta_5 - \beta_1}{\beta_5 - \beta_1} (\Theta_3 - \Theta_1) \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{\beta_c - \beta_1}{\beta_7 - \beta_1} \cdot \frac{\gamma'_c - \gamma'_3}{\gamma'_7 - \gamma'_3} \cdot \frac{\delta''_c - \delta''_5}{\delta''_7 - \delta''_5} \left\{ \Theta_7 - \Theta_1 - \frac{\beta_7 - \beta_1}{\beta_3 - \beta_1} (\Theta_3 - \Theta_1) \right. \\ \left. - \frac{\beta_7 - \beta_1}{\beta_5 - \beta_1} \cdot \frac{\gamma'_7 - \gamma'_3}{\gamma'_5 - \gamma'_3} \left[\Theta_5 - \Theta_1 - \frac{\beta_5 - \beta_1}{\beta_3 - \beta_1} (\Theta_3 - \Theta_1) \right] \right\}$$

oder, wenn man für die Constanten die numerischen Werthe setzt:

$$\left. \begin{aligned} \Theta_2 &= 0,47743 \Theta_1 + 0,73685 \Theta_3 - 0,24587 \Theta_5 \\ &\quad + 0,03759 \Theta_7 \\ \Theta_4 &= 0,09913 \Theta_1 + 0,16566 \Theta_3 + 0,82448 \Theta_5 \\ &\quad - 0,08927 \Theta_7 \\ \Theta_6 &= -0,15023 \Theta_1 + 0,08584 \Theta_3 + 0,62126 \Theta_5 \\ &\quad + 0,44313 \Theta_7 \end{aligned} \right\} (B)$$

Aus dem Obigen ist klar, daß diese Entwicklungen, bei welchen Cauchy nur einfach brechende Mittel vor Augen hatte, auch für doppelbrechende ein- und zweiaxige Mittel gelten müssen, sobald 1) s^2 sich nach geraden Potenzen von k entwickeln läßt, wie es für die einaxigen Krystalle und für die zweiaxigen des prismatischen Systems, wenigstens für die in der Richtung der Elasticitätsaxen sich bewegenden Strahlen, unbedingt der Fall ist; 2) sobald $a_1, a_2, a_3 \dots$ sich nicht von Farbe zu Farbe in demselben Mittel ändern, wie es wirklich der Fall ist, wenn man nur solche (demselben Mittel angehörige) Strahlen vergleicht, deren Wellen-Ebenen parallel sind; 3) sobald den mit einander verglichenen Strahlen der verschiedenen Mittel gleiche Werthe von s zukommen.

Wenden wir nun die Formeln (B) auf den Kalkspath, Bergkrystall, Arragonit und Topas an. Die Werthe von Θ_a und θ_a , den Rudberg'schen Messungen entnommen, sind in folgender Tafel enthalten, in welcher für die beiden ersten Substanzen der gewöhnliche Strahl durch o , der ungewöhnliche durch e , bezeichnet ist. In Bezug auf die beiden letzten Substanzen ist der geschwindeste (nach dem einen der beiden auf der Ebene der optischen Axe senkrecht stehenden Hauptschnitte po-

larisirte) Strahl mit π , der langsamste (nach dem andern dieser Hauptschnitte polarisirte) Strahl mit μ , und der Strahl von mittlerer Geschwindigkeit, welcher nach der Ebene der optischen Axen polarisirt ist, mit ν überschrieben.

	Bergkrystall.		Kalkspath.	
	$o.$	$e.$	$o.$	$e.$
θ_1	1,54090	1,54990	1,65308	1,48391
θ_2	1,54181	1,55085	1,65452	1,48455
θ_3	1,54418	1,55328	1,65850	1,48635
θ_4	1,54711	1,55631	1,66360	1,48868
θ_5	1,54965	1,55894	1,66802	1,49075
θ_6	1,55425	1,56365	1,67617	1,49453
θ_7	1,55817	1,56772	1,68330	1,49780
Θ_1	2,374373	2,402190	2,732674	2,201988
Θ_2	2,377177	2,405136	2,737436	2,203889
Θ_3	2,384492	2,412678	2,750623	2,209237
Θ_4	2,393550	2,422101	2,767565	2,216168
Θ_5	2,401415	2,430295	2,782291	2,222336
Θ_6	2,415695	2,445003	2,809545	2,233620
Θ_7	2,427893	2,457746	2,833499	2,243405

Arragonit.

	$\pi.$	$\nu.$	$\mu.$
θ_1	1,52749	1,67631	1,68061
θ_2	1,52820	1,67779	1,68203
θ_3	1,53013	1,68157	1,68589
θ_4	1,53264	1,68634	1,69084
θ_5	1,53479	1,69053	1,69515
θ_6	1,53882	1,69836	1,70318
θ_7	1,54226	1,70509	1,71011
Θ_1	2,333226	2,810014	2,824451
Θ_2	2,335395	2,814979	2,829224
Θ_3	2,341297	2,827678	2,842225
Θ_4	2,348987	2,843742	2,858938
Θ_5	2,355580	2,857892	2,873533
Θ_6	2,367967	2,884427	2,900821
Θ_7	2,378565	2,907332	2,924475

T o p a s.

	π .	ν .	μ .
θ_1	1,60840	1,61049	1,61792
θ_2	1,60935	1,61144	1,61880
θ_3	1,61161	1,61375	1,62109
θ_4	1,61452	1,61668	1,62408
θ_5	1,61701	1,61914	1,62652
θ_6	1,62154	1,62365	1,63123
θ_7	1,62539	1,62745	1,63506
Θ_1	2,586951	2,593678	2,617633
Θ_2	2,590007	2,596734	2,620513
Θ_3	2,597287	2,604190	2,627932
Θ_4	2,606674	2,613655	2,637630
Θ_5	2,614721	2,621615	2,645567
Θ_6	2,629395	2,636257	2,660911
Θ_7	2,641893	2,648594	2,673423

Die folgende Tafel enthält die aus den Werthen von $\Theta_1, \Theta_3, \Theta_5, \Theta_7$ mittelst der Gleichungen (B) berechneten Werthe von $\Theta_2, \Theta_4, \Theta_6, \theta_2, \theta_4, \theta_6$. Die mit D bezeichnete Spalte enthält die Abweichungen von den Beobachtungen:

B e r g k r y s t a l l.

	o .	D .	e .	D .
Θ_2	2,377175	+ 2	2,405070	+ 66
Θ_4	2,393575	-25	2,422149	- 48
Θ_6	2,415763	-68	2,445173	-170
θ_2	1,54181	0	1,55083	+ 2
θ_4	1,54712	- 1	1,55632	- 1
θ_6	1,55428	- 3	1,56370	- 5

K a l k s p a t h.

	o .	D .	e .	D .
Θ_2	2,737458	- 22	2,203835	+ 34
Θ_4	2,767564	+ 1	2,216276	-108
Θ_6	2,809722	-177	2,233609	+ 11
θ_2	1,65452	0	1,48454	+ 1
θ_4	1,66360	0	1,48871	- 3
θ_6	1,67622	- 5	1,49453	0

A r r a g o n i t.

	π .	D .	ν .	D .	μ .	D
Θ_2	2,335354	+ 39	2,814885	+ 94	2,829207	+ 17
Θ_3	2,318959	+ 26	2,813737	+ 5	2,858944	— 6
Θ_6	2,367902	+ 65	2,884404	+ 23	2,900798	+ 23
θ_2	1,52819	+ 1	1,67779	+ 3	1,68203	0
θ_4	1,53264	0	1,68634	0	1,69084	0
θ_6	1,53880	+ 2	1,69836	0	1,70318	0

T o p a s.

	π .	D .	ν .	D .	μ .	D
Θ_2	2,589775	+ 232	2,596590	+ 144	2,620420	+ 93
Θ_3	2,606661	+ 10	2,613561	+ 94	2,637399	+ 231
Θ_6	2,629438	— 43	2,636277	— 20	2,660599	+ 312
θ_2	1,60928	+ 7	1,61139	+ 5	1,61877	+ 3
θ_4	1,61452	0	1,61665	+ 3	1,62401	+ 7
θ_6	1,62155	— 1	1,62366	— 1	1,63113	+ 10

Vergleichen wir die zu den Werthen von Θ gehörigen Differenzen in den mit D überzeichneten Spalten mit der Differenz, auf welche die größten Unterschiede in den Fraunhofer'schen Messungen führen, d. h. mit 0,000159, so finden wir unter den 30 vorstehenden Werthen nur fünf, welche dieses Maafs übersteigen, und unter diesen nur drei, bei welchen die Abweichung erheblicher ist, ohne jedoch das Doppelte zu erreichen. Uebrigens gehören diese letzteren gerade dem Topase an (den Strahlen π , Θ_2 ; μ , Θ_4 ; μ , Θ_6), für welchen von Rudberg nur *eine* Reihe Messungen angestellt ist. Ueberdies ist bei den Messungen Rudberg's die Fehlergränze mindestens doppelt so groß als bei denen Fraunhofers.

Zu bemerken ist noch, daß die oben aufgeführten Werthe von Θ nur bis zur 5ten Decimale genau sind, und daß die letzte Stelle nur zur Parallelisirung mit den Cauchy'schen Zahlen mit aufgenommen ist.

Noch genauer stimmend und den Messungen gewiß vorzuziehen, sind die aus der Gleichung (A) gezogenen Werthe von Θ_n .

Die Constanten der Gleichung (A) sind für die in Rede stehenden Substanzen in der folgenden Tafel enthalten: .

	Bergkrystall.		Kalkspath.	
	<i>a.</i>	<i>c.</i>	<i>a.</i>	<i>c.</i>
Θ	2,396371	2,425021	2,773376	2,218663
Π	-0,111782	-0,115960	-0,210413	-0,086742
$\mathfrak{B}$	0,003817	0,003883	0,003822	0,001372
$\mathfrak{B}$	0,000102	0,000003	-0,000549	-0,000321

A r r a g o n i t.

	π .	ν .	μ .
Θ	2,351572	2,849138	2,864809
Π	-0,094791	-0,202676	-0,208800
$\mathfrak{B}$	0,001909	0,003834	0,003565
$\mathfrak{B}$	-0,000180	0,000437	-0,000253

T o p a s.

	π .		μ .
Θ	2,609561	2,616389	2,640515
Π	-0,114651	-0,114598	-0,116708
$\mathfrak{B}$	0,003745	0,004110	0,003751
$\mathfrak{B}$	0,000141	0,000221	0,000146

Die folgende Tafel enthält die mittelst der Gleichung (A) corrigirten Werthe von Θ_a und θ_a :

B e r g k r y s t a l l.

	<i>a.</i>	<i>D.</i>	<i>c.</i>	<i>D.</i>
Θ_1	2,374388	-15	2,402254	-64
Θ_2	2,377184	-7	2,405113	+23
Θ_3	2,384468	+21	2,412643	+35
Θ_4	2,393553	-3	2,422096	+5
Θ_5	2,401398	+17	2,430237	+58
Θ_6	2,415734	-39	2,445102	-99
Θ_7	2,427872	+21	2,457704	+42

	<i>a.</i>	<i>D.</i>	<i>c.</i>	<i>D.</i>
θ_1	1,54090	0	1,54992	- 2
θ_2	1,54181	0	1,55084	+ 1
θ_3	1,54417	+ 1	1,55327	+ 1
θ_4	1,54711	0	1,55631	0
θ_5	1,54965	0	1,55892	+ 2
θ_6	1,55126	- 1	1,56368	- 3
θ_7	1,55816	+ 1	1,56771	+ 1

Kalkspath.

	<i>a.</i>	<i>D.</i>	<i>c.</i>	<i>D.</i>
θ_1	2,732684	+ 10	2,201922	+66
θ_2	2,737483	- 47	2,203869	+20
θ_3	2,750564	+ 59	2,209222	+15
θ_4	2,767538	+ 27	2,216229	-61
θ_5	2,782267	+ 24	2,222301	+35
θ_6	2,809654	-109	2,233606	+14
θ_7	2,833114	+ 85	2,243152	-17
θ_1	1,65308	0	1,45389	+ 1
θ_2	1,65453	- 1	1,48454	+ 1
θ_3	1,65848	+ 2	1,48635	0
θ_4	1,66359	+ 1	1,48870	- 2
θ_5	1,66801	+ 1	1,49074	+ 1
θ_6	1,67620	- 3	1,49453	0
θ_7	1,68328	+ 2	1,49782	- 2

Arragonit.

	$\pi.$	<i>D.</i>	$\nu.$	<i>D.</i>	$\mu.$	<i>D.</i>
θ_1	2,333211	+15	2,810027	-13	2,824437	+14
θ_2	2,335388	+ 7	2,814946	+33	2,829231	- 7
θ_3	2,341324	-27	2,827710	-37	2,842227	- 2
θ_4	2,348969	+16	2,843731	+11	2,858939	- 1
θ_5	2,355606	-26	2,857891	+ 1	2,873512	- 9
θ_6	2,367925	+42	2,884409	+18	2,900801	+17
θ_7	2,378581	-16	2,907352	-20	2,921490	-15
θ_1	1,52749	0	1,67631	0	1,68061	0
θ_2	1,52820	0	1,67778	+ 1	1,68203	0
θ_3	1,53014	- 1	1,68158	- 1	1,68589	0
θ_4	1,53264	0	1,68634	0	1,69084	0
θ_5	1,53480	- 1	1,69053	0	1,69515	0
θ_6	1,53881	+ 1	1,69835	+ 1	1,70318	0
θ_7	1,54226	0	1,70510	- 1	1,71011	0

	π .	D .	ν .	D .	μ .	D .
Θ_1	2,587033	— 82	2,593744	— 66	2,677593	+ 40
Θ_2	2,589900	+ 107	2,596688	+ 46	2,620508	+ 5
Θ_3	2,597350	— 63	2,604248	— 58	2,628081	— 149
Θ_4	2,606635	+ 39	2,613578	+ 77	2,637525	+ 105
Θ_5	2,614678	+ 43	2,621634	— 19	2,645540	+ 27
Θ_6	2,629439	— 44	2,636264	— 7	2,660721	+ 190
Θ_7	2,641917	— 24	2,648574	+ 20	2,673466	— 43
θ_1	1,60842	— 2	1,61050	— 1	1,61790	+ 1
θ_2	1,60932	+ 3	1,61142	+ 2	1,61880	0
θ_3	1,61163	— 2	1,61377	— 2	1,62114	— 5
θ_4	1,61451	+ 1	1,61666	+ 2	1,62405	+ 3
θ_5	1,61700	+ 1	1,61915	— 1	1,62651	+ 1
θ_6	1,62155	— 1	1,62365	0	1,63117	+ 6
θ_7	1,62540	— 1	1,62744	+ 1	1,63507	— 1

Von den 70 Werthen übertrifft also nur einer (nämlich: Topas Θ_6 , μ : bei welchem die Differenz 0,000190 beträgt) die den Fraunhofer'schen Messungen entnommene Gränze der Beobachtungsfehler, d. h. 0,000159, und zwar nur um sehr wenig.

Es ist indeß, wie schon bemerkt worden, diese Gränze bedeutend gröfser anzunehmen ¹⁾, wie sich aus den Rudberg'schen Doppelmessungen ergibt, und wie es sich auch nicht anders erwarten läßt, da bei doppelbrechenden Krystallen die Kanten der zu den Messungen angewendeten Prismen den Elasticitätsaxen parallel seyn müssen, und eine geringe Abweichung von diesem Parallelismus noch Fehler zur Folge haben muß, die von den Messungsfehlern unabhängig sind.

Ferner ist es vielleicht nicht Zufall, daß die gröfsten Differenzen in obiger Tabelle gerade beim Kalkspath und Topas sich finden, für welche Krystalle von Rud-

1) Beim Bergkrystall war nämlich die größte Differenz zwischen den aus den Messungen abgeleiteten Werthe von Θ 0,000310, und beim Arragonit 0,000513.

berg nur einfache Messungen angestellt sind, während die zum Grunde gelegten Brechungsverhältnisse des Bergkrystalls und Arragonits Mittelwerthe aus zwei Messungsreihen sind.

Bei der Vergleichung der Werthe von Θ , ϑ'_c , ϑ''_c , ϑ'''_c , welche, dem Obigen zufolge, eine abnehmende Reihe bilden sollten, fand Cauchy, daß von den der Rechnung unterworfenen Substanzen nur für Terpenthinöl bei zwei Strahlen $\vartheta'''_c > \vartheta''_c$ wurde, und glaubte den Grund darin suchen zu müssen, daß dasselbe zu den doppelbrechenden Substanzen gehöre ¹⁾. Er wiederholte daher die Rechnung, ohne dieselbe zu Hülfe zu ziehen. Da indess die resultirenden Differenzen höchst unbedeutend waren, so glaubte ich mich der Wiederholung der Rechnung für die hier behandelten Substanzen nach der abgeänderten Formel überheben zu dürfen, und füge nur die Constanten der der Form nach unveränderten Gleichung

$$\Theta_c = \Theta + \mathfrak{U}\beta_c + \mathfrak{V}\gamma_c + \mathfrak{W}\delta_c$$

hinzu:

$c =$	β_c	γ_c	δ_c
1.	0,190868	—0,16970	—0,2737
2.	0,168734	—0,08510	0,1688
3.	0,108921	0,07534	0,1612
4.	0,031477	0,17924	—0,0547
5.	—0,038125	0,19999	—0,1698
6.	—0,171613	0,04521	0,0654
7.	—0,290264	—0,24541	0,1064.

1) Mir scheint es wahrscheinlicher, daß der Grund in der anomalen Polarisierungsart des Terpenthinöls liege, und nicht in der doppelbrechenden Kraft im Allgemeinen, da noch nicht bewiesen ist, ob die Elasticität in denselben die Bedingungen a , b , c (S. 249 und 250) erfüllt. Bei den hier betrachteten Krystallen findet wenigstens keine Divergenz der Reihe statt.

woraus sich ergibt:

$$S''\beta_a = -0,138675, \quad S'''\beta_a = -0,368139, \\ S'''\gamma_a = -0,41949.$$

Von den Constanten, die sich nicht mit der Farbe, sondern nur mit dem Mittel ändern, bleibt u wie vorher. $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ müßten noch besonders berechnet werden aus:

$$\mathfrak{B} = u'' - u S''\beta_a \quad \text{und} \quad \mathfrak{B}' = u''' - u S'''\beta_a - \mathfrak{B} S'''\gamma_a.$$

Das hier vorkommende u'' und u''' ist gleichfalls mit dem der vorhergehenden Rechnung identisch, und ist für die obigen Substanzen enthalten in folgender Tafel:

	Bergkrystall.		Kalkspath.	
	$o.$	$e.$	$o.$	$e.$
u''	0,019338	0,019984	0,033039	0,013416
u'''	0,039548	0,040956	0,075197	0,030996

A r r a g o n i t.

	$\pi.$	$\nu.$	$\mu.$
u''	0,015071	0,031976	0,032558
u'''	0,033861	0,073330	0,075014

T o p a s.

	$\pi.$	$\nu.$	$\pi.$
u''	0,010665	0,040675	0,019956
u'''	0,019665	0,040438	0,041434

Außer den bisher erwähnten Methoden zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses enthält der §. 11 in der Cauchy'schen Abhandlung noch eine andere, die indess eine geringere Genauigkeit gewährt. Es wird nämlich bei der Anwendung dieser Methode nöthig, außer den Brechungsverhältnissen noch die Wellenlängen, welche mit weniger Genauigkeit als jene gemessen werden können, der Erfahrung zu entnehmen. Es mag daher

hier nur der von Cauchy eingeschlagene Gang näher angedeutet werden.

Die Tendenz darin ist, zuvörderst in der Gleichung (A), welche sich bei dem geringeren Grade der Genauigkeit, die dabei möglich ist, auf:

$$\Theta_c = \Theta + \mathfrak{U} \beta_c + \mathfrak{B} \gamma_c \dots \dots \dots (C)$$

reducirt, β_c und γ_c durch s zu ersetzen.

Zu diesem Zweck wurde in die Gleichung

$$k'^2 = \theta^2 k^2 = b_1 s^2 + b_2 s^4 + b_3 s^6 + \dots,$$

wo k auf die Luft bezogen ist, für s^2 sein Werth $k^2 \omega^2$, und alsdann $b_1 \omega^2 = a$, $b_2 \omega^4 = b$, $b_3 \omega^6 = c$ gesetzt, so dafs sich ergibt:

$$\theta^2 = a + b s^2 + c s^4 \text{ oder } \Theta_c = a + b s_c^2 + c s_c^4.$$

Aus dieser Gleichung wurde Θ , $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{U}'$, $\mathfrak{U}''$ in a , b , c ausgedrückt, so dafs aus der Gleichung:

$$\Theta_c = a + b s_c^2 + c s_c^4 = \Theta + \mathfrak{U} \beta_c + \mathfrak{B} \gamma_c,$$

durch Gleichsetzung der Coëfficienten von a , b , c , die

Werthe von s_c^n , und daraus mittelst $s = \omega k$ und $s = \frac{2\pi \omega}{l}$

die Werthe von k_c^n , l_c^{-n} gefunden wurden, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} s_c^n &= \frac{1}{n} S s_a^n + \beta_c S' \mathcal{A} s_a^n + \gamma_c S'' \mathcal{A}^2 s_a^n \\ k_c^n &= \frac{1}{n} S k_a^n + \beta_c S' \mathcal{A} k_a^n + \gamma_c S'' \mathcal{A}^2 k_a^n \\ l_c^{-n} &= \frac{1}{n} S l_a^{-n} + \beta_c S' \mathcal{A} l_a^{-n} + \gamma_c S'' \mathcal{A}^2 l_a^{-n} \end{aligned} \right\} (D)$$

wo die Zeichen S , S' , S'' und $\mathcal{A}$ dieselbe Bedeutung in Bezug auf s , k , l haben, in welcher sie in Bezug auf Θ gebraucht wurden. Aus der ersten dieser Gleichungen, indem für n nach einander 2 und 4 gesetzt, und die numerischen Werthe für $S s_a^n$, $S' \mathcal{A} s_a^n$, $S'' \mathcal{A}^2 s_a^n$ substituirt wurden, wurde β_c und γ_c als Function von s_c^2 und s_c^4 wie folgt gefunden:

$$\beta_c = 0,40503 - 0,025988 s_c^2 - 0,0000921 s_c^4$$

$$\gamma_c = -1,2677 + 0,18623 s_c^2 - 0,0059055 s_c^4,$$

welche, in die Gleichung (C) gesetzt, geben:

$$\Theta_c = \Theta + 0,40503 \mathfrak{U} - 1,2677 \mathfrak{B}$$

$$- [0,025988 \mathfrak{U} - 0,18623 \mathfrak{B}] s_c^2 - [0,0000921 \mathfrak{U} + 0,0059055 \mathfrak{B}] s_c^4.$$

Die Coëfficienten der Gleichung.

$$\Theta_c = a + b s_c^2 + c s_c \dots (E)$$

sind daher:

$$a = 0 + 0,40503 \mathfrak{U} - 1,2677 \mathfrak{B}$$

$$b = -0,025988 \mathfrak{U} + 0,18623 \mathfrak{B}$$

$$c = -0,0000921 \mathfrak{U} - 0,0059055 \mathfrak{B}$$

während s_c^n aus (D) zu nehmen ist.

Wie oben aus der Gleichung $\Theta_c = \Theta + \mathfrak{U} \beta_c + \mathfrak{B} \gamma_c + \mathfrak{B} \delta_c$ durch Elimination von Θ , $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}$ 3 Werthe von Θ_c in den übrigen ausgedrückt gefunden wurden, so lassen sich hier durch ganz dasselbe Verfahren aus (C, D) 4 Werthe von Θ_c , s_c , h_c , l_c beziehlich aus den drei andern finden.

Für die Wellenlänge sind die resultirenden Relationen, wenn man l_1 , l_3 , l_6 als gegeben ansieht:

$$l_2^{-2} = 0,65735 l_1^{-2} + 0,36381 l_3^{-2} - 0,02119 l_6^{-2}$$

$$l_4^{-2} = -0,442081 l_1^{-2} + 1,29516 l_3^{-2} + 0,14692 l_6^{-2}$$

$$l_5^{-2} = -0,55325 l_1^{-2} + 1,19070 l_3^{-2} + 0,36255 l_6^{-2}$$

$$l_7^{-2} = 1,09480 l_1^{-2} - 1,83757 l_3^{-2} + 1,74278 l_6^{-2}.$$

Cauchy's Correctionen der Fraunhofer'schen Messungen.

Von Fraunhofer bestimmte Brechungsverhältnisse :

	$B = \theta_1$	$C = \theta_2$	$D = \theta_3$	$E = \theta_4$	$F = \theta_5$	$G = \theta_6$	$H = \theta_7$
Wasser, 1ste Messung	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
- 2te	1,330977	1,331709	1,333577	1,335849	1,337788	1,341261	1,344162
Kalilösung	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpenthinöl	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Kronglas No. 13	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,54684
Kronglas No. 9	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Kronglas Litt. M	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas No. 3	1,602042	1,603800	1,608491	1,614532	1,620012	1,630772	1,640373
Flintglas No. 30	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Flintglas No. 23, 1ste Messung . .	1,626564	1,628451	1,633666	1,640544	1,646780	1,658849	1,669680
- 2te	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686
Flintglas No. 13	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062

In der folgenden Tafel, welche die Correctionen der Werthe von θ'_c oder Θ_c enthält, sind die mit (I) bezeichneten nach der Formel:

$$\Theta_c = \vartheta_c + \vartheta'_c + \vartheta''_c + \vartheta'''_c$$

unter Zuziehung sämtlicher vorstehenden Messungen berechnet, die mit (II) bezeichneten nach der Formel:

$$\theta_c = \Theta + \vartheta'_c + \vartheta''_c + \vartheta'''_c,$$

gleichfalls unter Zuziehung aller dieser Messungen, die mit (III) bezeichneten dagegen sind nach der letzten Formel mit Hülfe der vorstehenden Messungen, ausgenommen derer des Terpenthinöls, berechnet:

	θ_1			θ_2			θ_3			θ_4			θ_5			θ_6			θ_7		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
Wasser	-12	-22	-20	47	41	36	-13	-6	-1	-21	-12	-14	35	36	34	1	-17	-18	-33	-17	-17
Kohlösung	-4	-11	-12	-6	-9	-9	8	13	8	1	7	13	2	3	-2	-12	-23	-20	9	20	20
	24	12	14	-1	-7	-11	-9	-1	-1	-12	-1	-1	-12	-9	-12	33	13	15	-22	-3	-1
Terpen- thinöl	-31	-14					-36	47		58	43		-26	-28		5	31		22	-4	
Kronglas				10	18																
No. 13	31	39	35	-33	-31	-25	-1	-3	-13	-1	-5	4	-33	-35	-39	36	42	48	-2	-9	-9
No. 9	13	-9	-14	-20	-19	-11	61	59	46	-30	-33	-22	41	40	35	-71	-68	-60	32	26	24
Litt. M	1	6	-3	3	6	-21	-11	-14	-38	6	1	19	-8	-8	-16	12	20	31	-4	-13	-17
Flintglas																					
No. 3	-7	6	27	-31	-25	-58	19	11	56	21	8	-25	-13	-14	-2	-25	-5	-30	39	19	31
No. 30	-22	-13	-8	44	49	42	-65	-71	-60	43	35	27	-20	-22	-19	43	58	52	-22	-36	-33
No. 23	-2	2	-7	10	11	25	7	6	-13	-17	-20	-6	18	16	12	-6	-4	7	-11	-15	-20
	39	51	45	16	22	31	26	19	8	-79	-90	-82	42	41	39	13	32	37	-51	-72	-75
No. 13	-8	-44	-56	-40	-59	41	14	37	11	33	66	86	-25	-22	-31	-22	-80	-67	47	103	96

Die entsprechenden Correctionen der Brechungsverhältnisse selbst sind :

	ρ_1			ρ_2			ρ_3			ρ_4			ρ_5			ρ_6			ρ_7		
	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.	I.	II.	III.
Wasser	-4	-8	-8	16	15	14	-5	-2	0	-8	-4	-5	13	13	13	0	-6	-7	-12	-6	6
Kalilösung	-2	-4	-5	-2	-3	-3	3	5	3	0	3	5	1	1	1	-4	-9	-7	3	7	7
Terpen- thinöl	9	4	5	0	-2	-4	-3	0	0	-4	0	0	-4	-3	-4	12	5	5	-8	-1	0
Kronglas	-11	-5		3	6		-12	-16		20	15	1	-9	-9		2	11		7	-1	
No. 13	11	13	11	-11	-10	-8	0	-1	-4	0	-2	-7	-11	-11	-13	12	14	16	-1	-3	-3
No. 9	-4	-3	-5	-7	-6	-4	20	19	15	-10	-11	6	13	13	11	-21	-22	-19	10	8	8
Litt. M	0	2	-1	1	2	7	-4	-4	-12	2	0	-8	-3	-3	-5	4	6	11	-1	-4	-5
Flintglas																					
No. 3	-2	2	8	-10	-8	-18	6	3	17	7	2	8	-4	-4	-1	-8	-2	-9	12	6	9
No. 30	-7	-4	-2	14	15	13	-20	-22	-18	18	11	8	-6	-7	-6	13	18	16	-7	-11	-10
No. 23	-1	1	-2	3	3	8	2	2	-4	-5	-6	-2	5	5	4	-2	-1	2	-3	-4	-6
No. 13	12	16	14	5	7	10	8	6	2	-24	-27	-25	13	12	12	4	10	11	-16	-22	-22
	-2	-14	-17	-12	-18	-13	4	11	3	10	20	26	-8	7	-9	-7	-24	-20	14	31	29

Die, nach Spalte (III) corrigirten Brechungsverhältnisse bei Vereinigung der Doppelreihen für Wasser und Flintglas No. 23 zum arithmetischen Mittel sind:

	Wasser.	Kalilösung.	Kronglas			Lit. M.	No. 3.	Flintglas		
			No. 13.	No. 9.	No. 13.			No. 30.	No. 23.	No. 13.
θ_1	1,330963	1,399624	1,524301	1,525837	1,554775	1,602034	1,623572	1,626574	1,627766	
θ_2	1,331705	1,400519	1,525307	1,526853	1,555926	1,603818	1,625464	1,628451	1,629694	
θ_3	1,333576	1,402805	1,527966	1,529572	1,559087	1,608477	1,630603	1,633668	1,635033	
θ_4	1,335850	1,405632	1,531371	1,533012	1,563146	1,614540	1,637348	1,640533	1,641998	
θ_5	1,337796	1,408086	1,534350	1,536041	1,566746	1,620043	1,643472	1,646760	1,648269	
θ_6	1,341285	1,412574	1,539892	1,541676	1,573524	1,630781	1,655390	1,658842	1,660305	
θ_7	1,344169	1,416368	1,544687	1,546558	1,579475	1,640364	1,666082	1,669697	1,671033	