26. Zur Relativdynamik des homogenen Körpers; von K. Schaposchnikow.

In diesen Zeilen möchte ich auf den Widerspruch aufmerksam machen, der zwischen der Planckschen¹⁾ und der Laueschen²⁾ Dynamik vorhanden ist. Hr. Planck betrachtet den im System $K^3)$ homogenen Körper, dessen Zustand eine Funktion der drei Veränderlichen: des Druckes p , des Volumens v und der Geschwindigkeit q ist. Aus der Tatsache, daß der Körper im System K räumlich homogen ist, folgt die Möglichkeit, das Energieprinzip durch die Gleichung⁴⁾:

$$(1) \quad dE = q dG - p dv + T dS$$

auszudrücken, wobei E die Energie des ganzen Körpers ist. Das erste Glied der rechten Seite stellt die Translationsarbeit, das zweite die Kompressionsarbeit und das dritte die zugeführte Wärme dar.

Als die Grundgleichung seiner Dynamik nimmt Hr. Laue folgende Formel an:

$$(2) \quad F = - \Delta i v T.$$

Dabei ist F ein Vierervektor und T ein Welttensor. Nach Hrn. Laue ist es möglich, allein auf dieser Gleichung die Dynamik zu begründen (p. 175). Daraus folgt, daß diese Gleichung die Plancksche Dynamik in sich einschließen muß. Aus der Tatsache, daß die Energiedichte w und Impulsdichte g des Körpers sich als Tensorkomponenten transformieren, folgert Hr. Laue seine allgemeinen Formeln XXVIIIa. Zu dem Fall

$$p_{xx}^0 = p_{yy}^0 = p_{zz}^0 = p^0$$

übergehend, bekommt Hr. Laue die Gleichungen

$$(3) \quad E = \frac{c^2 E^0 + q^2 p^0 v^0}{\sqrt{c^2 - q^2}}, \quad G = \frac{q (E^0 + p^0 v^0)}{c \sqrt{c^2 - q^2}},$$

die er als Plancksche Gleichungen bezeichnet (p. 186).

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 26. p. 1. 1908.

2) M. Laue, Das Relativitätsprinzip VII. Braunschweig 1913.

3) Das System, in dem der betrachtete Körper die Geschwindigkeit q hat.

4) M. Planck, l. c. Formel (11).

Der oben erwähnte Widerspruch besteht in folgendem:

Bei der Ableitung der Gleichungen (3) nimmt Hr. Laue an, daß p^0 der im System K^0) gemessene Druck ist und setzt voraus, daß er räumlich konstant ist. Hr. Planck dagegen nimmt an, daß der Druck p im System K räumlich konstant ist. Es ist unmöglich, diese zwei Behauptungen zu versöhnen; nämlich aus folgenden Gründen: Hr. Laue hat selbst darauf aufmerksam gemacht²⁾, daß, wenn der Druck p^0 im System K^0 räumlich konstant ist, aber zeitlich variabel, muß im System K das Druckgefälle stattfinden und umgekehrt. Also wenn p^0 im System K^0 räumlich konstant und der Körper homogen ist, muß p im System K nicht räumlich konstant, und der Körper nicht homogen sein.

Besonders klar zutage tritt der Unterschied zwischen beiden Auffassungen in der Formulierung des Energieprinzips: wie schon erwähnt wurde, ist es möglich bei der Homogenität des Körpers im System K (M. Planck) die Energiegleichung (1) zu behalten. Angenommen aber, daß der Körper im System K^0 homogen ist (M. Laue), geht die Möglichkeit verloren, ihn als homogen im System K zu betrachten, und daher muß man auf die Formulierung des Energieprinzips durch die Gleichung (1) verzichten.

Anhang.

Der Widerspruch wird nicht beseitigt, wenn man in der Laueschen Dynamik den Planckschen Standpunkt annimmt, daß der Körper im System K homogen ist. Die Gleichung (2) auf die vierte Komponente angewandt, lautet wie folgt:³⁾

$$U = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i}{c} \mathfrak{S}_x \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{i}{c} \mathfrak{S}_y \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{i}{c} \mathfrak{S}_z \right) - \frac{\partial(-w)}{\partial u} \quad u = ict.$$

Weil der Körper im System K homogen angenommen ist, muß $\mathfrak{S}$, wie jede andere Zustandsgröße, räumlich konstant sein; es bleibt also:

$$U = + \frac{\partial w}{\partial u} = - \frac{i}{c} \frac{\partial w}{\partial t}.$$

1) Das System, in dem der Körper ruht.

2) M. Laue, Phys. Zeitschr. 14. p. 210. 1913.

3) M. Laue, Das Relativitätsprinzip p. 182.

Oder, weil w eine Funktion der Zeit, nicht der Koordinatenachsen (x, y, z) ist:

$$(4) \quad U = - \frac{i}{c} \frac{dw}{dt}.$$

Den Ausdruck für U hat Hr. Laue neulich gegeben.¹⁾ Auf meine briefliche Mitteilung, daß die Plancksche Transformationsformel für die Kraft²⁾ nicht richtig in seinem Buche erklärt ist, nahm Herr Laue folgenden Ausdruck³⁾ für die vierte Komponente des Vierervektors F an:

$$(5) \quad U = - \frac{i}{c v} \left[(q \mathfrak{R}) + R + v \frac{dp}{dt} \right],$$

wo $(q \mathfrak{R}) = q \frac{dG}{dt}$ (vgl. Gleichung (1)) die Translationsarbeit, $R = T \frac{dS}{dt}$ die zugeführte Wärme ist. Dadurch wird die Transformationsformel in der Tat befriedigt. Aber aus den Gleichungen (4) und (5) ergibt sich:

$$v \frac{dw}{dt} = (q \mathfrak{R}) + R + v \frac{dp}{dt},$$

was der Planckschen Energiegleichung (1) widerspricht.

München, Ende Juli 1913.

1) M. Laue, Physik. Zeitschr. 14. p. 210. 1913.

2) M. Planck, l. c. Formel (32).

3) Für die vierte Komponente der Minkowskyschen Kraft gibt Hr. Laue:

$$P_u = \frac{i}{c} \frac{(q \mathfrak{R}) + R + v \frac{dp}{dt}}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Für die vierte Komponente der Kraftdichte folgt hieraus:

$$\frac{i}{c v} \left[(q \mathfrak{R}) + R + v \frac{dp}{dt} \right],$$

was sich nur durch das Vorzeichen von der Größe (5) unterscheidet. Dieser Unterschied im Vorzeichen hat seinen Grund darin, daß F in (2) die innere Kraft, dagegen P_u die Komponente der äußeren Kraft ist.

(Eingegangen 1. August 1913.)