Sur les propriétés graphiques des figures centriques.

(Extrait d'une lettre adressée à Mr. Pasch.)

Par

VENTURA REYES Y PROSPER à Madrid.

Je crois que les propriétés graphiques des figures centriques dont le centre est un point propre peuvent être démontrées sans le secours de la section par un plan et en conséquence sans se servir de la belle

théorie des points et droites impropres. Il suffit de démontrer pour ces figures le théorème qui correspond à la proposition connue de Desargues sur les triangles perspectifs dans le plan.

Or, on y parvient comme il suit.

Soient

$$o\alpha \cdot o\alpha',$$

$$o\beta \cdot o\beta',$$

$$o\gamma \cdot o\gamma'$$

trois couples de droites, chaque couple étant située dans un même plan avec la droite $o\omega$. On suppose que les droites $o\alpha$, $o\beta$, $o\gamma$, de même que les $o\alpha'$, $o\beta'$, $o\gamma'$ ne tombent pas sur un même plan.

Prenons

sur oa le point a ,

sur oa' le point a'

d'une telle façon que la droite aa' coupe $o\omega$ en o' , les points o' , a et a' étant arrangés dans l'ordre $ao'a'$ (ce que est toujours possible).

Par le point o' menons une droite telle qui coupant $o\beta$ et $o\beta'$ en b et b' les points o' , b , b' soient arrangés dans l'ordre $o'bb'$ (ce que l'on peut faire toujours).

Menons enfin par o' une droite telle que coupant $o\gamma$ et $o\gamma'$ en c et c' les points o' , c , c' soient arrangés dans l'ordre $o'cc'$ (ce que est de même toujours possible).

Les droites $ao'a'$, $o'bb'$ et $o'cc'$ peuvent être supposées comme non situées dans un même plan.*)

Alors les droites

ab et $a'b'$ se couperont en C ,

bc et $b'c'$ se couperont en A

et

ac et $a'c'$ se couperont en B .

D'après la situation perspective des triangles abc et $a'b'c'$ (non situés sur un même plan) les points A , B , C seront placés sur une droite et les droites oA , oB , oC tomberont dans un même plan. Cela démontre le théorème en question. Je suppose que tous les points, dont je me suis servi pour la démonstration antérieure, sont toujours des points propres.

Madrid, 1888.

*) Car si les droites $ao'a'$, $o'bb'$ et $o'cc'$ tombent sur le même plan, par le point o' on mène la droite $o'e_1c$ qui est à considérer alors au lieu de la droite $o'cc'$.