verschiedene elektrische Spannung. Am Ende *B* desselben müßte daher mehr freie positive Elektricität seyn, als bei *A*, die sich durch zwei Zweige der Leitung, nämlich den Multiplicatordraht und die Substanz des Diaphragmas, ausgleicht. Ebenso müßte dann aber auch bei *B* mehr negative Elektricität seyn, und diese würde in derselben Richtung den Multiplicator und das Diaphragma durchfließen, wie die positive Elektricität, d. h. beide Ströme würden sich compensiren.

Ich glaube also nicht, daß man die bei diesen elektrischen Strömen auftretenden Erscheinungen erklären kann, wenn die Molecüle des Diaphragmas ebenfalls elektrisch vorausgesetzt werden.

Die Versuche, welche über die Abhängigkeit dieser elektrischen Ströme von der Substanz des Diaphragmas und der durchgepreßten Flüssigkeit entscheiden und die zur Erklärung derselben zu führen scheinen, werde ich veröffentlichen, sobald dieselben in größerer Anzahl vorliegen.

Berlin im März 1859.

II. *Zur Bestimmung der Brechungsverhältnisse; von Dr. H. Zinken, genannt Sommer.*

Die erste Methode, Brechungsindices zu bestimmen, rührt von Descartes her. Sie ist, wie später nur noch die Methode, durch Messung der Vereinigungsweiten bei bekannten Dimensionen einer Linse deren Brechungsindices zu bestimmen, auf Längenmessungen basirt. Man hat dann, den präciser ausführbaren Winkelmessungen den Vorzug gebend, andere Wege eingeschlagen, unter Zugrundelegung der verschiedensten Messungsprincipien. Die gebräuchlichste Bestimmung ist die durch Messung des Winkels, um welchen

ein einfallender Strahl durch den vorliegenden, prismatisch geformten Körper abgelenkt wird, und zwar gemeiniglich durch Messung des Minimums der Ablenkung, von welcher Beschränkung sich jedoch Dutirou bei einigen Messungen unabhängig machte. Von Hrn. Professor Listing ist außerdem noch die Veröffentlichung einer Methode in Aussicht gestellt, bei welcher der austretende Strahl das Prisma senkrecht gegen dessen letzte Fläche verläßt.

Mit der Ausbildung dieser Methoden, für welche die Entdeckung der Fraunhofer'schen Streifen bahnbrechend war, haben sich seither die größten Physiker beschäftigt. Mehr vereinzelt stehen dagegen andere Verfahrungsarten da, wie die Bestimmungen Wollaston's durch Messung des Gränzwinkels der totalen Reflexion, oder die von Jamin durch Messung des Haupteinfallswinkels der Polarisation.

Im Gegensatze zu allen mir bekannt gewordenen Methoden, bei welchen die zu messenden Winkel an getheilten Kreisen abgelesen wurden, sind die nachfolgenden Blätter einem Versuche gewidmet, die bekannte Methode der Winkelmessung mit Spiegel und Scale auf die Bestimmung der Brechungsindices anzuwenden.

1.

Bei dem Versuche, den Brechungsindex mit Hülfe der in Rede stehenden Art der Winkelmessung zu bestimmen, sind zunächst die Anforderungen an die zu erzielenden Resultate einigen Modificationen zu unterwerfen.

Indem nämlich die genannte Methode nur geeignet ist, verhältnißmäfsig kleine Winkel zu messen, wenn man nicht durch allzugrofse Annäherung des Feruorhrs mit Scale und der spiegelnden Fläche auf einen grofsen Theil der Schärfe der Messung verzichten will, so wird der Schlufs von diesen gemessenen Winkeln auf das verhältnißmäfsig grofse Brechungsverhältnifs ein ziemlich unsicherer und dem berechneten Werthe desselben geht die grofse Schärfe der Messung mehr oder weniger verloren. In der That ergab eine von mir versuchte Methode zur absoluten Bestimmung

der Brechungsindices vermittelt Spiegel und Scale sehr unbefriedigende Resultate. Dieselben ungünstigen Verhältnisse treten ein, wenn man versucht, den Winkel des anzuwendenden Prismas durch diese Art der Winkelmessung zu bestimmen. Ich versuchte eine Methode, vermittelt welcher man den ganzen Prismenwinkel, so zu sagen, aus kleinen, meßbaren Winkeln zusammensetzte. Auch hier ging die Genauigkeit der einzelnen Winkelmessungen der aus ihnen zusammengesetzten Bestimmung des ganzen Prismenwinkels von beiläufig 36° verloren.

Dieser Eigenthümlichkeit der Winkelmessungsmethode, nur kleine Winkel genau messen zu können, entsprechend, wird man sich also von vornherein darauf beschränken müssen, nur Differenzen der Indices, und zwar im Allgemeinen die Differenzen der Indices verschiedener Prismen zu bestimmen. Ein Normalprisma mit sorgfältig und oft gemessenen Indices voraussetzend, wird man die Indices anderer Prismen mit Hülfe dieser zu bestimmen versuchen müssen. Eine Specialisirung dieser allgemeinen Aufgabe ist die zu fordernde Bestimmung der unbekannten Indices eines vorgelegten Prismas vermittelt der, für Strahlen anderer Brechbarkeit schon gemessenen Indices desselben, oder die zu fordernde Bestimmung von Correctionen für die schon gemessenen Indices eines Prismas, indem die plausibelsten Werthe dieser Correctionen aus den Differenzbeobachtungen abzuleiten sind.

In ähnlicher Weise wird es nöthig seyn, den Winkel des Normalprismas als genau gemessen vorauszusetzen, und nur die Bestimmung der Differenzen der Winkel dieses und der zu untersuchenden Prismen zu fordern.

2.

Ich wende mich jetzt zur Aufsuchung der zu Grunde zu legenden Messungsprincipien und unterstelle derselben ein Prisma mit senkrecht gerichteten brechenden Flächen, sowie einen horizontalen, von einem Spalte ausgehenden, das Prisma treffenden Lichtstrahl. Im Gegensatze zu den bisher fast ausschließlich angewandten Bestimmungen des

Ablenkungswinkels des Lichtstrahls durch das Prisma, wird es jetzt naturgemäfs seyn, den aus dem Prisma tretenden Strahl mit der Axe eines festen, mit horizontaler Scale versehenen Fernrohres zusammenfallen zu lassen, andererseits die diesem Fernrohre zugekehrte Prismenfläche als spiegelnde Fläche zu benutzen und den Winkel zu messen, welchen deren Normale mit der Fernrohraxe oder dem mit ihr zusammenfallenden Lichtstrahle macht. Diesen Winkel können wir kurz mit dem Namen Austrittswinkel bezeichnen.

Setzen wir einen in *unveränderlicher* Richtung eintretenden Lichtstrahl voraus, welcher durch das Normalprisma gebrochen, in das Fernrohr geht, dann läßt sich aus dem gemessenen Austrittswinkel, dem (für das Normalprisma) bekannten Index des Strahles und dem bekannten Prismenwinkel durch Verfolgung der einzelnen Brechungen die Neigung des eintretenden Lichtstrahles gegen den austretenden, welcher mit der Fernrohraxe zusammenfällt, also der Ablenkungswinkel, berechnen.

Dieselbe Richtung des austretenden Strahles wird man aber auch erhalten können, wenn man denselben eintretenden Strahl durch das zu untersuchende Prisma (mit ebenfalls senkrecht gerichteten brechenden Flächen vorausgesetzt) brechen läßt, welches freilich dann eine im Allgemeinen andere Stellung einnehmen muß. Eine diesem Zwecke entsprechende Einstellung des zweiten Prismas bei unveränderter Fernrohraxe wird immer möglich seyn, wenn nicht etwa die Fernrohraxe außerhalb des Winkels liegt, welchen die dem Maximum und Minimum der Ablenkung entsprechenden austretenden Strahlen mit einander machen. Den letzteren Fall zu vermeiden, darf der Winkel des zu untersuchenden Prismas von dem des Normalprismas nicht allzusehr verschieden seyn und muß das Fernrohr eine passende Aufstellung erhalten. Die Stellung des zweiten Prismas gegen die Fernrohraxe bestimmt sich aber durch den wieder zu messenden Austrittswinkel; der Prismenwinkel sey durch besondere, der unverändert gebliebene Ab-

lenkungswinkel durch die frühere Messung in Bezug auf das Normalprisma bekannt: es kann somit der Brechungsindex für das zu untersuchende Prisma berechnet werden.

Dies ist im Allgemeinen das von mir zu Grunde gelegte Messungsprincip, welches jedoch folgende Modificationen erleiden muß.

a) Um das Zusammenfallen von Strahlen bestimmter Brechbarkeit mit der Fernrohraxe zu ermöglichen, benutzte ich zu deren Charakterisirung, nach Fraunhofer's Vorgänge, die nach ihm benannten Streifen des Spectrums. Bei richtiger Einstellung eines solchen liegt sein virtuelles Bild in der verlängerten Fernrohraxe, und bei endlicher Entfernung des Spaltes vom Prisma im Allgemeinen auch in endlicher Entfernung vom Fernrohre. Diese Entfernung ist jedoch bei den verschiedenen Prismen, allgemein zu reden, verschieden, und um den Streifen mit größter Deutlichkeit sehen zu können, mußte das Fernrohr auf jede dieser endlichen Entfernungen besonders eingerichtet ¹⁾ werden. Das hierdurch nothwendig gewordene Verschieben des Ocular-Auszugsrohres verändert aber im Allgemeinen die Fernrohraxe und man muß daher auf deren Unveränderlichkeit von vornherein verzichten.

Es liegt ferner die Forderung vor, bei unveränderter Fernrohraxe, also ohne Ocular-Verschiebung, einerseits den in Rede stehenden und eingestellten Streifen, andererseits das von der dem Fernrohre zugekehrten Prismenfläche gespiegelte Scalenbild, behufs der zu machenden Ablesung, deutlich sehen zu können. Da durch diese Forderung eine unendliche Entfernung des Spaltes vom Prisma ²⁾, welche einen unendlich entfernten Stand des Fernrohres zur Folge haben würde, ausgeschlossen ist, so wird es nothwendig,

1) Um die Operation, durch welche ein Object in die Verlängerung der Fernrohraxe gebracht wird, von der zu unterscheiden, durch welche Objecte in gewisser Entfernung zu größter Deutlichkeit gebracht werden, möge die erstere mit »einstellen«, die zweite aber mit »einrichten« bezeichnet werden.

2) Herzustellen durch eine Convexlinse, deren Axe mit dem Strahle, und deren Brennpunkt mit dem Spalt zusammenfallen müßte.

das virtuelle Streifenbild und das Spiegelbild der Scale in endlicher Entfernung zusammenfallen zu lassen, d. h. das Fernrohr mit der Scale vor der letzten Prismenfläche, in der Entfernung des virtuellen Streifenbildes von dieser Fläche aufzustellen. Demgemäß muß das Fernrohr in Bezug auf jedes Prisma eine besondere Stellung erhalten und die Messung der Austrittswinkel für jede Einstellung ergibt dann nur die Stellung der Prismen gegen die resp. Fernrohraxen. Um aber diese Fernrohraxen auf einander reduciren zu können, ist es nöthig, in Bezug auf den Unterschied der Stellung des ersten und zweiten Prismas eine Messung zu machen.

Weist man zu dem Ende bei der zweiten Messung einer Fläche des zu untersuchenden Prismas dieselbe Stellung an, welche die entsprechende Fläche des Normalprismas bei der ersten Messung eingenommen hat und mißt dann die um eine verticale Axe nothwendige Drehung, um den Streifen zur Einstellung zu bringen, mit Hülfe eines zweiten, mit Scale versehenen Fernrohrs (wir nennen dieses: Fernrohr II, das bisher in Rede stehende: Fernrohr I), so kann auch dieser Anforderung Genüge geschehen.

b) Eine andere Modification des Verfahrens erwächst aus der endlichen Entfernung des Spaltes vom Prisma.

Diese veranlaßt nämlich, daß Lichtstrahlen in verschiedenen Richtungen vom Spalt auf das Prisma fallen, und es ist nicht abzusehen, wie es möglich wäre, einem derselben mit, für die Dauer der Messung, fester Richtung zu isoliren.

Dagegen wird es thunlich seyn, die beiden Prismen so aufzustellen, daß die dem Fernrohre I in seinen verschiedenen Stellungen zugewandten Prismenflächen eine gemeinschaftliche senkrechte Linie L (welche sich als Drehungsaxe des den Prismen zur Aufstellung dienenden Instrumentes wird realisiren lassen) haben, und auf diese Linie die Fernrohraxe einzustellen, so daß alle mit der Fernrohraxe zusammenfallenden Strahlen durch diese Linie gegangen seyn müssen. Fallen die brechenden Prismenkanten nicht mit L zusammen, so wird, allgemein zu reden, der eintre-

tende Strahl für beide Messungen nicht derselbe seyn; bei kleinen Entfernungen der Prismenkanten von der Linie L ist jedoch auch die Abweichung der eintretenden Strahlen klein und kann, mit Hülfe jener Entfernungen bestimmt, als Correction in Rechnung gebracht werden.

c) Hierbei ist aber noch Folgendes zu berücksichtigen. Bei Einstellung der Linie L ist das Auszugsrohr weit ausgezogen. Es muß aber bei der Einstellung auf den Streifen und die Scale wieder eingezogen werden, und nach dieser Einschiebung wird die Fernrohraxe im Allgemeinen auf einen anderen, wenig von L entfernten Punkt, dessen Entfernung $L\Delta k$ heißen möge, gerichtet seyn, und von diesem aus werden nun alle mit der Fernrohraxe zusammenfallenden Strahlen in das Fernrohr gelangen. Diese Correction Δk wird im Allgemeinen für jede Stellung des Fernrohrs eine andere seyn, kann aber, wie gezeigt werden soll, bestimmt und dann in Rechnung gebracht werden.

3.

Zur Aufstellung des Prismas stand mir ein nach dem Principe des Hrn. Professors Listing (s. Einleitung) von Hrn. Inspector Meyerstein ausgeführtes Instrument zu Gebote ¹⁾. Da Hr. Professor Listing eine Mittheilung über dieses Instrument in Aussicht gestellt hat, so wird es genügen, wenn ich die mir wesentlichen Theile desselben hier in aller Kürze bespreche.

Eine gußeiserne senkrechte Hülse ruht mittelst dreier Füße mit Stellschrauben auf einem Stative. Eine senkrechte stählerne Axe, unten in eine Spitze auslaufend, ist in ihr drehbar und trägt eine größere runde Messingplatte P als Tisch. Von der Hülse geht ein Arm aus und trägt eine Mikrometerschraube M , verbunden mit einer Stellschraube S , letztere zum Festhalten des Messingtisches P , erstere zur Bewirkung feiner Drehungen desselben.

In der oben erwähnten Axe ist wieder eine kleinere senkrechte stählerne Axe drehbar, welche eine kleinere Messingplatte p als Tisch trägt. Diese kann festgehalten

1) Beschrieben in diesen Ann Bd. 98, S. 91 u. ff.

werden durch eine Stellschraube s und zu feinen Drehungen veranlaßt werden durch eine Mikrometerschraube M , diese letzteren in Verbindung mit dem Messingtische P .

Diese Einrichtung gestattet ersichtlich eine Drehung von p , unabhängig von P , während jede Drehung P offenbar eine entsprechende Drehung von p nach sich zieht. Leider war der bei meiner Methode vorliegenden Forderung des Coincidirens beider Drehungsaxen nicht mit aller Schärfe entsprochen; es waren auch keine Vorrichtungen zu etwaigen dahinzielenden Correctionen angebracht.

Der Messingtisch p trägt eine geschwärzte Messingscheibe q auf drei durch letztere hindurch gehenden Schrauben (1), (2), (3) und diese dient zur Aufstellung des Prismas. Auf der Scheibe q befindet sich eine niedrige geschwärzte Messingleiste, deren eine Seite einen Durchmesser der Scheibe bildet und einer Fläche des Prismas einen Anhalt gewähren kann. In der Richtung dieses Durchmessers befindet sich die Drehungsaxe der Schraube (1) in der Nähe der Peripherie; die anderen Schrauben, (2) und (3), bilden mit dieser ein gleichseitiges, der Drehungsaxe des Instruments concentrisches Dreieck.

Ein von der gußeisernen Hülse ausgehender Arm trägt ein horizontales mit Illuminatoreinrichtung versehenes Fernrohr (Fernrohr III), welches in der Höhe des auf dem Tischen q befindlichen Prismas auf die Drehungsaxe eingestellt und in Bezug auf die Horizontalität seiner Axe corrigirt werden kann, indem es auf einem stählernen mit zwei Zug- und einem Druckschraubchen versehenen Bügel ruht. Sein Fadenkreuz besteht aus einem horizontalen und zwei wenig von einander entfernten verticalen Fäden.

Das zum Messen der Austrittswinkel verwandte Fernrohr I ist ein bei den erdmagnetischen Termin-Beobachtungen gebräuchliches, mit horizontaler und verticaler Drehungsaxe. Anstatt des Kreuzungspunktes seines einfachen Fadenkreuzes benutzte ich zum Einstellen und Ablesen ein seitwärts auf dem Horizontalfaden befindliches, einen zarten Höcker bildendes Stäubchen. In der Verlängerung der

horizontalen Drehungsaxe des Fernrohrs war auf jeder Seite desselben senkrecht gegen die optische Axe eine Scale von 0,5 Meter Länge, in Millimeter getheilt, angebracht.

In Bezug auf dieses Fernrohr machte ich folgende Constanten-Bestimmungen:

a) Aus directen Beobachtungen wurde eine Tabelle berechnet, welche einerseits die Entfernungen gesehener Gegenstände von der Scale, andererseits die zu deren deutlichem Sehen nöthige Ausziehung des Ocular-Auszugrohres enthält, und zwar betrug die größte Entfernung der zu sehenden Gegenstände das Doppelte der größten erforderlichen Entfernung des Fernrohrs I vom Prisma.

b) Für jede erforderliche Stellung des Fernrohrs I wurde die Correction Δk (siehe Artikel 2 sub c) bestimmt. Dies steht in directem Verhältniß zu der Horizontalprojection α des Winkels, um welchen die Richtung der optischen Axe des Fernrohrs verändert wird, wenn man einerseits auf die Entfernung der Drehungsaxe des Instruments, andererseits durch Verschiebung des Auszugrohres auf deutliches Sehen des Scalenbildes einrichtet, welches in einem die Drehungsaxe des Instruments enthaltenden Spiegel erscheint. Dieser Winkel α ist nämlich, in Theilen des Halbmessers ausgedrückt,

$$= \frac{\Delta k}{r},$$

wenn r die Entfernung des Fernrohrs von der Drehungsaxe, und seine Bestimmung wurde gewonnen, indem ich einerseits durch Ablesungen an einem, die Drehungsaxe des Instruments enthaltenden, senkrecht gegen die Fernrohraxe gerichteten Millimeterstabe den Stand der Fernrohraxe in der gewöhnlichen, dann aber in einer durch Umlegung des Fernrohrs in seinen Lagern um 180° gedrehten Lage erhielt, andererseits aber dieselben Ablesungen bei Einrichtung des Auszugrohres auf das gespiegelte Scalenbild machte. Die Differenzen dieser Ablesungen seyen a und b für die erste und zweite Beobachtung. Es wurde dabei der unverrückte Stand der Axenlager controlirt, indem das Fernrohr

in seine ursprüngliche Lage durch abermaliges Umlegen in seinen Axenlagern zurückgeführt wurde, wo sich dann die ursprüngliche Ablesung wieder ergeben mußte.

Diesen Beobachtungen wurde für jeden Stand des Fernrohrs I der Winkel α

$$= \frac{1}{2r} \left(\frac{b}{2} - a \right)$$

oder auch direct die horizontale Verrückung Δk

$$= \frac{r}{2} \left(\frac{b}{2} - a \right)$$

des Punktes entnommen, auf welchen die Fernrohraxe vor und nach Einschiebung des Auszugrohres, behufs deutlichen Sehens der Drehungsaxe des Instruments und der dort gespiegelten Scale, gerichtet ist; und zwar ist Δk hier positiv oder negativ, je nachdem es der Kante des Prismas ab- oder zugewendet ist, wenn das letztere in der später erörterten Weise aufgestellt. Die in Rede stehende Gröfse ist für alle Stellungen des Fernrohrs I zu bestimmen, mögen sich diese auf das Normal- oder das zu untersuchende Prisma beziehen; in letzterem Falle soll dieselbe aber mit ΔK anstatt mit Δk bezeichnet werden.

Da über das Fernrohr II nichts Besonderes zu bemerken ist, so wende ich mich zur Beschreibung der Aufstellung des Instruments und der Fernröhre.

4.

Die Versuche wurden im physikalischen Institute zu Göttingen, im Saale des Hrn. Prof. Listing ausgeführt.

Ein Heliostat beleuchtet dort einen im Fensterladen angebrachten Spalt von veränderlicher Oeffnung, welcher durch Visiren nach einer Mire in verticale Stellung gebracht wird. In beiläufig 0,9 Meter Entfernung von diesem ist das Instrument so aufgestellt, dafs das Prisma die Höhe des Spaltes über dem Fußboden erhält und sein Stativ auf einer in den Fußboden eingelassenen Steinplatte ruht. Das Fernrohr I wurde in gleicher Höhe auf das Prisma gerichtet und in 4 bis 5 Meter Entfernung von demselben so aufgestellt, dafs seine Neigung gegen den einfal-

lenden Strahl ungefähr 30° betrug. Ihm konnte indess keine feste Stellung auf einer Steinplatte angewiesen werden, so dafs die durch den ab- und zutretenden Beobachter veranlafsten Schwankungen des Fußbodens nicht ohne Einfluß auf seine Axe blieben. So wurde auch in dieser Beziehung die Aufstellung des Fernrohres II nothwendig, um die verschiedenen Stellungen der Axe des Fernrohres I auf einander zu reduciren. Bei dieser Einrichtung war dann nur zu fordern, dafs der Beobachter für die Dauer der Einstellung eines Streifens und der Ablesung des ihm entsprechenden Scalenstandes Platz und Stellung nicht wechsele, um der unveränderten Richtung der Axe, welche auferdem durch Prüfung der Einstellung des Streifens nach gemachter Ablesung, bei unverändertem Stande des Beobachters, zu controliren ist, versichert zu seyn.

Dagegen konnte das Fernrohr II den für dasselbe zu fordernden festen Stand, mit seinem Stative auf einer Steinplatte, in beiläufig 4 Meter Entfernung vom Instrumente finden. Seine horizontale Scale von 1 Meter Länge wurde beobachtet in einem kleinen Spiegel, auf dem Messingtische *P* aufgestellt, dessen Drehungen hier also gemessen werden konnten.

5.

Das Prisma, in Bezug auf welches wir eine geeignete Stellung für das Fernrohr I aufzusuchen haben, soll um eine verticale Axe drehbar und mit senkrechten brechenden Flächen vorausgesetzt werden. Wie diese Aufstellung zu effectuiren, ist im Art. 6 erörtert. Das Fernrohr I wird beiläufig auf das Prisma gerichtet und seine Scalen in Bezug auf ihre Horizontalität corrigirt. Es muß auferdem schon so orientirt seyn, dafs die zu messenden Austrittswinkel, welche natürlich positiv und negativ seyn können, und im Sinne der täglichen scheinbaren Bewegung des Himmelsgewölbes als wachsend angenommen werden sollen, weder zu groß, noch zu klein werden; die erstere Beschränkung ist durch die Kürze der Scalen, die letztere durch das zwischen beiden Scalen liegende Fernrohr geboten.

Das Prisma wird nun gedreht, bis der austretende Strahl in das Fernrohr fällt, der in Rede stehende Streifen des Spectrums wird durch Verschiebung des Ocular-Auszuges zu größter Deutlichkeit gebracht, und die, diesem Auszuge entsprechende Entfernung a des Streifens, der erwähnten Tabelle (Art. 3, sub a) entnommen. Im Falle, daß die gespiegelte Scale noch nicht deutlich zu sehen ist, wird das Prisma bei abgesperstem Sonnenstrahl auf diese eingerichtet, und die, dem erforderlichen Auszuge entsprechende Entfernung b des Scalenbildes auch aus der Tabelle abgelesen. Bezeichnet k die Entfernung des Streifens hinter der, dem Fernrohre zugekehrten Prismenfläche und r die Entfernung der letzteren von der Scala, so haben wir

$$\begin{aligned} a &= r + k \\ b &= 2r \end{aligned}$$

Die Entfernung des Fernrohrs von der Drehungsaxe des Prismas erhalte nun einen Zuwachs Δr , seine optische Axe bleibe aber dieselbe, d. h. der vom Streifen entsendete Strahl falle wieder mit dieser zusammen: dann wird, da die Stellung des Prismas und des einfallenden Strahles, also auch k , unverändert geblieben,

$$\begin{aligned} a + \Delta a &= r + \Delta r + k \\ b + \Delta b &= 2r + 2\Delta r \end{aligned}$$

Soll nun die Verrückung des Fernrohres um Δr das gleich deutliche Sehen von Streifen- und Scalen-Bild bewirken, so ist Δr so zu wählen, daß

$$a + \Delta a = b + \Delta b,$$

oder es muß

$$\Delta r = k - r = a - b$$

genommen werden.

Da hier Δr durch Messung der verhältnißmäßsigen kleinen Auszugsdifferenzen gewonnen, so wird die erhaltene Bestimmung des Fernrohrstandes noch kleiner Correctionen bedürfen, welche indessen immer auf dem Stative des Fernrohrs durch Probiren ausführbar bleiben. Die so gewonnenen Stellungen konnten auf Fußboden und Stativ mar-

kirt, und nach Entfernung des Fernrohrs mit hinreichender Genauigkeit wieder aufgefunden werden.

Obgleich im Allgemeinen für jeden Streifen des Spectrums eine besondere Einrichtung und somit eine besondere Stellung des Fernrohrs zu fordern wäre, so werden doch in den meisten Fällen, wenn das Fernrohr auf einen der mittleren Streifen, z. B. *E*, eingerichtet ist, die anderen auch die zum Einstellen nöthige Deutlichkeit besitzen und es wird demnach meistens genügen, eine für das Fernrohr passende Stellung nur in Bezug auf einen der mittleren Streifen aufzusuchen.

6.

Es sollen in diesem Artikel alle Operationen und Messungen angegeben werden, welche den Verlauf zweier vollständigen, zusammengehörigen Beobachtungsreihen ausmachen.

Mit einer auf der Messingplatte *p* aufgesetzten Röhrenlibelle werden die, nahezu zusammenfallenden Drehungsaxen des Instruments sorgfältig nivellirt, durch Correctionen an den Stellschrauben der Füße der gußeisernen Hülse. Auf der Messingplatte *p*, welche bis jetzt den Teller *q* mit seinen Schrauben noch nicht trägt, wird ein Collimator aufgestellt und durch ihn die, beiläufig auf die Drehungsaxe des Instruments eingestellte, optische Axe des Fernrohrs III genau rechtwinklig gegen die Drehungsaxe und somit genau horizontal corrigirt.

Der Teller *q* und das Normalprisma werden aufgesetzt, das letztere unter Berücksichtigung folgender Umstände: Die eine seiner Flächen wird gegen die diametrale Seite der auf *q* befindlichen Leiste gelehnt und dabei die Oeffnung seines brechenden Winkels der Schraube (I) des Tellers *q* zugewandt, während seine Kante mit der Verlängerung der Drehungsaxe des Instruments möglichst in Coincidenz gebracht wird. Die an die Leiste lehrende Fläche (welche der Kürze halber II, die andere brechende Fläche dagegen I genannt werden soll) wird zuerst vor das Illuminator-Fernrohr, d. h. senkrecht vor dessen Axe geführt und die Horizontalfäden des wirklichen und des von der Pris-

menfläche II gespiegelten Fadenkreuzes dieses Fernrohres werden vermittelst der Schrauben (2) und (3) des Tellers q zur Deckung gebracht; diese Fläche II steht somit vertical. Die Fläche I wird dann vor das Illuminator-Fernrohr geführt und mit alleiniger Hülfe der Schraube (1) in derselben Weise senkrecht gestellt. Da die Drehungsaxe der Schraube (1) theoretisch in der Fläche II des Prismas liegt, so ist theoretisch durch deren Drehung in der senkrechten Stellung dieser Fläche nichts geändert und beide Flächen sind vertical. Es bewirkt jedoch in praxi erst eine Reihe von Correctionen an den Schrauben (1), (2), (3) die geforderte gleichzeitige senkrechte Stellung der beiden brechenden Flächen. Die hier beschriebene Correction der Prismenflächen ist von außerordentlicher Schärfe, braucht jedoch für diese, noch nicht definitive Stellung des Prismas nicht mit aller Sorgfalt ausgeführt zu werden.

Das in erforderlicher Stellung befindliche Fernrohr I wird nun in Bezug auf Horizontalität seiner Scalentheilungen corrigirt; auch seine optische Axe wird in horizontale Lage gebracht durch Einstellung der in gleicher Höhe befindlichen und von der senkrechten Prismenfläche gespiegelten Scalentheile. Das Fernrohr I um seine verticale Axe drehend, wird die optische Axe desselben auf die Prismenkante eingerichtet und eingestellt. Eine Drehung des Prismas mit dem Teller p lehrt dann, ob seine Kante schon mit der Drehungsaxe des Instrumentes zusammenfalle, oder ob es nöthig, das Prisma um ein Geringes längs der Leiste zu verschieben, die Axe des Fernrohres von Neuem darauf einzustellen, und diese Operationen versuchsweise mehrfach zu wiederholen, um endlich der richtigen Einstellung der Fernrohraxe auf die Drehungsaxe des Instruments versichert seyn zu können.

Das Prisma wird auf dem Teller q längs der diametralen Leiste ein wenig verschoben, und zwar seine Entfernung von der Schraube (1) vergrößern, so daß nun die Drehungsaxe in der Fläche II enthalten, von der Kante aber nur um sehr wenige Millimeter entfernt ist. Diese Entfer-

nung ist zu messen und soll mit k bezeichnet werden. In dieser Stellung wird das Prisma wieder in Bezug auf die senkrechte Stellung seiner brechenden Flächen, jetzt aber definitiv und mit höchster Sorgfalt corrigirt.

Durch Drehung des Tellers P wird der, auf demselben befestigte Spiegel vor dem Fernrohre II so orientirt, daß eine, in Bezug auf die zweite Messungsreihe erforderliche Drehung von P möglich, ohne die Scale aus dem Gesichtsfelde zu verlieren. Unter Beibehaltung dieser Stellung für P wird der Teller p gedreht, bis der, durch das Prisma gebrochene Lichtstrahl in das Fernrohr fällt, in welcher Stellung dann die Schrauben S und s fest angezogen werden.

Das wieder auf deutliches Sehen der Streifen und der Scale, durch sehr vorsichtiges Einschieben eingerichtete Fernrohr wird wieder in Bezug auf Horizontalität seiner optischen Axe durch Einstellung der Scalenmitte controlirt. Ein Gehülfe bewegt die Mikrometerschraube M nach Angabe des am Fernrohre befindlichen Beobachters, bis der in Rede stehende Streifen eingestellt ist. Der eintretende Lichtstrahl wird durch einen schwarzen Schirm abgesperrt und bei verdunkeltem Prisma und durch Sonnenlicht erleuchteter Scale die Ablesung gemacht, ohne daß der Beobachter Platz und Stellung verändert. Dann erfolgt die Ablesung am Fernrohr II. So fährt man fort, bis in Bezug auf sämtliche in Frage stehenden Streifen die Messungen gemacht sind.

Die Schraube S wird gelöst, und nachdem man die unverändert gebliebene senkrechte Stellung der Prismenflächen durch das Fernrohr III geprüft, wird eine der beiden Flächen, z. B. die Fläche I vor dasselbe geführt und bei wieder angezogener Schraube S , durch Bewegung der Mikrometerschraube M so eingestellt, daß zwei entgegengesetzte Fäden des direct gesehenen und des gespiegelten verticalen Fadenpaares sich decken und man also nur drei gleich entfernte verticale Fäden im Gesichtsfelde erblickt. Bei unverändert fester Schraube S , also ohne Verrückung der Scheibe P , wird die Schraube s gelöst und die Kante des Prismas wieder in Coincidenz mit der Drehungsaxe gebracht, auf

deren Entfernung das Fernrohr I mit größter Vorsicht wieder eingerichtet wird. Der unveränderte Stand dieses Fernrohrs wird geprüft durch die unveränderte Richtung seiner Axe auf die Drehungsaxe des Instruments.

Das Fernrohr I mit Stativ wird jetzt in die zur zweiten Messungsreihe erforderliche Stellung gebracht und nach selbstverständlicher Correction seiner horizontalen Scalentheilungen auf die, noch durch die Prismenkante repräsentirte Drehungsaxe des Instruments gerichtet und eingestellt. Ist dieß geschehen, so wird das Normalprisma entfernt und das zu untersuchende Prisma aufgestellt. Die brechenden Flächen desselben werden in der früheren Weise durch das Fernrohr III vertical corrigirt, auch der Abstand K der Prismenkante von der Drehungsaxe gemessen, bei welchen Operationen aber die Schraube S fest angezogen bleibt und alle erforderlichen Drehungen nur mit dem Tische p ausgeführt werden. Endlich wird die Fläche I (event. die Fläche II) vor das Fernrohr III geführt und bei fest angezogener Schraube s durch Drehung der Mikrometerschraube m ihr Bild des verticalen Fadenpaares in der frühern Weise neben dem direct gesehenen verticalen Fadenpaare eingestellt. Man kann so versichert seyn, daß die Fläche I (event. die Fläche II) dieses Prismas in Bezug auf den Tisch P ganz dieselbe Stellung einnimmt, wie früher die Fläche I (event. die Fläche II) des Normalprismas.

Die Schraube s bleibt angezogen, die Schraube S wird gelöst und durch Drehung um die Axe des Tisches P wird das Prisma in die zur zweiten Messungsreihe erforderliche Stellung geführt, wo dann der austretende Strahl das Fernrohr trifft, und in der Weise der ersten Messung die Einstellungen der Streifen des Spectrums und die entsprechenden Ablesungen ausgeführt werden. Nach deren Vollendung kann man

die unverändert senkrechte Einstellung der Prismenflächen,
die Einstellung der Fernrohraxe auf die Drehungsaxe,
die normale Einstellung der Axe des Fernrohrs III gegen
die Axe des Instruments,

die unverändert senkrechte Stellung der Axen des Instruments einer Controle unterwerfen.

Es ist außerdem, für jeden Stand des Fernrohrs I, die Entfernung seiner Scale von der spiegelnden Prismenfläche, dann auch die Entfernung der Scale des Fernrohrs II von der zugehörigen Spiegelfläche, und endlich die Entfernung der Drehungsaxe des Instrumentes vom Spalte zu messen.

7.

Die Messung des Winkelunterschiedes des zu untersuchenden und des Normal-Prismas gründet sich auf das Princip, bei senkrechter Stellung der Prismen nach einander zwei entsprechende brechende Flächen derselben zu fixiren und jedesmal den Winkel der Normale der anderen brechenden Fläche gegen die Axe eines festen Fernrohres an der Scale des letzteren abzulesen, bei welchem Verfahren jedoch der Winkelunterschied der Prismen nicht zu beträchtlich seyn darf.

Die im Anfange des vorigen Artikels besprochenen Correctionen des Instrumentes und des Prismas werden auch hier ausgeführt, und eine der verticalen Flächen (z. B. die Fläche I) des Normalprismas, dessen brechende Kante jedoch von der Coincidenz mit der Drehungsaxe unabhängig, wird in der ebendasselbst erörterten Weise in eine feste Stellung gegen die Axe des Illuminatorfernrohres gebracht. An einem mit Scale versehenen Fernrohre, für welches nur die Forderung eines festen Standes und einer horizontalen Scale vorliegt, wird die Horizontalprojection des doppelten Winkels seiner Axe gegen die Normale der Prismenfläche II abgelesen. Bezeichnet ω den Winkel des Normal-, Ω den des zu untersuchenden Prismas, ferner 2δ in Bezug auf das Normalprisma, 2Δ in Bezug auf das zweite Prisma die auf Winkel reducirte Scalablesung, beide im Sinne der täglichen scheinbaren Bewegung des Himmelsgewölbes angenommen, so wird

$$\Omega - \omega = \Delta - \delta.$$

Der in dieser Weise wiederholt gemessene Winkel-

unterschied der von mir benutzten Prismen ergab sich im Mittel als

$$\Omega - \omega = -2^{\circ} 17' 43'', 2.$$

Hrn. Prof. Listing's gütiger Mittheilung verdanke ich den Winkel des Normalprismas

$$\omega = 35^{\circ} 55' 4''$$

und so ergibt sich als Winkel des zu untersuchenden Prismas

$$\Omega = 33^{\circ} 37' 20'', 8.$$

8.

Es möge hier eine Zusammenstellung der den Messungen entnommenen Größen, auf welche die Berechnung fußen soll, Platz finden. Diese sind:

- ψ , der, in Bezug auf das Normalprisma, unter Einstellung eines Streifens mit bekanntem Index n aus der Scalenableitung reducirte Austrittswinkel;
- Ψ , der entsprechende Winkel in Bezug auf das zu untersuchende Prisma gemessen, unter Einstellung eines Streifens, dessen Index N zu berechnen;
- δ , der aus den Scalenableitungen des Fernrohrs II reducirte Winkel, um welche der Tisch P aus der einen Stellung in die andere gedreht;
- h , die Entfernung der Drehungsaxe des Instruments vom Spalte;
- k , K , Δk und ΔK , die in Folge der Modificationen des allgemeinen Principis erforderlichen und in angegebener Weise gemessenen Größen;
- ω , und Ω , die Winkel des Normal- und des zu untersuchenden Prismas.

Unter Voraussetzung desselben einfallenden Strahles bei beiden Messungen werde zunächst ein Näherungswerth für N berechnet. Der austretende Lichtstrahl ist, mit der Fernrohraxe I zusammenfallend, horizontal; da dasselbe auch von den Normalen der brechenden Prismenflächen gilt, so erfolgt die ganze Bewegung des Lichtstrahles in einer Horizontalebene, und der dieser Ebene entsprechende Schnitt des Prismas hat mit dem letzteren gleichen Winkel.

φ und Ψ mögen die Winkel des einfallenden Strahles mit der nach außen gerichteten Normale der Prismenfläche I bei der ersten und zweiten Messung bezeichnen; ebenso φ_1 und Φ_1 , und andererseits ψ_1 und Ψ_1 , die Winkel, welche der in den Prismen verlaufende Strahl mit den entsprechenden, dem Innern des Prismas zugewendeten Normalen der ersten und zweiten Prismenfläche macht. Dann ergiebt die Betrachtung der successiven Brechungen die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi_1 &= \frac{1}{n} \sin \psi \\ \varphi_1 &= \omega + \psi_1 \\ \sin \varphi &= n \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \sin \Psi_1 &= \frac{1}{N} \sin \Psi \\ \Phi_1 &= \Omega + \Psi_1 \\ \sin \Phi &= N \sin \Phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

und aus diesen Gleichungen folgt:

$$\sin \varphi = \sin \psi \cos \omega + \sin \omega \sqrt{n^2 - \sin^2 \psi} \quad (3)$$

$$\sin \Phi = \sin \Psi \cos \Omega + \sin \Omega \sqrt{N^2 - \sin^2 \Psi} \quad (4)$$

Wir unterscheiden folgende Fälle:

- a) In Bezug auf den Messingteller P nimmt die Fläche I bei beiden Messungen dieselbe Stellung ein. Dann ist

$$\Phi = \varphi - \delta \quad (5)$$

und die Substitution dieses Werthes in die aus (4) gefolgerte Gleichung

$$N^2 \sin^2 \Omega = \sin^2 \Phi + \sin^2 \Psi - 2 \sin \Phi \sin \Psi \cos \Omega \quad (6)$$

ergiebt

$$N^2 \sin^2 \Omega = \sin^2 (\varphi - \delta) + \sin^2 \Psi - 2 \sin (\varphi - \delta) \sin \Psi \cos \Omega \quad (7)$$

Die Berechnung dieses Werthes von N auf logarithmisch-trigonometrischen Wege kann geschehen durch Einführung von t und u , wenn diese Größen aus den Gleichungen

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin \Psi}{(\sin \varphi - \delta)} \quad \text{und} \quad \sin^2 u = \cos \Omega \sin 2t$$

bestimmt werden, so dass dann

$$N^2 = \frac{\sin^2 (\varphi - \delta) \cos^2 u}{\sin^2 \Omega \cos^2 t}$$

oder

$$N = \pm \frac{\sin(\varphi - \delta) \cos u}{\sin \Omega \cos t}$$

wird. Für N ist natürlich der absolute Werth dieses Ausdrucks zu nehmen.

b) In Bezug auf die Messingplatte P nehme die Fläche II bei beiden Messungen dieselbe Stellung ein. Dann ist

$$\Phi = \varphi - \delta + \Omega - \omega$$

und bei Substitution dieses Werthes in die Gleichung (6) ergibt sich

$$N^2 \sin^2 \Omega = \sin^2 (\varphi - \delta + \Omega - \omega) + \sin^2 \Psi - 2 \sin (\varphi - \delta + \Omega - \omega) \sin \Psi \cos \Omega.$$

Auch hier läßt sich durch Setzung von

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin \Psi}{\sin (\varphi - \delta + \Omega - \omega)} \text{ und } \sin^2 u = \cos \Omega \sin 2 t,$$

welche Gleichungen

$$N = \pm \frac{\sin (\varphi - \delta + \Omega - \omega) \cos u}{\sin \Omega \cos t}$$

zur Folge haben, die Berechnung von N auf logarithmisch-trigonometrischem Wege bewerkstelligen. Für beide Fälle aber kann φ durch den Verfolg der Gleichung (1) logarithmisch-trigonometrisch berechnet werden.

9.

Den so gewonnenen Näherungswerth von N wollen wir mit N^0 bezeichnen und, seine Correction vorbereitend, die Winkel berechnen, welche in Folge der Modificationen des allgemeinen Messungsprincips der bei jeder Messung eintretende Strahl mit einer festen Linie, also z. B. mit der Verbindungslinie des Spaltes und der Drehungsaxe des Instruments, macht. Diese Winkel nennen wir Θ und ϑ . Bezeichnen dagegen A und a die Winkel des einfallenden Strahles mit einer Geraden, welche durch den Spalt und Punkt geht, in welchem der Strahl das Prisma verläßt; ferner B und b die Winkel, welche diese Linie mit der festen, durch den Spalt und die Drehungsaxe des Instruments gehenden Geraden macht, so haben wir

$$\Theta = A - B$$

$$\vartheta = a - b.$$

Für die Länge x des im Normalprisma verlaufenden Strahles finden wir durch Betrachtung der Dreiecke, welche derselbe einerseits mit der Kante, andererseits mit dem Spalte macht, den Doppelwerth

$$x = \frac{(k + \Delta k) \sin w}{\cos \varphi_1} = \frac{h \sin a}{\sin(\varphi - \varphi_1)}$$

und aus dieser Doppelgleichung ergibt sich

$$\sin a = \frac{k + \Delta k}{h} \sin w \frac{\sin(\varphi - \varphi_1)}{\cos \varphi_1}.$$

Dagegen haben wir durch Betrachtung des Dreieckes, welches Δk mit dem Spalte bildet, die Gleichung

$$h \sin b = \Delta k \cos(\varphi - \omega - a + b)$$

und diese ergibt

$$\operatorname{tg} b = \frac{\Delta k \cos(\varphi - \omega - a)}{h + \Delta k \sin(\varphi - \omega - a)};$$

k und Δk sind im Falle wirklicher Messungen klein gegen h , und wenn wir uns in dieser Beziehung Vernachlässigungen gestatten, haben wir mit hinreichender Genauigkeit:

$$\operatorname{tg} b = \frac{\Delta k}{h} \cos(\varphi - \omega).$$

Bei der Kleinheit von a , b und ϑ können wir auch $\sin$, tg und arc dieser Winkel verwechseln, so daß

$$\vartheta = \frac{k + \Delta k}{h} \sin w \frac{\sin(\varphi - \varphi_1)}{\cos \varphi_1} - \frac{\Delta k}{h} \cos(\varphi - \omega)$$

Analog wird bei der zweiten Messung in Bezug auf das zu untersuchende Prisma:

$$\Theta = \frac{K + \Delta K}{h} \sin \Omega \frac{\sin(\Phi - \Phi_1)}{\cos \Phi_1} - \frac{\Delta K}{h} \cos(\Phi - \Omega)$$

Bei der Kleinheit von Θ wird es auch genügen, wenn in letztere Gleichung für Φ und Φ_1 Näherungswerthe Φ^0 und Φ_1^0 eingesetzt werden, welche mit Hülfe von N^0 aus Ψ zu berechnen sind.

10.

Je nach dem schon früher (Art. 8) unterschiedenen ersten oder zweiten Falle erhalten wir

$$\Phi = \varphi + (\Theta - \vartheta) - \delta$$

oder

$$\Phi = \varphi + (\Theta - \vartheta) + (\Omega - \omega) - \delta$$

und somit den Werth von Φ durch bekannte Gröſsen ausgedrückt.

Verfolgen wir die successiven Brechungen im zu untersuchenden Prisma unter Zugrundelegung des Werthes N^0 für N , so ergibt sich, wenn wir noch den entsprechenden Näherungswerth von Ψ_i mit Ψ_i^0 bezeichnen,

$$\begin{aligned}\sin \Psi_i^0 &= \frac{1}{N^0} \sin \Psi \\ \Phi_i^0 &= \Omega + \Psi_i^0 \\ \sin \Phi^0 &= N^0 \sin \Phi_i^0.\end{aligned}$$

So wie nun einerseits die hier gefundenen Werthe Φ_i^0 und Φ^0 zur Berechnung von Θ dienen können, so wird andererseits aus $\Phi^0 - \Phi^0 = \Delta \Phi$ die Correction ΔN für N^0 , welche

$$N = N^0 + \Delta N$$

ergeben soll, zu berechnen seyn. Durch Differentiation der Gleichung (6) nach Φ ergibt sich

$$\frac{dN}{d\Phi} = \frac{\sin \Phi - \sin \Psi \cos \Omega}{N \sin^2 \Omega} \cos \Phi$$

oder auch

$$\frac{dN}{d\Phi} = \frac{\sin \Phi_i - \sin \Psi_i \cos \Omega}{\sin^2 \Omega} \cos \Phi$$

und wegen

$$\Phi_i = \Omega + \Psi_i$$

auch

$$\frac{dN}{d\Phi} = \frac{\cos \Psi_i \cos \Phi}{\sin \Omega}.$$

Nach dem Maclaurin'schen Lehrsatz haben wir dann, mit Vernachlässigung der in $\Delta \Phi^2$ multiplicirten Glieder,

$$\Delta N = \frac{\cos \Psi_i^0 \cos \Phi^0}{\sin \Omega} \Delta \Phi$$

und endlich

$$N = N^0 + \frac{\cos \Psi_i^0 \cos \Phi^0}{\sin \Omega} (\Phi - \Phi^0).$$

Von speciellen Fällen mögen die folgenden hier Platz finden.

a) In Bezug auf ein und dasselbe Prisma sey der Index Nx für einen Streifen X gegeben, dagegen für einen andern Streifen, Y , der Index Ny zu bestimmen. Es können

hier offenbar die beiden anderen Stellungen des Fernrohres I als zusammenfallend betrachtet werden und wenn wir die den Streifen X und Y zugehörigen Werthe durch Hinzufügung eines x oder y unterscheiden, so ergibt die Specialisirung des allgemeinen Falles unter Voraussetzung eines Ny^0

$$\Phi y = \Phi x + (\Theta y^0 - \Theta x) - \delta$$

und

$$Ny = Ny^0 + \frac{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y}{\sin \Omega} (\Phi y - \Phi^0 y)$$

b) die Brechungsindices $N^0 x$ und $N^0 y$ seyen gegeben, sie sollen aber einer Correction unterworfen werden. Entsprechen diesen $N^0 x$ und $N^0 y$ die Werthe $\Phi^0 x$ und $\Phi^0 y$ dagegen den fraglichen Nx und Ny die Werthe $\Phi x = \Phi^0 x + \Delta \Phi x$ und $\Phi y = \Phi^0 y + \Delta \Phi y$, so haben wir

$$\Phi^0 y + \Delta \Phi y = \Phi^0 x + \Delta \Phi x + \Theta^0 y - \Theta^0 x - \delta$$

oder

$$\Delta \Phi y - \Delta \Phi x = \Phi^0 x - \Phi^0 y + \Theta^0 y - \Theta^0 x - \delta$$

in welcher Gleichung die auf der rechten Seite befindlichen Gröfsen bekannt, andererseits aber

$$\Delta \Phi y = \frac{\sin \Omega}{\cos \Phi^0 y \cos \Psi_i^0 y} (Ny - N^0 y)$$

und

$$\Delta \Phi x = \frac{\sin \Omega}{\cos \Phi^0 x \cos \Psi_i^0 x} (Nx - N^0 x)$$

ist. Die Methode der kleinsten Quadrate verlangt ausserdem, dafs

$$(Ny - N^0 y)^2 + (Nx - N^0 x)^2$$

ein Minimum werde, und so ergibt sich

$$Nx = N^0 x + \frac{(\Phi^0 y - \Phi^0 x - \Theta^0 y + \Theta^0 x + \delta)}{\frac{\cos \Psi_i^0 x \cos \Phi^0 x}{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y} + \frac{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y}{\cos \Psi_i^0 x \cos \Phi^0 x}} \cdot \frac{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y}{\sin \Omega}$$

und

$$Ny = N^0 y + \frac{(\Phi^0 x - \Phi^0 y - \Theta^0 x + \Theta^0 y - \delta)}{\frac{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y}{\cos \Psi_i^0 x \cos \Phi^0 x} + \frac{\cos \Psi_i^0 x \cos \Phi^0 x}{\cos \Psi_i^0 y \cos \Phi^0 y}} \cdot \frac{\cos \Psi_i^0 x \cos \Phi^0 x}{\sin \Omega}$$

Den Formeln dieser speciellen Fälle, unter Voraussetzung der Fixirung der Fläche I geltend, entsprechen ähnliche bei Fixirung der anderen Prismenfläche.

11.

Es sollen im Folgenden die Resultate von Messungen mitgetheilt werden, welche ich zu dem Zwecke unternahm, von der Genauigkeit der Methode eine Vorstellung zu erhalten.

Das zu untersuchende Prisma war ein Steinheil'sches, das Normalprisma ein älteres Münchener Prisma, und verdanke ich die Brechungsindices des letzteren der gütigen Mittheilung des Hrn. Prof. Listing. Die Werthe dieser Indices wurden jedoch, ehe sie in Rechnung gebracht, in der angegebenen Weise mit Hülfe dreier Messungsreihen untereinander corrigirt.

Das nachfolgende für den allgemeinen Fall ausgeführte Beispiel der Berechnung von N , gestützt auf wirkliche Messungen, möge von allen vorkommenden Größenverhältnissen eine Vorstellung geben.

1858. October 5.

Es war die Entfernung der Scale des Fernrohres I von der Drehungsaxe des Instrumentes in den beiden erforderlichen Stellungen jenes Fernrohres

$$r = 4802,1$$

und

$$R = 4472,1,$$

dagegen die Entfernung der Scale des Fernrohres II vom Spiegel

$$\varrho = 4481,9$$

und die erstere Scale war auf der optischen Axe ihres Fernrohres senkrecht, die letztere unter $88^{\circ} 45'$ dagegen geneigt. Der Brechungsindex für den Streifen B in Bezug auf das Normalprisma war

$$n = 1,624928$$

und sollte daraus der Brechungsindex N für den Streifen

B in Bezug auf das zu untersuchende Prisma bestimmt werden, für welches N der Näherungswert

$$N^{\circ} = 1,590549$$

als schon bekannt vorausgesetzt wird. Es wurden dann, bei Fixirung der dem Spalte zugekehrten Prismenfläche I, folgende Messungsergebnisse erhalten:

$$\psi = -1^{\circ} 51' 10'',3 \quad \Psi = 3^{\circ} 35' 50'',9$$

$$\delta = -0^{\circ} 53' 56'',4$$

$$k = 8,45^{\text{mm}} \quad K = 4,0^{\text{mm}}$$

$$\Delta k = 0,45^{\text{mm}} \quad \Delta K = -0,5^{\text{mm}}$$

$$h = 920,8^{\text{mm}}$$

Die Winkel der Prismen sind schon früher mitgetheilt worden.

Der Verlauf der Rechnung ist der folgende:

$\log \sin (-\psi) = 8,5096445$	$\log \sin \Psi = 8,7975894$
$\log n = 0,2108340$	$\log N^{\circ} = 0,2015744$
$\log \sin (-\psi) = 8,2988105$	$\log \sin \Psi_1^{\circ} = 8,5960150$
$\Psi_1 = -1^{\circ} 8' 24'',6$	$\Psi_1^{\circ} = 2^{\circ} 15' 38'',7$
$\varphi_1 = 34^{\circ} 46' 39'',4$	$\Phi_1^{\circ} = 35^{\circ} 52' 59'',5$
$\log \sin \varphi_1 = 9,7561739$	$\log \sin \Phi_1^{\circ} = 9,7679974$
$\log n = 0,2108340$	$\log N^{\circ} = 0,2015744$
$\log \sin \varphi = 9,9670079$	$\log \sin \Phi^{\circ} = 9,9695718$
$\varphi = 67^{\circ} 56' 54'',6$	$\Phi^{\circ} = 68^{\circ} 48' 6'',1$
$\log k + \Delta k = 0,94939$	$\log K + \Delta K = 0,54407$
$\log h = 2,96417$	$\log k = 2,96417$
$\log \sin \omega = 9,76836$	$\log \sin \Omega = 9,74329$
$\log \sin (\varphi_1 - \varphi) = 9,73805$	$\log \sin (\Phi^{\circ} - \Phi_1^{\circ}) = 8,73514$
$\log \cos \varphi = 9,91451$	$\log \cos \Phi_1^{\circ} = 9,90860$
$\log \sin a = 7,57712$	$\log \sin A^{\circ} = 7,14973$
$a = 12^{\circ} 59',0$	$A^{\circ} = 4^{\circ} 51'',2$
$\log \Delta k = 9,65321$	$\log (-\Delta K) = 9,69897$
$\log \cos (\varphi - \omega) = 9,92834$	$\log \cos (\Phi^{\circ} - \Omega) = 9,91239$
$\log h = 2,96417$	$\log h = 2,96417$
$\log \sin b = 6,61738$	$\log \sin (-B^{\circ}) = 6,64719$
$b = 1^{\circ} 25',6$	$B^{\circ} = 1^{\circ} 31'',6$
$\vartheta = 11^{\circ} 33',4$	$\Theta^{\circ} = 6^{\circ} 22',8$
$\log \frac{\cos \Psi_1 \cos \Phi}{\sin \Omega} = 9,81566$	

Demnach wird

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \varphi + (\Theta - \vartheta) - \delta = 68^\circ 45' 40''.4 \\
 \Phi - \Phi^0 &= -2' 25''.7 \\
 \log \sin (-(\Phi - \Phi^0)) &= 6,84880 \\
 \log \frac{\cos \Psi_1^0 \cos \Phi^0}{\sin \Omega} &= 9,81566 \\
 \hline
 \log (-\Delta N) &= 6,66446 \\
 \Delta N &= -0,000462 \\
 N &= 1,590087.
 \end{aligned}$$

Es wurden verschiedene Messungsreihen in Bezug auf eine Anzahl Streifen für verschiedene Stellungscombinationen des Fernrohres I gemacht, wobei natürlich jeder Index des zu untersuchenden Prismas aus jedem Index des Normalprismas bestimmt werden konnte. Die in obiger Weise durchgeführten Rechnungen ergaben dann für die Indices, welche wir den Streifen

B, C, D, E, F

entsprechend, mit

N_B, N_C, N_D, N_E, N_F

bezeichnen können, die folgenden Werthreihen:

$$N_B = \begin{cases} 1,590182 \\ 1,590170 \\ 1,590187 \\ 1,590188 \\ 1,590211 \\ 1,590185 \\ 1,590259 \\ 1,590273 \end{cases} \qquad N_C = \begin{cases} 1,591743 \\ 1,591839 \\ 1,591749 \\ 1,591731 \\ 1,591816 \\ 1,591813 \\ 1,591887 \\ 1,591901 \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl}
 N_D = \left\{ \begin{array}{l}
 1,596143 \\
 1,596149 \\
 1,596131 \\
 1,596080 \\
 1,596145 \\
 1,596194 \\
 1,596075 \\
 1,596116 \\
 1,596120 \\
 1,596088 \\
 1,596213 \\
 1,596190 \\
 1,596187 \\
 1,596261 \\
 1,596275 \\
 1,596203 \\
 1,596180 \\
 1,596177 \\
 1,596251 \\
 1,596265
 \end{array} \right. & & N_E = \left\{ \begin{array}{l}
 1,601885 \\
 1,602014 \\
 1,601891 \\
 1,601873 \\
 1,601882 \\
 1,601947 \\
 1,601996 \\
 1,601918 \\
 1,601890 \\
 1,601922 \\
 1,601500 \\
 1,601566 \\
 1,601615 \\
 1,601496 \\
 1,601536 \\
 1,601540 \\
 1,601509 \\
 1,601966 \\
 1,601943 \\
 1,601940 \\
 1,602028
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$N_F = \left\{ \begin{array}{l}
 1,606902 \\
 1,606908 \\
 1,606890 \\
 1,606996 \\
 1,606973 \\
 1,606970 \\
 1,607044 \\
 1,607058 \\
 1,606602 \\
 1,606670 \\
 1,606674 \\
 1,606597 \\
 1,606640 \\
 1,606642 \\
 1,606610
 \end{array} \right.$$

Um von der Zuverlässigkeit der Methode in dem Specialfalle α) eine Vorstellung zu erhalten, wurde der Index N_D unter Anwendung mehrerer Messungsreihen aus den Indices N_B , N_C , N_E , N_F bestimmt, wobei für die letzteren die Mittel der eben aufgeführten Werthe zu Grunde gelegt, und so für N_D die folgenden Werthe erhalten wurden:

1,596123	1,596106
1,596101	1,596167
1,596119	1,596156
1,596167	1,596111
1,596149	1,596141
1,596164	1,594114

12.

Ich schliesse mit einigen Bemerkungen über diese Messungen.

I. Die hier in Rede stehenden Brechungscoefficienten sind selbstverständlich die relativen für Luft und die vorliegende Glasmasse.

II. In Bezug auf die Streifen G und H konnten, ungünstiger Sonnenverhältnisse wegen, nur einzelne Messungen gemacht werden, deren Mittheilungen hier, wo es auf Vergleichen ankam, ohne Werth gewesen wäre.

III. Da meine Messungen keinen absoluten Werth beanspruchen, so konnten Angaben über Temperatur und specifisches Gewicht der Prismen unterbleiben. Die Temperatur erlitt während der Zeit der Messungen, vom 4. bis 11. October, keine Schwankungen, deren Einfluß auf die Brechungsindices hätte in Betracht kommen können.

IV. Die bei weitem größten Differenzen der Werthe der Indices in den zuerst mitgetheilten Messungsreihen rühren von den Correctionen θ und ϑ her, wie sich aus dem Umstande ersehen läßt, daß unter sonst gleichen Verhältnissen eine um den möglichen Beobachtungsfehler von 0,05 Scalenthail veränderte Ablesung für ψ oder Ψ in dem Werthe von N nur eine Differenz von beiläufig 0,000010 zur Folge hat. Seine Bestätigung findet dieses auch in den

mitgetheilten Messungsreihen des speciellen Falles a), wo die Werthe des Index ungleich geringere Abweichungen zeigen, indem man hier so gut wie unabhängig von θ und ϑ ist. Die Bestimmung der Werthe von θ und ϑ litt aber unter zwei ungünstigen Umständen.

Erstens war die Messung von k und K unsicher, indem ein Millimeterstab, an dem die Ablesung der Entfernung der Prismenkante vom markirten Mittelpunkte des Tellers q zu machen war, nur in die Nähe gebracht, vorsichtshalber aber nicht angelegt werden konnte. Diesem Uebelstande kann an einem vollständig disponibeln Instrumente durch Anbringung einer Millimetertheilung auf der diametralen Leiste des Tellers q begegnet werden. An dieser könnte dann bei jeder Messung der Drehungsaxe (welcher im Allgemeinen ein anderer bei veränderter Stellung des Tellers q) und der Stand der Prismenfläche abgelesen werden, welche Ablesungen k oder K ergeben.

Zweitens, die Bestimmung von θ und ϑ wird zuverlässiger im Verhältnisse der Entfernung h des Instrumentes vom Spalte. Die Beschränktheit des mir zu Gebote stehenden Raumes und die Localverhältnisse der Steinplatten gestatteten mir aber nicht, diese Entfernung zu vergrößern. Vergleicht man die bei Dutirou¹⁾ in der Bestimmung der Indices vorkommende größte Differenz

$$0,0003$$

mit der bei meinen Werthen für N vorkommenden

$$0,000523,$$

so erscheint dieses Verhältniß nicht ungünstig für meine Methode, wenn man bedenkt, daß bei Dutirou's Beobachtungen die Entfernung des Prismas vom Spalte 12 Meter, bei den meinigen dagegen nur 0,9208 Meter betrug, und es läßt sich demnach bei ermöglichter größerer Entfernung ein bei weitem erhöhter Grad von Zuverlässigkeit für meine Methode erwarten.

1) Dutirou hat, so weit mir bekannt, die genauesten Messungen geliefert s. *Mémoire sur la détermination des indices de réfraction etc. par M. l'abbé Dutirou. Ann. de chim. et de phys. S. III, T. 28.*

V. Einer unter günstigen Umständen möglichen Vereinfachung der Beobachtungsweise möge hier noch Erwähnung geschehen.

Das Fernrohr II wird nämlich entbehrlich, wenn man

1) für das Fernrohr I in jeder nöthigen Stellung eine vollkommen feste Aufstellung hat, und

2) die beiden Stellungen des Fernrohres I so wählen kann, daß für eine günstige feste Stellung der Prismenfläche II in beiden Stellungen des Fernrohres I die Scale im Gesichtsfelde ist, da dann der Winkel der Fernrohraxen bestimmt werden kann aus den abzulesenden Winkeln, welche in jeder Stellung die Fernrohraxe mit der festen Normale der Prismenfläche II bildet.

Schließlich sey es mir erlaubt, meinen hochverehrten Lehrern, den HH. Prof. Weber und Listing, meinen Dank auszusprechen für alle Unterstützungen, die sie mir im Verlaufe meiner Arbeiten zu Theil werden ließen.