V. *Thermometrische Versuche;*
 von Dr. Georg Recknagel in München.

(Auszug aus der Habilitationsschrift des Verfassers.)

In der vorliegenden Experimentalarbeit wird der Gang des aus gewöhnlichem Natronglase ¹⁾ verfertigten Quecksilberthermometers zwischen 0° und 100° C. mit dem Gange eines Luftthermometers verglichen, welches nach dem Princip des constanten Volumens construirt und mit Luft gefüllt ist, deren Spannung bei 0° vom gewöhnlichen Barometerstande nicht weit abweicht. Zur Constatirung des Resultates sind zugleich Bestimmungen des Ausdehnungscoëfficienten der Luft und Studien über die Verrückungen des Nullpunktes an Quecksilberthermometern vorgenommen worden.

Seit Gay-Lussac's Vergleichen war die Meinung, dafs beide Thermometer zwischen 0° und 100° übereinstimmen, so sicher, dafs selbst Hr. Regnault ²⁾, nachdem er jene Versuche mit Gewichtsthermometern aus ordinärem Glase wiederholt hatte, sich über seine Resultate in folgender Weise äufsert:

» Aus diesen Versuchen ersieht man, dafs zwischen 0° und 100° das Luftthermometer beinahe genau mit dem Quecksilberthermometer übereinstimmt, was die älteren Beobachtungen des Hrn. Gay-Lussac bestätigt. Es ist jedoch zu bemerken, dafs bei meinen Versuchen das Luftthermometer gegen die Mitte seiner Scale beständig um etwa 0°,2 hinter dem Quecksilberthermometer zurückbleibt. Diefs scheint anzuzeigen, dafs in dem Gange beider Ther-

1) Aus Untersuchungen von J. J. Pierre (*Annales de chim. et de chim. et de phys. T. VI* 1842) geht hervor, dafs sich für Quecksilberthermometer von verschiedenem Glase zwischen 0° und 100° ein merklich verschiedener Gang nicht nachweisen läfst.

2) Pogg. Annalen. Bd. 57. — *Annales de chim. et de phys. T. VI* 1842 — *Mem. de l'Acad. roy. des sciences T. XXI* 1847.

mometer wirklich ein kleiner Unterschied vorhanden ist, aber ein zu kleiner, als dafs es nöthig wäre, darauf Rücksicht zu nehmen. Er fällt überdies zwischen die Unsicherheitsgränzen, welche von der Verrückung des Nullpunktes am Quecksilberthermometer abhängen.

In der That hat Hr. Regnault soweit von seinen Versuchsergebnissen abgesehen, dafs man aus seinen Tabellen für die Ausdehnung des Quecksilbers und ordinären Glases die Temperaturangabe des Quecksilberthermometers bei $+50^{\circ}$ um $0^{\circ},17$ tiefer rechnet als die des Luftthermometers, während das Experiment sie um $0^{\circ},2$ höher gegeben hatte. Es beträgt also die bei der Reduction des Quecksilberthermometers auf das Luftthermometer bestehende Unsicherheit in der Mitte der Scale zur Zeit noch mehr als $0^{\circ},3$, und diefs scheint zuviel, als dafs man sich dabei beruhigen müfste. Denn mit einigem Fleifse werden Quecksilberthermometer construirt, welche vorsichtig behandelt, in ihren Angaben durchaus bis auf $0^{\circ},1$ übereinstimmen, und man überzeugt sich leicht, dafs das Luftthermometer in der Form, in welche es nach Prof. Jolly's Angabe gebracht und durch dessen Güte mir zur Verfügung gestellt war, einer mindestens eben so grofsen Präcision fähig ist. Was endlich die Verrückungen des Nullpunktes betrifft, so können diese bei planloser Behandlung der Instrumente allerdings von solcher Bedeutung werden, dafs die Temperaturbestimmung um mehrere Zehntel von Graden falsch wird. Man gelangt aber durch ein etwas eingehenderes Studium ihrer Ursachen zu Regeln für die Behandlung der Quecksilberthermometer, deren Befolgung die hier wünschenswerthe Sicherheit in der That verbürgt.

Die Vortheile der neuen Construction des Luftthermometers bestehen erstlich darin, dafs das constante Volumen, statt durch einen aufsen auf die Röhre aufgezätzten horizontalen Strich, nun durch das Zusammenfallen einer in S eingeschmolzenen Glasspitze (Fig. 6 Taf. I) mit ihrem Bilde auf dem Spiegel der Quecksilbersäule markirt ist. Hierdurch ist ein Ableser erspart und die Genauigkeit der Ein-

stellung vermehrt. Zweitens werden die Druckhöhen über dem Niveau der Spitze in *S* mit einer innerhalb der Glasröhre *NM* durch den Trieb in *r* *beweglichen* Messingscale gemessen, welche in eine Stahlspitze ausläuft und in *f* eine Führung in der Röhre hat. Diese Einrichtung macht, wenn man die Meßröhre *NM* mit Hilfe des Senkels und der Fußschrauben in *F* vertical stellt, ein Kathetometer oder mindestens einen zweiten Ableser entbehrlich. Drittens erlaubt der Dreiweghahn in *H* die Communication der Quecksilbersäulen unter sich und mit der als Quecksilberreservoir dienenden Stopfbüchse *Q* beliebig herzustellen und zu unterbrechen, was auf mehrfache Art ausgenützt werden kann.

Das Instrument kann man auf folgende Weise für den Versuch vorbereiten. Man bestimmt das Größenverhältniß der Capillare (*c*) und des Raumes (*v*), in welchem sich die Spitze befindet, zu dem Inhalte des eigentlichen Luftbehälters *V* durch Wägung (wegen des umgekehrten Meniskus am besten mit Wasser), trocknet dann den Glasapparat *Vcs* vorläufig soweit aus, bis alle sichtbaren Spuren von Wasser entfernt sind, und kittet ihn, nachdem man die Capillare zweimal im Knie gebogen, in das Eisenstück *LH* ein, in welches auch die Meßröhre *NM* eingesetzt ist, die zur Vermeidung eines ungleichen Einflusses der Capillarität mit der Röhre *S* gleiches Kaliber hat (hier 18^{mm} inneren Durchmesser).

Darauf wird der vordere Theil des Apparats mittelst der Ueberwurfschraube in *K* abgenommen und auf den Trocken-Apparat geschraubt, der bei den vorliegenden Versuchen schliesslich in einer über 4 Fufs langen mit geschmolzenem Chlorcalcium gefüllten, mit der Luftpumpe in Verbindung gesetzten Röhre bestand. Man wird bei gut luftdichtem Verschluss unter beständiger Erhitzung des ganzen Glasapparats 20 bis 30 Mal evacuiren und trockene Luft möglichst langsam einströmen lassen, bis man das Geschäft des Austrocknens beendigt und, nach Abschliessung des ausgetrockneten Raumes durch den Hahn *H*, den Apparat zurückbringt, um nun das *Niveau* zu bestimmen, d. i.

diejenige Ablesung in O zu ermitteln, bei welcher die beiden Spitzen, S und die der Scale, in horizontaler Linie liegen. Diefes wird durch Einstellung beider auf den horizontalen Faden eines Fernrohrs bewerkstelligt, und dessen etwaige Abweichung von der Horizontalen in dem arithmetischen Mittel aus zwei Ablesungen vor und nach der Drehung des Luftthermometers oder Umlegung des Fernrohrs eliminirt.

2. Die zu messende Spannung der eingeschlossenen Luft ist nun theils durch die Höhe h der Quecksilbersäule über dem Niveau der Spitzen, theils durch den Barometerstand H bestimmt und die Summe aus beiden. Es ist somit die Zuverlässigkeit der Messungen durch die Güte des *Barometers* wesentlich bedingt. Das hier verwendete ist ein Gefäßsbarometer, welches wiederholt ausgekocht und mit einer Versicherung gegen aufsteigende Luftblasen versehen war. Der Durchmesser des Röhrenstückes, in welchem die Quecksilbersäule endigt, beträgt über 22^{mm} , so dafs eine Capillardepression nicht in Rechnung zu bringen ist ¹⁾. Der cubische Inhalt des Vacuums beträgt bei dem mittleren Barometerstande von 720^{mm} über 33 Cubikcentimeter. Das äufsere Niveau des Quecksilbers kann durch eine Schraube stets so verstellt werden, dafs der durch eine Schneide repräsentirte Nullpunkt der neben der Röhre vertical aufgestellten Glasscale mit seinem Spiegelbilde zusammenfällt. Die Ablesung wird nach einigen kleinen Erschütterungen der Röhre mit einem 5 bis 6 Fufs entfernten horizontal gestellten Fernrohre mit horizontalem Faden gemacht.

Auf die Reduction der Längentheilungen wurde in geeigneter Weise Rücksicht genommen.

3. Zum Zwecke der beabsichtigten Untersuchung mußten mindestens zwei *normale Quecksilberthermometer* con-

1) Sie beträgt für den Durchmesser von 22^{mm} nach den Tafeln von Bravais (Pogg. Ann. Bd. 57 S. 579) $0,018^{\text{mm}}$ für den Maximalwinkel von 45° , was einen Fehler von $0^{\circ},002$ für die Temperaturbestimmung hereinbringt (Vergl. unten den Einfluß des constanten Fehlers).

struirt werden, an welche man die Anforderung stellt, daß ihre Angaben unter günstigen Verhältnissen mit der Genauigkeit der Ablesung unter sich übereinstimmen. Da es mir nicht möglich war, sehr nahe cylindrische oder rein konische Röhrenstücke von mehr als 200^{mm} bis 300^{mm} Länge zu finden, so mußte jene Genauigkeit auf $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{20}$ Grad beschränkt werden. Nachdem auf zwei solche ausgewählte Röhren eine willkürliche Theilung (Millimeter) aufgeätzt war, wurde ihr Kaliber und damit zugleich die Theilung in der gewöhnlichen Weise durch successiv eingelassene Quecksilberfäden von verschiedener Länge sorgfältigst untersucht, woraus sich folgende Tabelle von Correcturen ergab.

Therm. I.		Therm. II.	
Theilstrich	Correctur.	Theilstrich	Correctur.
35	+ 0,05	150	0
70	+ 0,10	194	+ 0,10
90	+ 0,05	240	+ 0,20
120	0	250	+ 0,32
140	— 0,05		
175	— 0,10	Th. I ist auf mittleres Kaliber zwischen 0 und 280,	
210	— 0,10		
280	— 0,05		
290	— 0,10		
300	— 0,15	Th. II auf das gleichförmige Kaliber zwischen 0 und 150 reducirt.	
310	— 0,20		
320	— 0,25		
325	— 0,30.		

Da das Intervall von 100° C. sich annähernd bei Th. I vom Theilstrich 16 bis 320, bei Th. II von 38 bis 256 erstreckt, so erhebt sich die Correctur wegen ungleichen Kalibers nur bei den höchsten Temperaturen auf 0°,1 C.

Den Thermometerröhren wurden cylindrische Gefäße von etwa 30^{mm} Länge und 5^{mm} Durchmesser angeblasen, die Thermometer bei der Füllung mit Quecksilber luftleer gemacht und verschlossen, und kurz darauf die Bestimmung der fixen Punkte vorgenommen.

Schon vor der Anfertigung dieser beiden Instrumente waren zwei mehre Jahre alte Thermometer von Fastré in Paris zur Vergleichung mit dem Luftthermometer verwendet worden, welche zwar nur das Intervall von -15° bis $+50^{\circ}$ umfassten, aber direct in Zehntel Celsius'scher Grade getheilt waren und mehre Monate lang die grösste Beharrlichkeit des Nullpunktes gezeigt hatten. Beide Instrumente weichen in der Nähe von 50° um $0^{\circ},2$ von einander ab, sie wurden daher miteinander verglichen und eine Tabelle entworfen, welche die Angaben des einen auf die des andern Thermometers reducirt. Es war dann nichts übrig, als später eines von beiden noch an mehreren Stellen mit den Normalthermometern zu vergleichen, sowohl um den wahren Gradwerth der Theilstriche zu bestimmen als die etwa vorkommenden Ungleichheiten des Kalibers zu eliminiren; dann konnten die mit ihnen und dem Luftthermometer vorgenommenen Vergleichungen so angesehen werden, als seyen sie mit den Normalthermometern selbst gemacht. Diese Vergleichung, am 21. Mai 1862 jedesmal bei lange erhaltenem Maximum der Temperatur zwischen dem Therm. I und dem Therm. 1.) von Fastré (das bei 50° um $0^{\circ},2$ höher steht als No. 2) angestellt, ergab

Therm. I.	Therm. 1.)	Diff. 1 — 1.)
16°,26	16°,26	0
43 ,75	43 ,85	— 0,10
28 ,49	28 ,46	0,03
30 ,77	30 ,77	0

4. Unter den Apparaten ist noch des Wasserbehälters zu gedenken, welcher zur Herstellung constanter Temperaturen verwendet wurde. Ein Kessel von Zinkblech und $1\frac{1}{2}$ Fuß Durchmesser ist in einen zweiten ähnlichen Kessel eingesetzt, so dafs das Wasser des äufseren erwärmt wird.

Wenn die Temperatur nahezu erreicht ist, bei welcher die Vergleichung stattfinden soll, so ist es leicht, die Gasflammen unter dem äufseren Kessel so zu schwächen, dafs die Temperatur Stunden lang innerhalb Schwankungen

von 0°,1 erhalten bleibt. Dabei setzt ein *Rührer*, dessen Schaufeln die Gruppe der *vertical* eingelassenen drei Thermometer fast ganz umschließen, das Wasser des inneren Gefäßes *fortwährend* so in Bewegung, daß locale Temperaturdifferenzen sich nicht ausbilden können. Den ganzen Kessel verschließt ein Deckel, welcher Oeffnungen für Rührer und Thermometer enthält. Die Ablesung an den sorgfältig *vertical* gestellten Quecksilberthermometern geschieht zur Vermeidung der Parallaxe mittelst eines Fernrohrs.

Eine empfehlenswerthe Vorsichtsmaßregel für die Versuche mit dem Luftthermometer, insbesondere, wenn man durch mehrere Tage fortgesetzte Beobachtungen auf denselben Nullpunkt beziehen will, fand ich darin, daß man größere Schwankungen der in *S* schließenden Säule durch rechtzeitiges Abschließen in *H* zu vermeiden sucht. Man überzeugt sich nämlich leicht, daß solche Schwankungen Verrückungen des Nullpunktes (in der Regel Sinken desselben) und sogar Eintritt von Feuchtigkeit aus dem mit der äußeren Luft communicirenden Quecksilber zur Folge haben, wie gut man auch dieses vor den Versuchen mag getrocknet haben. Dieselben Gründe lassen es, wenn man große Genauigkeit betont, überhaupt nicht ratsam erscheinen, länger als zwei bis drei Tage zu experimentiren, ohne den Apparat von Neuem mit trockener Luft zu füllen.

Rechnung der Temperaturen des Luftthermometers.

Aus dem vereinigten Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze

$$Pv = R(1 + dx)$$

leitet man sich leicht die Formel ab zur Berechnung der Temperatur x des Luftthermometers. Bezeichnet nämlich H_0 den auf 0° C. reducirten Barometerstand, h_0 die ebenso reducirte Höhe der Quecksilbersäule über dem Niveau der Spitzen bei der Temperatur 0 des schmelzenden Schnees, t die bei der Nullpunktsbestimmung gerade stattfindende Temperatur der Umgebung, und haben H_z , h_z , t' analoge

Bedeutungen bei Messung der Temperatur x , ist ferner β der cubische Ausdehnungscoefficient des Glases, α der Ausdehnungscoefficient der Luft, so ist:

$$(H_0 + h_0) \left(1 + \frac{v_0}{V_0} \frac{1 + \beta t}{1 + \alpha t}\right) = (H_x + h_x) \left(\frac{1 + \beta x}{1 + \alpha x} + \frac{v_0}{V_0} \frac{1 + \beta t'}{1 + \alpha t'}\right).$$

Einfluss der Fehler.

Um die Abhängigkeit der Genauigkeit einer Temperaturbestimmung von den einzelnen Bestimmungsstücken zu rechnen, kann man sich einer vereinfachten Formel bedienen:

$$1 + (\alpha - \beta)x = \frac{H_x + h_x}{H_0 + h_0}.$$

1. Der Einfluss des Beobachtungsfehlers in Bestimmung von H_x und h_x ist von der Temperatur nahezu unabhängig, um so geringer, je größer $H_0 + h_0$ ist und beträgt bei $H_0 + h_0 = 760^{\text{mm}}$ dann $\pm 0^{\circ},1$ wenn der Fehler selbst von der Größe $\pm 0,27^{\text{mm}}$ ist. Ebenso hat der Fehler von $\pm 0,27^{\text{mm}}$ in der Nullpunktsbestimmung ($H^0 + h^0$) den Einfluss von $\pm 0^{\circ},1$.

2. Ein constanter Fehler von der Größe $-m$ im Barometerstande (oder in der Niveaubestimmung) vergrößert den Quotienten rechts nahezu um $\frac{h_x - h_0}{(H_0 + h_0)^2} m$. Dieser Werth ist wieder nahe der Temperatur x proportional, und es wird für $H_0 + h_0 = 760^{\text{mm}}$ annähernd

$$\Delta x = 0,0013 \cdot x \cdot m,$$

so dass m ein ganzes Millimeter betragen dürfte, bis Δx bei 100° von der Größe $0^{\circ},13$ wird. Bei 50° wäre die gemessene Temperatur nur um $0^{\circ},06$ zu hoch u. s. f.

3. Der Einfluss eines Fehlers in dem zur Rechnung benutzten Ausdehnungscoefficienten α der Luft ist

$$\Delta x = - \frac{\Delta \alpha}{\alpha - \beta} x$$

also z. B.	— 27500 $\Delta \alpha$ bei 100°
	— 13750 $\Delta \alpha$ " 50°
	— 5500 $\Delta \alpha$ " 20° .

Es könnte auffallend erscheinen, daß hier noch von einer Unsicherheit im Ausdehnungscoefficienten der Luft die Rede ist, da derselbe doch durch ausgedehnte Versuchsreihen der HH. Magnus ¹⁾ und Regnault ²⁾ mit einer bis in die 6. Decimale reichenden Uebereinstimmung ($\alpha = 0,003665$) bestimmt scheint. Es wird aber hier nicht zum ersten Male darauf aufmerksam gemacht ³⁾, daß diese genaue Uebereinstimmung nur scheinbar ist, da Hr. Magnus, indem er die Temperatur des bei 28 Pariser Zoll siedenden Wassers $= 100^\circ \text{C.}$ setzt, in der That die 100 Grade der Celsius'schen Scale auf ein kleineres Temperaturintervall bezieht, als Hr. Regnault, der den oberen fixen Punkt dieser Scale in die Temperatur des bei 760^{mm} siedenden Wassers verlegt. Nun sind 28 Zoll nur 757,96^{mm} und nach Regnault's Tafeln ist die Temperatur des bei diesem Drucke gesättigten Wasserdampfs um $0^\circ,08$ tiefer als die Temperatur des Wasserdampfes von 760^{mm} Spannung. Schließt man sich in der Wahl des Intervalls an Regnault an, so ist $99^\circ,92$ die Temperatur des Dampfes von 28" Spannung und demnach die von Hrn. Magnus zwischen 0° und dieser Temperatur beobachtete Spannungszunahme 0,366508 noch durch 99,91 zu dividiren wodurch man 0,0036679 für den Ausdehnungscoefficienten erhält ⁴⁾.

1) Sämmtliche Versuche Regnault's hierüber sind im 21. Bande der Memoiren der Pariser Akademie von 1847 zusammengestellt, die ersten schon 1842 in den *Annales de chimie et de phys.* veröffentlicht.

2) Pogg. Annalen Bd. 55, 1842.

3) Hr. Magnus selbst giebt die einschlägige Reduction S. 25 des 55. Bandes von Pogg. Annalen.

4) Es muß hier bemerkt werden, daß Hr. Regnault die nämliche Zahl als Mittel aus 12 Versuchen der 3. Reihe (S. 51 des 21. Bandes) findet, 0,0036650 als Mittel aus 6 Versuchen der 4. Reihe (S. 58 des 21. Bandes). In diesen beiden Versuchsreihen hat Regnault dieselbe Methode wie Rudberg und Magnus angewendet, nach deren Princip auch das hier verwendete Instrument construirt ist. Der Umstand, daß Hr. Regnault in den beiden ersten Versuchsreihen etwas kleinere Werthe findet, erklärt sich aus einem kleinen, aber bei den dort angewandten Methoden unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Denn man wird Quecksilber in einer mit Luft gefüllten Glasröhre nicht aufsteigen

Es bleibt also in der That eine Differenz von 0,000003 zwischen den Mittelwerthen beider Forscher, was, je nachdem man den einen oder andern dieser Coëfficienten benutzt, eine Unsicherheit von 0°,04 bei 50°, von 0°,016 bei 20° hereinbringt.

Indessen bemerkt man wohl, daß Versuche wie die hier vorzulegenden erst dadurch den erforderlichen Grad von Zuverlässigkeit gewinnen, wenn der Ausdehnungscoëfficient der zu jeder Versuchsreihe verwendeten Luft selbstständig bestimmt wird. Denn erstlich wird man dadurch, daß man bei diesen nicht ganz leichten Versuchen Zahlen findet, welche von den Resultaten erprobter Forscher nicht bedeutend abweichen, mehr Vertrauen in die Güte der Instrumente und die Methode der Messung erwecken als durch jede Beschreibung, und zweitens gewinnt man den nicht unbedeutenden Vortheil, daß man durch Rechnung der Temperaturen mit dem eigens hierfür bestimmten Ausdehnungscoëfficienten die kleinen Fehler eliminirt, deren Einfluß mit der Temperatur wächst. Hierher gehören kleine Quantitäten untermischten Wasserdampfs, welche trotz aller Sorgfalt im Austrocknen zurückgeblieben oder mit eingedrungen seyn mögen und sich durch Vergrößerung des Ausdehnungscoëfficienten geltend machen werden; constante Fehler im Barometerstande u. A. Würde man z. B. mit Hülfe eines sehr mangelhaften Barometers, welches um 1^{mm} zu tief steht, den Ausdehnungscoëfficienten trockener Luft bestimmen, so müßte man denselben nach No. 2 S. (122) um $(0°,13 + 0°,04) 0,003668 : 100$ d. i. um 0,0000062 zu groß finden. Die Temperaturbestimmung bei 50° müßte wegen des Fehlers am Barometer um 0°,065 zu hoch ausfallen, wird aber dadurch, daß man sie mit dem selbstbe-

lassen können, ohne daß ein kleiner Theil der Luft zwischen der Glaswand und dem Quecksilber eingeschlossen wird. Dieser Theil geht, wenn man wägt, nur für die Spannung, wenn man calibriert, auch noch für das Volumen verloren. Es ist also, wenn ich es auch nicht wagen darf, meine Beobachtungen hier mit in die Waagschale zu legen, doch wohl der von Hrn. Magnus für die *Spannungszunahme* zwischen 0° und 100° gegebene Werth wahrscheinlicher.

stimmten (auch zu groß gefundenen) Ausdehnungscoefficienten rechnet, wieder um $0,085$ erniedrigt, so daß nur ein Fehler von $-0,02$ übrig bleibt.

4. Man verdankt es der großen Ueberlegenheit des Ausdehnungscoefficienten der Luft über den des Glases, daß die Unsicherheit, welche hinsichtlich der Ausdehnung eines einzelnen Gefäßes selbst nach vorausgegangenen Versuchen über die Ausdehnung von Glasgefäßen aus derselben Glassorte noch übrig bleibt, die Temperaturbestimmung mit dem Luftthermometer kaum um $0,01$ beeinflusst. Bei Berechnung der Temperaturen des Luftthermometers wurde

zwischen	0°	und	30°		$0,0000260$
"	30°	"	60°		$0,0000265$
"	60°	"	100°		$0,0000271$.

als Ausdehnungscoefficient des Glases in Rechnung gebracht.

5. Dadurch, daß man die Temperatur, welche ein neben der Röhre S aufgehängtes Thermometer anzeigt, für die Luft im Volumen v_0 in Rechnung bringt, darf man, wenn $\frac{v_0}{V_0} = 0,003$, einen Fehler von 3° begehen, bis dadurch die Temperaturbestimmung selbst um $0,01$ falsch wird. Zur Annahme eines solchen Fehlers ist kein Grund vorhanden, wenn man nur nicht versäumt, den Raum, in welchem sich die Spitze befindet, durch einen Schirm vor der Wärme des Bades zu schützen, und die Capillare sehr eng genommen hat.

Nach Allem, was im Vorausgehenden angeführt worden ist, wird man eine Sicherheit von $0,1$ für die aus mehreren Einstellungen resultirende Temperaturbestimmung nicht von vorneherein für illusorisch halten dürfen, wenn man nur die Berechtigung zur Benutzung eines von dem oben erwähnten, nicht weit abweichenden Ausdehnungscoefficienten der Luft für den speciellen Fall nachgewiesen hat, und die zu messenden Temperaturen lange genug constant erhält, daß sie sich der gesamten Luftmasse im Ballon V mittheilen können.

Die Versuche selbst sind in drei Abtheilungen gemacht.

Die erste im Februar und April 1862 mit den alten Thermometern von Fastré, die zweite im Juli 1862 mit den kurz vorher construirten Normalthermometern, die dritte mit eben diesen Thermometern im Februar 1863. Von der zweiten Versuchsreihe an bis zum Schlusse wurde der gleiche Glasballon am Luftthermometer benutzt, dessen Ausdehnung zwischen 0° und 100° zahlreichen Versuchen gemäß, die im hiesigen physikalischen Cabinet mit derselben Glassorte von verschiedenen Beobachtern waren angestellt worden, $100\beta = 0,00271$ angenommen ist.

Das Verhältniß $\frac{v_0}{V_0}$ ergab sich durch Wägung der Zahl 0,003309 gleich, wovon 0,000102 auf die Capillare c trifft. In der ersten Beobachtungsreihe ist ein Glasapparat von der nämlichen Glassorte verwendet worden, dessen Capillare (c) einen ziemlich großen Durchmesser hatte, so daß es nöthig schien, für die Rechnung das Volumen v_0 zu trennen in das Volumen des Raumes mit der Spitze s , welches 0,005416, und das Volumen der Capillare, welches 0,0008546 vom Volumen V_0 betrug. Für jenen Theil wurde die Temperatur der Umgebung, für diesen aber das arithmetische Mittel der Temperaturen in V_0 und der Umgebung in Rechnung gebracht, was insofern annähernd gerechtfertigt schien, als ein Theil der Röhre (etwa $\frac{1}{3}$) wirklich in das Bad miteintauchte, ein anderer über den Kessel hineinreichte, also der von demselben aufsteigenden warmen Luft ausgesetzt war. Ich suchte diese Annahme dadurch zu prüfen, daß ich unter Voraussetzung derselben den Ausdehnungscoefficienten der Luft bestimmte. Es ergab sich aus vier Einstellungen auf den Siedepunkt und zwei auf den Nullpunkt bei derselben Füllung im Mittel $\alpha = 0,0036701$, was so nahe an den von Hrn. Magnus gefundenen Werth fällt, daß jene Annahme zulässig schien.

Die folgenden Tafeln geben eine Zusammenstellung der Beobachtungsergebnisse mit allen Elementen der Rechnung für die Temperaturen des Luftthermometers. Sie bedürfen keiner weiteren Erklärung als vielleicht der Bemerkung,

Tafel I.

Zusammenstellung der Beobachtungen.

No. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höhe über dem Niveau h	Temperatur der Umgebung t'	$v_0 \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilber-Thermometer Th. 1) t Th. 2)	Differenzen $\frac{t_1+t_2}{2} - T$		No. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höhe über dem Niveau h	Temperatur der Umgebung t'	$v_0 \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilber-Thermometer Th. 1) t Th. 2)	Differenzen $\frac{t_1+t_2}{2} - T$			
I. Abtheilung. (Februar 1862.)									III. Reihe.										
I. Reihe.																			
1	717,932	79,912	11,0	0,0060142	21,24	21,42	—	0,18	16. Febr.	1	715,685	64,975	15,0	0,0031378	25,59	25,75	25,75	0,16	23. April
2	717,950	80,385	11,1	0,0060124	21,42	21,54	—	0,12		2	715,735	65,125	15,0	0,0031378	25,67	25,89	25,87	0,21	
3	717,887	80,357	11,3	0,0060088	21,38	21,54	—	0,16		3	720,721	87,990	18,0	0,0031057	36,41	36,63	36,63	0,22	24. April
4	717,838	80,257	11,3	"	21,33	21,46	—	0,13		4	720,708	88,031	17,0	0,0031164	36,43	36,64	36,65	0,21	
5	717,465	92,002	11,7	0,0059946	25,58	25,72	—	0,14		5	717,888	250,725	18,0	0,0031057	98,42	—	—	—	
6	717,445	92,228	11,6	0,0059964	25,66	25,76	—	0,10		Der Nullpunkt des Luftthermometers ist hier aus dem Siedepunkt (No. 5) gerechnet, der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0,003668$ angenommen.									
7	717,425	92,228	11,6	"	25,65	25,76	—	0,11		VI. Reihe.									
8	717,379	92,079	11,5	0,0059982	25,60	22,71	—	0,11		1	718,940	11,502	16,8	0,0031185	0	0	0	—	28. April
9	717,214	104,823	11,8	0,0059860	30,27	30,44	—	0,17		2	718,141	133,026	19,8	0,0030868	45,48	45,66	45,68	0,19	
10	717,202	104,873	11,8	"	30,28	30,43	—	0,15		3	717,991	133,026	"	"	45,43	45,68	45,70	0,26	
11	717,164	104,723	11,8	"	30,21	30,34	—	0,13		4	717,991	133,101	"	"	45,46	45,66	45,71	0,22	
12	717,108	106,973	11,8	0,0059847	31,03	31,18	—	0,15		5	717,891	133,376	"	"	45,53	45,74	45,76	0,22	
13	717,014	107,198	11,8	"	31,08	31,24	—	0,16		Der Nullpunkt des Luftthermometers ist hier direct in schmelzendem Eis bestimmt (No. 1) der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0,003668$ angenommen.									
14	712,281	119,638	10,8	0,0059988	33,97	34,14	—	0,17	Zweiter Tag	Der Nullpunkt des Th. 1) wurde einmal bei 0°,36, das zweite Mal bei 0°,38 gefunden.									
15	712,137	122,237	11,3	0,0059898	34,89	35,09	—	0,20	17. Febr.	II. Abtheilung. (Juli 1862.)									
16	712,156	122,537	11,2	0,0059916	35,01	35,15	—	0,14		V. Reihe.									
17	712,121	122,287	11,3	0,0059898	34,90	35,09	—	0,19		1	718,630	192,84	19,0	0,0030952	98,44	Th. I. — Th. II —	—	—	2. Juli
18	711,867	132,849	10,3	0,0060042	38,77	39,02	—	0,25		2	717,698	1,046	18,7	0,0030982	19,07	19,25	19,20	0,15	
19	711,889	132,849	10,2	0,0060060	38,78	39,06	—	0,28							0	0	0	—	am folgenden Tage. 3. Juli
20	710,233	67,965	8,6	0,0060718	13,92	14,02	—	0,10	Dritter Tag	3	717,534	70,248	21,0	0,0030742	47,41	47,80	47,81	0,39	
21	710,179	68,090	8,6	0,0060718	13,95	14,06	—	0,11	18. Febr.	4	717,534	70,148	21,0	"	47,36	47,70	47,72	0,35	4. Juli
22	710,170	68,115	8,6	"	13,95	14,06	—	0,11							100	100	—	—	
23	709,985	65,040	8,6	0,0060729	12,73	12,91	—	0,18							0	0	—	—	
24	710,417	63,186	9,6	0,0060545	12,20	12,34	—	0,14											
25	710,581	62,512	9,5	0,0060563	12,01	12,14	—	0,13											
26	716,279	24,675	10,3	0,0060620	0	—	—	—											
27	716,229	24,750	10,2	"	0	0	0	—											
28	714,659	110,150	11,1	0,0060005	31,29	31,52	31,52	0,23	Vierter Tag										
29	714,659	109,750	11,1	"	31,14	31,34	31,35	0,20	19. Febr.										
30	714,362	46,567	9,4	0,0060652	7,39	7,44	—	0,05											
31	714,392	46,542	9,4	0,0060652	7,39	7,44	—	0,05											
Der Nullpunkt des Luftthermometers ist durch No. 26 und 27 gegeben. Der Ausdehnungscoefficient nach Magnus $\alpha = 0,003668$ angenommen.									II. Reihe. (April 1862.)										
1	714,243	43,471	16,5	0,0031217	16,68	16,76	—	0,08	22. April (?)	Der Nullpunkt des Luftthermometers ist aus dem Siedepunkt (No. 1) gerechnet, $\alpha = 0,003668$ angenommen.									
2	714,243	43,571	"	"	16,71	16,77	—	0,06		Der Nullpunkt an Th. I stand am zweiten Tage um 0°,03, der von Th. II um 0°,01 tiefer als am ersten.									
3	713,593	254,988	17,7	0,0031090	98,25	—	—	—											
4	713,443	255,088	"	"	98,24	—	—	—											
5	714,448	—0,025	12,0	0,0031706	0	—	—	—											
6	714,485	—0,100	"	"	0	0	—	—											

Tafel I

(Fortsetzung.)

No. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höhe über dem Niveau h	Temperatur der Umgebung t'	$\frac{v_0}{V_0} \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilber-Thermometer Th. I) & Th. II)	Differenzen $\frac{t_1+t_2}{2} - T$	
------------------	---------------------------	---------------------------------	------------------------------	--	--------------------------------	--	-------------------------------------	--

VI. Reihe.

	mm	mm	°		°	Th. I.	Th. II.		
1	714,578	188,34	20,7	0,0030774	98,28	—	—		5. Juli
2	713,439	2,79	21,2	0,0030722	20,72	20,89	20,89	0,17	
3	712,434	71,915	22,6	0,0030639	48,95	49,11	49,08	0,14	
4	712,434	72,014	22,7	"	48,99	49,14	49,13	0,14	
							100		

Der Nullpunkt des Luftthermometers ist wieder aus dem Siedepunkte (No. 1) gerechnet, $\alpha = 0,003668$.

Der Nullpunkt an Th. II. stand um 0°,05 höher als bei der letzten Vergleichung (V.)

VII. Reihe.

	mm	mm	°		°	Th. I.	Th. II.		
1	717,045	296,18	21,0	0,0030742	98,38	0	0		6. Juli
2	717,232	29,989	20,5	0,0030794	0				7. Juli
3	717,032	30,089	20,4	0,0040804	0				
4	717,255	87,258	20,5	0,0030794	21,13	21,37	21,42	0,26	

Aus den Beobachtungen 1 bis 3 ergibt sich der Ausdehnungscoefficient der Luft $\alpha = 0,0036714$.

Der Nullpunkt des Th. II stand um 0°,07 tiefer als bei der letzten Kontrolle (VI), während der Nullpunkt des Th. I.) (von Fastré) bei den zwei Kontrollen in (VI) und (VII) constant bei 0°,38 gefunden wurde.

III. Abtheilung. (Februar 1863.)

VIII. Reihe.

	mm	mm	°		°	Th. I.	Th. II.		
1	723,553	350,040	7,7	0,0032189	98,63	—	—	—	23. Febr.
2	723,301	68,037	7,2	0,0032245	0	—	—	—	
3	721,350	352,120	8,3	0,0032121	98,55	—	—	—	
4	722,802	86,316	7,0	0,0032268	6,19	6,21	6,22	0,02	
5	722,802	108,270	8,0	0,0032154	13,84	13,86	13,93	0,05	
6	721,576	187,940	8,5	0,0032098	41,21	41,39	41,48	0,22	
7	721,476	187,890	8,5	"	41,16	41,34	41,48	0,25	
8	721,050	228,770	8,7	0,0032075	55,30	55,34	55,36	0,05 *)	
						0	0	—	

*) Die Beobachtung No. 8 ist durch »ungünstige Umstände« im Beobachtungs-Journal bezeichnet; sie wurde bei einbrechender Dunkelheit gemacht, ohne daß das Maximum der Temperatur war abgewartet worden.

No. des Versuchs	Reduc. Barometerstand H	Reduc. Höhe über dem Niveau h	Temperatur der Umgebung t'	$\frac{v_0}{V_0} \frac{1+\beta t'}{1+\alpha t'}$	Temp. des Luftthermometers T	Temperaturangaben der Quecksilber-Thermometer Th. I) & Th. II)	Differenzen $\frac{t_1+t_2}{2} - T$	
------------------	---------------------------	---------------------------------	------------------------------	--	--------------------------------	--	-------------------------------------	--

9	722,776	123,645	8,1	0,0032143	19,19	19,30	19,24	0,08	Zweiter Tag
10	723,210	145,553	8,4	0,0032109	26,98	27,13	27,16	0,16	24. Febr.
11	723,254	212,626	9,8	0,0031951	50,34	50,50	50,53	0,17	
12	723,304	212,101	"	"	50,17	50,37	50,39	0,21	
13	723,304	212,126	"	"	50,18	50,40	50,39	0,21	
14	723,941	242,841	9,4	0,0031996	61,14	61,36	61,38	0,23	
15	723,941	243,000	9,2	0,0032019	61,19	61,39	61,38	0,19	
16	723,967	67,542	8,9	0,0032053	0	0	—		

Der Nullpunkt des Th. I wurde in No. 16 ebenda gefunden, wo er nach No. 8 lag.

Combinirt man die Beobachtungen 1, 2, 3, 16 zur Berechnung des Ausdehnungscoefficienten der Luft, so erhält man

aus 1 und 2 $\alpha = 0,0036689$

aus 2 und 3 $\alpha = 0,0036702$

aus 1 und 16 $\alpha = 0,0036661$

aus 2 und 16 $\alpha = 0,0036674$

Mittel $\alpha = 0,0036681$

XI. Reihe.

	mm	mm	°		°	Th. I.	Th. II.		
1	727,817	345,030	9,1	0,0032030	98,79	—	—	—	25. Febr.
2	727,827	62,925	7,7	0,0032189	0	—	—	—	
3	727,325	237,320	9,8	0,0031951	60,86	61,05	60,99	0,16	
4	727,175	237,670	9,8	"	60,93	61,22	61,13	0,24	
5	727,125	237,245	9,8	"	60,77	60,95	60,90	0,15	
6	727,159	266,438	9,4	0,0031996	71,00	71,17	71,07	0,12	
7	729,115	344,090	6,8	0,0032291	98,835	—	—	—	Zweiter Tag
						100	100	—	26. Febr.
8	728,684	121,914	7,9	0,0032166	20,99	21,11	21,03	0,08	
9	727,418	202,858	9,2	0,0032019	48,83	49,02	49,05	0,20	
10	727,368	203,000	9,3	0,0032008	48,80	49,02	49,05	0,17	
11	727,128	63,286	8,9	0,0032053	0	0	0	—	

Aus den Beobachtungen 1, 2, 7, 12 berechnet sich der Ausdehnungscoefficient der Luft wie folgt:

aus 1 und 2 $\alpha = 0,0036634$

aus 1 und 12 $\alpha = 0,0036695$

aus 2 und 7 $\alpha = 0,0036669$

aus 7 und 12 $\alpha = 0,0036729$

Mittel $\alpha = 0,0036682$

In No. 2 zeigte sich noch keine Verrückung des Nullpunkts; an Th. II in No. 12 war derselbe um 0°,32 gefallen und der Nullpunkt des Th. I um 0°,05. (Folge der Siedpunktsbestimmung nach No. 7).

dafs durch die in den Rubriken der Quecksilberthermometer eingetragenen Zeichen 0 und 100 Controlen des Nullpunkts und Siedepunkts angezeigt werden, welche in der bezeichneten Reihenfolge vorgenommen worden sind, und dafs jeder der 9 Beobachtungsreihen, welche mit den fortlaufenden römischen Ziffern bezeichnet sind, eine neue Füllung des Ballons mit Luft vorausging. Auszuschliessen wäre nur No. 8 der dritten Abtheilung gewesen, welche eilig bei noch steigender Temperatur gemacht wurde, hier der Vollständigkeit wegen eingetragen ist. Sie kann als Beleg dienen, dafs das Luftthermometer die Temperaturen früher annahm als die Quecksilber-Thermometer.

(Hier folgt Tafel I.)

Schon die Beobachtungen in den beiden ersten Abtheilungen schienen aufser Zweifel zu setzen, dafs Abweichungen des Quecksilberthermometers vom Luftthermometer in dem Sinne und von der Gröfse stattfinden, wie sie schon von Regnault beobachtet worden. Indessen waren die Beobachtungsfehler insbesondere in der Abtheilung II, in welcher die erst neu angefertigten Thermometer verglichen worden sind, noch viel zu grofs (Vergl. die Beobachtungen V₃ und VII₃), als dafs man sich dabei hätte beruhigen können. Auch der Ausdehnungscoëfficient der Luft war in beiden Bestimmungen etwas gröfser ausgefallen als die Mittelwerthe von Magnus und Regnault ¹⁾, ein Umstand, welcher der Gröfse seines Einflusses gemäfs zwar das Resultat nur um wenige Hundertel von Graden unsicher machen kann, aber doch als eine Unvollkommenheit anzusehen war, von der man die Arbeit befreien konnte. Es wurde deshalb, nachdem einerseits die neuen Quecksilberthermometer abgelagert, andererseits der Trockenapparat verbessert und die etwas gekrümmte Mefsröhre NM des Luftthermometers durch eine gerade ersetzt war, die Ar-

1) Sie liegen übrigens innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler, da da der höchste Werth, den Regnault findet, 0,0036747, bei Magnus, 0,0036790 ist.

beit nochmals aufgenommen und führte durch die Beobachtungen der Abtheilung III zu Resultaten, womit man die Untersuchung für beendet halten durfte. Denn erstlich zeigten die Nullpunkte der Quecksilberthermometer bei den Controlen vor und nach den Vergleichen keine Verrückungen bis nach der endlichen Bestimmung des Siedepunktes; und wären wirklich solche Verrückungen momentan während der Vergleichung selbst vorgekommen, so daß sich der alte Nullpunkt erst nachher wieder hergestellt hätte, so müssen dieselben, da sie erfahrungsgemäß bei Temperaturerhöhungen vertical eintauchender Thermometer ausnahmslos als *Depressionen des Nullpunktes* auftreten ¹⁾, die Angaben der Quecksilberthermometer erniedrigt und also dem Luftthermometer näher gebracht haben. Würden daher solche Verrückungen nachtheiligen Einfluß auf die Resultate geübt haben, so müßte man die Abweichungen des Quecksilberthermometers und Luftthermometers in demselben Sinne, wie sie die Beobachtung ergibt, nur noch *größer* annehmen, was aus andern Gründen unzulässig erscheint. Die Angaben der beiden Quecksilberthermometer treffen durchaus so nahe zusammen, daß die mittlere Abweichung in den Beobachtungen, in welchen die neuen Thermometer verwendet wurden, $0^{\circ},043$ beträgt ²⁾. Ferner stimmen in beiden Versuchsreihen der Abtheilung III die für den Ausdehnungscoëfficienten der Luft erhaltenen Mittelwerthe unter sich und mit dem von Magnus gefun-

1) Man findet unten zahlreiche Beobachtungen als Belege für diese Behauptung aufgeführt, für welche auch die Erfahrungen von Egen (Pogg. Annalen Bd. 11, S. 353) und Henrici (Pogg. Annalen Bd. 50, S. 251) sprechen. J. J. Pierre beobachtete bei *horizontal* eintauchenden Thermometern in dieser Beziehung gar keine Regelmäßigkeit (*Annales de chim. et de phys. T. VI* 1842).

2) Bei richtiger Schätzung der Zehntel von Millimetern, wurden am Th. I noch $0^{\circ},03$ am Th. II $0^{\circ},05$ abgelesen. Selbstverständlich sind dabei die Angaben sowohl der Quecksilberthermometer als des Luftthermometers stets auf den Nullpunkt bezogen, dessen Bestimmung der Beobachtungszeit zunächst liegt, und das Intervall der ersten Thermometer von diesem Nullpunkt und dem zunächst bestimmten Siedepunkt hergenommen. Vergl. den Anhang.

denen auf das Beste überein. Endlich steht unter den 19 Beobachtungen der letzten Abtheilung nur ein Resultat vereinzelt: No. 8 der ersten Reihe, welches dem Beobachtungsjournal gemäß auszuschließen ist. Vergleichen über 70° wurden vermieden, weil nach den Beobachtungen von Henrici hier schon merkliche Depressionen des Nullpunkts zu fürchten sind, denen ich die Thermometer nicht ohne Noth aussetzen wollte. Die Siedepunktsbestimmung gegen das Ende der neunten Reihe (Abth. III) war zur genauen Ermittlung des Intervalls nothwendig und die unmittelbar folgenden, zwischen Siedepunkts- und Nullpunkts-Bestimmung fallenden Vergleichen wurden hauptsächlich darum gemacht, daß von den Folgen

Siedepunkt — Nullpunkt — Messung

Nullpunkt — Messung — Siedepunkt

Siedepunkt — Messung — Nullpunkt

jede in diesen Beobachtungen vertreten sey. Ich kann zwar schon hier bemerken, daß meinen Erfahrungen gemäß die zweite Folge dann bei weitem den Vorzug verdient, wenn vor der Bestimmung des Nullpunkts mehrere Tage der Ruhe für die Thermometer (Zimmertemperatur) vorhergegangen sind, werde aber unten bei Gelegenheit der Bestimmung des mittleren Fehlers auf die Kritik dieser Methoden noch eingehender zurückkommen.

Die Temperaturangaben der Quecksilberthermometer sind hier so eingetragen, wie sie der Beobachtung unmittelbar entnommen sind. Sie müssen indessen, ehe man sie weiter und speciell zur Ableitung der scheinbaren Ausdehnung verwendet, noch eine Correctur ¹⁾ erfahren, welche durch einen kleinen Unterschied zwischen dem definirten Grade und dem direct abgelesenen hereingebracht wird. Man nennt den hundertsten Theil des *Volumens Quecksilber*, welches bei der Erwärmung des Thermometers von der Temperatur des schmelzenden Schnees bis zu der Tempe-

1) Diese Correctur hat Hr. Poggendorff im 41. Bande seiner Annalen S. 372 gegeben.

ratur des bei 760^{mm} Druck gesättigten Wasserdampfs über die Marke 0 herausgetreten ist, einen Grad, misst aber dieses Volumen in einer cylindrischen Röhre, welche selbst die Temperatur hat, die bestimmt werden soll. Sie ist also nicht immer gleich weit, und es ist deutlich, daß sie wenn der Quecksilberfaden bei 50° steht, nicht gerade die Hälfte des Quecksilbers faßt, welches sie bei 100° enthalten hat, sondern weniger, so daß das Entstehen des Fadens auf 50° nicht die oben definirten 50 Grade anzeigt, sondern eine etwas tiefere Temperatur, die man allgemein erhält, wenn man die Anzahl der abgelesenen Grade t mit dem Factor $\frac{1+\beta t}{1+\beta 100}$ multiplicirt, worin β den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases bezeichnet. Statt dieses Factors läßt sich mit hinreichender Annäherung der Subtrahend

$$\beta(100 - t)t$$

setzen, der an der abgelesenen Temperatur t zur Reducirung auf die definitive Temperatur (des Quecksilberthermometers) anzubringen ist.

Es läßt sich leicht nachweisen, daß die eben erwähnte Correctur auch an die durch Gewichtsthermometer angezeigten Temperaturen anzubringen ist, wenn man letztere nach den von den HH. Magnus und Regnault angewandten abgekürzten Formeln gerechnet hat. Da diese Correctur bei 300° schon sehr nahe 2° beträgt, darf sie nicht vernachlässigt werden.

Wenn man nun die zwischen den Angaben des Quecksilberthermometers und Luftthermometers beobachteten Differenzen als Ordinaten zu den entsprechenden Temperaturen des Luftthermometers aufträgt, und der durch sie bestimmten Linie zur Elimination der zufälligen Beobachtungsfehler einen mittleren Curvenzug substituirt, so gewinnt man folgende

**Reductionstafel der Temperaturangaben des Quecksilberthermometers
auf die des Luftthermometers.**

Temperaturangabe des Luftthermometers	Temperaturangabe des Quecksilberthermometers	
	Corrigirte Ablesung	Directe Ablesung
10°	10°,06	10°,08
20	20°,10	20°,14
30	30°,13	30°,18
40	40°,14	40°,20
50	50°,13	50°,20
60	60°,12	60°,18
70	70°,09	70°,14
80	80°,06	80°,10
90	90°,03	90°,05
100	100°,00	100°,00

Ableitung des mittleren Beobachtungsfehlers.

Hiernach ergeben sich die Beobachtungsfehler in Hunderteln von Grad in der Reihenfolge der Beobachtungen aufgeführt:

I. Abtheilung.	II. Abtheilung.	III. Abtheilung.
$R - B$	$R - B$	$R - B$
— 4 0	— 2	+ 3
+ 2 — 1	— 19	+ 5
— 2 — 1	— 15	— 2
+ 1 — 8	— 3	— 5
— 1 — 5	+ 6	+ 5
+ 3 — 4	+ 6	+ 1
+ 2 — 5	— 12	+ 3
+ 2 — 2		— 1
+ 1 + 1		— 1
+ 3 + 1		— 5
+ 5 + 4		— 1
+ 3 + 6		+ 2
+ 2 0		— 6
+ 1 + 5		+ 3
— 1 — 3		+ 2
+ 5 — 2		+ 6
0 + 1		0
— 5 — 6		+ 3
— 8 — 2		
— 2		

Die Fehler der dritten Abtheilung, deren Beobachtungen nach vorausgegangener langer Ruhe der Thermometer so angestellt wurden, daß die zur genauen Ermittlung des Intervalls nöthige Siedepunktsbestimmung an das Ende der Vergleichen verlegt wurde, übertreffen um nichts die der ersten Abtheilung, in welcher mehre Jahre alte Thermometer von unveränderlichem Nullpunkte nur bis zu Temperaturen von 45° benutzt worden sind. Hingegen geben die starken Differenzen der II. Abtheilung ein abschreckendes Beispiel gegen die dort angewandte Methode. Die Normalthermometer sind hier bald nach ihrer Anfertigung verglichen, in welche Zeit bekanntlich ohnedies die bedeutendsten Verrückungen des Nullpunkts fallen. Dazu kommt, daß häufige Siedepunktsbestimmungen zwischen die Vergleichen eingeschoben wurden, welche jedesmal eine momentane Erniedrigung bewirken. (Vergl. den Anhang), so daß die Temperaturmessung stets in die Zeit der Hebung des Nullpunktes und folglich zu hoch ausfällt, wenn sie auf einen vor der Messung und nach dem Siedepunkt bestimmten Nullpunkt bezogen wird; zu tief hingegen, wenn der Nullpunkt erst *nach* der Messung bestimmt wird. Man wird also beide Methoden, sowohl die Folge:

Siedepunkt - Nullpunkt - Beobachtung,
welche von Henrici vorgeschlagen ist, als die zweite

Siedepunkt - Beobachtung - Nullpunkt
vermeiden, und vielmehr die Siedepunkts - Controle erst *nach* der Messung selbst vornehmen. Findet man vor und nach der Messung den Nullpunkt an derselben Stelle, während man die gemessene Temperatur selbst mittelst des durch die *folgende* Siedepunktsbestimmung ermittelten Intervalls rechnet, so wird man jeden Grund des Zweifels in eine normale Temperaturbestimmung vermieden haben. Die Erfüllung der ersteren von beiden Bedingungen wird man aber nur dann mit einiger Zuversicht erwarten können, wenn man die Thermometer vorher längere Zeit höheren Temperaturen als etwa 50° nicht ausgesetzt hat, und zugleich die gemessene Temperatur selbst nicht weit über

dieser Gränze liegt. Was das Letztere betrifft, so wird wohl die Individualität des benutzten Thermometers entscheiden, denn es zeigten z. B. die Thermometer I. und II. nach Temperaturerhöhungen bis zu 61° keine Depression des Nullpunkts, während Henrici in diesem Falle eine solche im Betrage von $0^{\circ},1$ an seinem Thermometer bemerkt hat.

Da man die großen Fehler der II. Abtheilung einer ungeschickten Behandlung der Quecksilberthermometer zuschreiben muß, so wird man, um ein genähertes Maass für die Sicherheit einer Temperaturbestimmung mit Prof. Jolly's Construction des Luftthermometers zu erhalten, nur die 57 Beobachtungen der I. und III. Abtheilung zur Ableitung des *mittleren Fehlers* benutzen. Dieser berechnet sich als Quadratwurzel aus der durch die Anzahl der Beobachtungen ¹⁾ dividirten Quadratsumme der Fehler zu $0^{\circ},035$ und daraus ergibt sich

$$0^{\circ},023$$

als *wahrscheinlicher Fehler* einer Beobachtung. Von den 57 beobachteten Fehlern fallen 30 zwischen 0 und den wahrscheinlichen Fehler (soll die Hälfte), 41 bis 51 (je nachdem man 0,03 mitrechnet oder nicht) zwischen 0 und das Doppelte dieses Fehlers (soll 46) und der dreifache Betrag desselben wird nur zweimal überschritten, so daß den Anforderungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorzüglich genügt ist.

Verbesserte Tafeln für die Ausdehnungscoëfficienten des ordinären Glases und des Quecksilbers.

Es ist schon oben erwähnt worden, daß die aus Regnault's Tafeln berechneten Temperaturangaben des Quecksilberthermometers, wie sie den einzelnen Scalenpunkten des Luftthermometers entsprechen sollen, von den Resultaten seiner Vergleichen zwischen 0° und 100° , mit welchen auch die von mir gewonnenen nahe übereinstim-

1) Es wird hier der Einfachheit wegen allen diesen 57 Beobachtungen das gleiche Gewicht beigelegt, obwohl denen der dritten Abtheilung offenbar die größte Zuverlässigkeit zukommt.

men, nicht unerheblich abweichen. Diefs ist in noch höherem Grade über 100 der Fall ¹⁾. Es ist also eine Revision dieser Tafeln geboten.

Versteht man unter t die corrigirte Ablesung am Quecksilberthermometer, unter q_0 das Volumen irgend einer Masse Quecksilber bei 0° und den cubischen Inhalt des dasselbe umschließenden Glases, unter q_t und Q das Volumen des Quecksilbers beziehungsweise bei t° und 100°, unter v_t und V den cubischen Inhalt des Glases bei t° und 100°, so ist

$$t = 100 \frac{q_t - v_t}{Q - V}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich $q_t - v_t$ als aliquoter Theil der Differenz $Q - V$ rechnen, welche man durch einen leichten dilatometrischen Versuch erhält, und aus den Vergleichen beider Thermometer kennt man jene Temperatur des Luftthermometers, zu welcher die Volumina q_t des Quecksilbers und v_t des Glases gehören, deren Differenz man gefunden hat. Kennt man dazu noch die absolute Ausdehnung des einen von beiden Körpern, des Quecksilbers ($q_t - q_0$) oder des Glases ($v_t - v_0$), so läßt sich die des andern aus den bekannten Werthen der Differenz $q_t - v_t$ berechnen, welche man scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers im Glase nennen kann. Hr. Regnault hat nun auch Versuche über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers gemacht, aus denen man entnimmt, dafs das Volumen (q_t) des Quecksilbers, wenn es bei 0° C. ... 1 ist, bei 100° C. ... 1,018153, bei 200° C. ... 1,036810 ist. Die scheinbare Ausdehnung ($q_t - v_t$) des Quecksilbers im ordinären Glase ist zwischen 0° und 100° nach Regnault 0,015392, zwischen 0° und 200° nach dessen thermometrischen Versuchen 0,030827. Folglich ist 1,002761 das Volumen des ordinären Glases bei 100°, 1,005984 bei 200°, wenn es bei 0° C. ... 1 ist.

Man sieht aus den letzten beiden Werthen, dafs der Ausdehnungscoëfficient des ordinären Glases nicht constant

1) Die Differenz beträgt 0°,50 bei 150°, 1°,09 bei 200°, 1°,38 bei 250°, 1°,17 bei 300°.

ist, sondern mit der Temperatur wächst. Setzt man daher in der einfachsten Form

$$\beta = a + bt$$

und bestimmt die Constanten a und b aus den angeführten Versuchsergebnissen, so erhält man

$$100\beta = 0,002531 + 0,0000023t.$$

Benutzt man diese Formel zur Herstellung der Glasvolumina (v_t) und verbindet damit die Resultate der thermometrischen Versuche, so läßt sich der Gang des Quecksilber-Ausdehnungscoefficienten zwischen 0° und 200° ermitteln. Das so Gewonnene ist in folgender Tafel zusammengestellt.

Tafel für die Ausdehnung des ordinären Glases und des Quecksilbers zwischen 0° und 200° .

Temperatur des Luft- thermo- meters T	Mittlerer Aus- dehnungscoëf- ficient des Glases β	Mittlerer Aus- dehnungscoëf- ficient des Quecksilbers γ	Differenzen von γ
10°	0,00002554	0,00018038	
20	0,00002577	0,00018047	9
30	0,00002600	0,00018057	10
40	0,00002623	0,00018068	11
50	0,00002646	0,00018079	11
60	0,00002669	0,00018091	12
70	0,00002692	0,00018104	13
80	0,00002715	0,00018119	15
90	0,00002738	0,00018135	16
100	0,00002761	0,00018153	18
110	0,00002784	0,00018174	21
120	0,00002807	0,00018198	24
130	0,00002830	0,00018222	24
140	0,00002853	0,00018246	24
150	0,00002877	0,00018270	24
160	0,00002900	0,00018295	25
170	0,00002923	0,00018321	26
180	0,00002946	0,00018348	27
190	0,00002969	0,00018376	28
200	0,00002992	0,00018405	29

Die in dieser Tafel verzeichneten Werthe von β und γ stellen die thermometrischen Versuche Regnault's und meine eigenen vollkommen dar und schliessen sich zugleich

besser an Regnault's Versuche über die absolute Ausdehnung des Quecksilbers an, als die von ihm gegebene empirische Formel und die nach derselben berechnete Tafel: außerdem hat der hier hervortretende Gang der Werthe von γ die Analogie der übrigen Flüssigkeiten für sich.

Versucht man diese Tafel über 200° hinaus auszudehnen, so kommt man, wenn man nicht das sonderbare Zugeständniß machen will, daß der Ausdehnungscoefficient des Glases von da an langsamer zunehme und endlich gar abnehme, mit den Versuchsergebnissen Regnault's in Collision, und die Differenz beträgt mehrere Grade. Man kann also nicht sagen, daß die wichtige Frage nach der Ausdehnung des Quecksilbers und des ordinären Glases über 200° hinaus schon in befriedigender Weise gelöst sey. (Eine ausführlichere Kritik findet man in der vollständigen Abhandlung).

Anhang.

Es ist noch übrig, theilweise als Beleg für das im Vorausgehenden Behauptete die zahlreichen Bestimmungen der fixen Punkte an den Quecksilberthermometern hier einzutragen, welche ich vom Mai 1862 bis Februar 1863 vorgenommen habe, theils, um in einem speciellen Falle die Lage jener Punkte zu kennen, theils auch um Anhaltspunkte für den Grund und die Art ihrer Veränderlichkeit zu gewinnen. Im Allgemeinen werden dadurch die schon oben citirten Beobachtungen von Egen durchaus bestätigt. Die erste Spalte der folgenden Tafel enthält die Ordnungszahl des Versuchs, die zweite die Zeit der Bestimmung, die dritte jene Marke der (willkürlichen) Scale, bei welcher der Quecksilberfaden im schmelzenden Eise endigte, die vierte die Lage des Siedepunktes, die fünfte die zugehörige aus dem Barometerstande und Regnault's Tabellen für die Temperatur des gesättigten Wasserdampfes entnommenen Temperatur, die sechste endlich die daraus abgeleitete auf den, zunächst bestimmten Nullpunkt bezogene Lage

des Punktes 100 der Celsius'schen Scale, womit zugleich der Werth des Intervalls von 100 Graden gegeben ist.

Zusammenstellung der Nullpunkts- und Siedepunktsbestimmungen.

Th. I,

No.	Zeit	Nullpunkt	Siedepunkt	Temperatur	Punkt 100° C.
1	16. Mai 1862 Vorm.	—	312,10	98,26	} 317,35
2	» Nachm.	15,55	—	—	
3	17. Mai	15,95	—	—	} 317,53
4	»	—	312,80	98,43	
5	18. Mai 10 ^h	16,05	—	—	} 317,39
6	» 10 ^h 33'	—	312,60	98,41	
7	» 11 ^h 59'	15,65	—	—	} 317,35
8	» 4 ^h	15,85	—	—	
9	19. Mai 11 ^h	16,05	—	—	} 317,54
10	» 3 ^h	16,05	—	—	
11	21. Mai 11 ^h	16,05	—	—	} 317,55
12	23. Mai 4 ^h	16,25	—	—	
13	» 4 ^h 30'	—	312,60	98,36	} 317,62
14	» 5 ^h	15,44	—	—	
15	24. Mai 2 ^h	15,95	—	—	} 317,63
16	25. Mai Vorm.	16,35	—	—	
17	»	—	312,80	98,40	} 317,49
18	»	15,80	—	—	
19	» 3 ^h	—	312,48	98,34	} 317,52
20	26. Mai Nachm.	16,10	—	—	
21	27. Mai	16,15	—	—	} 317,54
22	3. Juni	16,45	—	—	
23	25. Juni	16,65	—	—	} 317,54
24	»	—	312,50	98,33	
25	»	15,75	—	—	} 317,53
26	26. Juni	16,15	—	—	
27	»	—	312,60	98,36	} 317,60
28	27. Juni	16,05	—	—	
29	»	—	311,80	98,10	} 317,47
30	29. Juni	16,25	—	—	
31	30. Juni	—	312,5	98,31	} 317,58
32	»	15,75	—	—	
33	2. Juli	16,25	—	—	} 317,68
34	»	—	312,65	98,40	
35	3. Juli	16,15	—	—	} 317,68
36	4. Juli	—	312,55	98,33	
37	23. Febr. 1863	16,35	—	—	} 317,68
38	24. Febr.	16,35	—	—	
39	26. Febr.	—	314,18	98,84	} 317,68
40	»	16,20	—	—	

Th. II.

No.	Zeit	Nullpunkt	Siedepunkt	Temperatur	Punkt 100° C.
1	25. Juni	38,25	—	—	} 256,16
2	»	—	252,52	98,33	
3	26. Juni	38,05	—	—	} 256,15
4	»	—	252,57	98,36	
5	27. Juni	38,0	—	—	} 256,47
6	»	—	252,32	98,10	
7	29. Juni	38,15	—	—	} 256,43
8	30. Juni	—	252,74	98,31	
9	»	38,0	—	—	} 256,33
10	2. Juli	38,17	—	—	
11	»	—	252,84	98,40	} 256,31
12	3. Juli	38,15	—	—	
13	4. Juli	—	252,67	98,33	} 256,24
14	5. Juli	38,25	—	—	
15	»	—	252,32	98,20	} 256,12
16	6. Juli	38,1	—	—	
17	7. Juli	38,3	—	—	} 256,13
18	23. Febr. 1863	38,65	—	—	
19	25. Febr.	38,65	—	—	} 256,12
20	26. Febr.	—	253,6	98,84	
21	»	38,0	—	—	} 256,13

Th. III.

1	24. Mai 1862	27,4	—	—	} 325,66
2	»	—	320,8	98,37	
3 u. 4	25. Mai	27,6	320,85	98,38	} 325,68
5	26. Mai	27,8	—	—	
6	27. Mai	27,8	—	—	} 325,78
7	»	—	320,8	98,33	
8	3. Juni	28,15	—	—	

Vergleicht man am Therm. I. die Lage des Nullpunkts und des Punktes 100 vom 18., 19., 21. Mai 1862 mit der Lage beider Punkte am 23. bis 26. Febr. 1863, so sieht man, daß sich *beide* in dieser Zeit um nahe dieselbe Gröfse von 0,3 Scalentheilen gehoben haben, was einem Zehntel eines Grades entspricht, so daß die Gröfse des Intervalls hier erhalten blieb. Nicht so am Therm. II., wo der Punkt 100 schließlichs an der nämlichen Stelle war, wie vorher, obgleich sich der Nullpunkt um 0°,2 gehoben hatte. Man wird also sagen, daß je nach der Individualität des Reser-

voirs die Volumen- oder Gestaltänderung, welche der äussere Luftdruck im Laufe der Zeit hervorgebracht hat, erhalten bleibt, oder durch den mit der Wärme zusammenwirkenden Gegendruck der (beispielsweise bei einer Siedepunktsbestimmung) gehobenen Quecksilbersäule aufgehoben werden kann, um dann von neuem allmählich wieder Platz zu greifen. Im ersten Falle hat sich die Gleichgewichtslage des Nullpunkts verändert, während sie im zweiten Falle erhalten blieb.

Eine Erscheinung für sich bilden neben diesen sehr langsam im Laufe von Jahren vor sich gehenden Hebungen des Nullpunkts, diejenigen oscillations-artigen Verrückungen, welche man an den vertical eintauchenden Thermometern als Folge einzelner starker Temperaturerhöhungen wahrnimmt. So oft der Nullpunkt unmittelbar nach dem Siedepunkte untersucht wurde, zeigte sich, dass er gesunken war, und ebenso deutlich sieht man, dass er sofort wieder den Weg in seine frühere Lage einschlägt, um diese dann zu überschreiten. Besonders instructiv hierfür sind die Beobachtungen 5 bis 10 und 12 bis 16 am Therm. I. Im Allgemeinen bemerkt man, dass die alte Lage in etwa 24 Stunden weiter erreicht ist, doch verhalten sich dabei die verschiedenen Thermometer verschieden, ja dasselbe nicht immer gleich. Man wird sich also hüten, mit einer Messung in diese Oscillationen des Nullpunkts zu gerathen, da sie jede Sicherheit über den gegenwärtigen Stand desselben ausschliessen, während die allmähliche Hebung des Nullpunkts wegen ihres langsamen Fortschreitens nicht als Quelle der Unsicherheit zu betrachten ist, wenn man nur die Vorsicht gebraucht, den Nullpunkt vor der Beobachtung zu controliren.

Da die hier bemerkten regelmässigen Depressionen bei horizontal eintauchenden Thermometern nicht beobachtet werden, sondern vielmehr die grösste Unregelmässigkeit (Vgl. die cit. Abh. von J. J. Pierre), so ist wohl der Druck der aufsteigenden Quecksilbersäule theilweise für die Ursache der Ausweitung zu halten, nach dessen Besei-

tigung das Glas durch den combinirten Einfluß der Elasticität und des äußeren Luftdruckes allmählig wieder auf ein kleineres Volumen zurückgeführt wird. Daneben ist die Ansicht begründet, daß für Glas noch weit vom Schmelzpunkt entfernt eine Art von Elasticitätsgränze bezüglich der Ausdehnungen durch die Wärme existirt, nach deren Ueberschreitung das frühere Volumen durch Temperaturerniedrigung allein nicht wieder hergestellt wird.

*VI. Ueber das Kreuz, das gewisse organische Körper im polarisirten Lichte zeigen, und über die Haidinger'schen Farbenbüschel;
von Victor von Lang.*

Es ist allgemein bekannt, daß gewisse Körper, die dem Pflanzen- oder Thierorganismus ihre Entstehung verdanken, eine kreuzförmige Interferenz-Erscheinung zeigen, wenn man dieselben zwischen zwei linear-polarisirende Vorrichtungen bringt. Solche Körper sind die Stärkemehlkörner, die Krystalllinsen der Augen, gewisse Hornarten, aus denen man natürlich erst durchsichtige Platten zu schleifen hat, u. a. m. Wenn ich hier die Entstehung dieser Erscheinung in Betracht ziehe, so glaube ich zwar nicht etwas ganz neues, aber doch nichts überflüssiges zu sagen, da selbst ausgezeichnete Forscher in ihren Werken sich bei diesem Gegenstande mit einer ziemlich unbestimmten Ausdrucksweise begnügen. Auch hängt diese Erscheinung nach meiner später zu entwickelnden Hypothese innig zusammen mit dem Phänomen, das wir als Haidinger'sche Farbenbüschel bezeichnen.

Wir wollen daher auch von den angeführten Körpern gleich an die Krystalllinse unsere Bemerkungen anknüpfen