genstand einigermaßen gerecht werden. Dies gilt z. B. von den drei ersten (Zusammensetzung von Kräften, Gleichgewicht in der Ebene, Gleichgewicht im Raum), in denen die Erläuterungen wesentlich richtig, die Aufgaben hübsch ausgewählt sind, mit der schon angedeuteten Einschränkung, daß der hauptsächlichste Inhalt der dem Leser zufallenden Arbeit meist ein rechnerischer und nicht mechanischer ist. Ein Beispiel für viele: Aufgabe 6 in Abschnitt III lautet: Ein schweres Dreieck wird in eine Hohlkugel gelegt; was ist seine Gleichgewichtslage? Gemeint ist natürlich eine ebene, sehr dünne Platte von gleichförmiger Massenverteilung und als selbstverständlich ist angenommen, daß die spitzen Ecken dieser Platte ohne Reibung oder Klemmung in der Kugelschale gleiten. Unter dieser Voraussetzung sind die Auflagerkräfte nach dem Kugelmittelpunkt gerichtet, durch diesen muß also auch die Schwerkraft-Resultante hindurchgehen. Der Leser — der die Absicht hatte, in die Statik räumlicher Kräftesysteme einzudringen — wird so vor die langwierige, rein stereometrisch-trigonometrische Aufgabe gestellt, die Lage eines der Gestalt und Größe nach gegebenen, einer Kugel einbeschriebenen Dreieckes zu berechnen und braucht, sobald er diese gelöst hat, nur die Verbindung des Schwerpunktes mit dem Kugelmittelpunkt als Vertikale anzusehen. Übrigens wird im Buche selbst die Frage unvollständig beantwortet, denn außer dem: Mittelpunktsabstand des Schwerpunktes bedarf man zur Lagenbestimmung noch der Angabe des Winkels zwischen Dreiecksebene und Vertikale.

Viel tiefliegender und außerhalb allen Bereiches subjektiver Erwägungen sind die Mängel des Buches überall dort, wo wirkliche mechanische Schwierigkeiten zu überwinden wären. Schon die Erläuterungen des Abschnittes IV über den „Grundsatz der virtuellen Verrückungen“ sind höchst mangelhaft, aber vollends warnen muß man den Leser vor dem XII. Abschnitt „Von den Prinzipien der Dynamik“. Hier werden in den Erläuterungen zum d'Alembertschen Prinzip die Begriffe der äußeren und der eingepprägten Kraft dauernd durcheinandergeworfen, der Ansatz der Newtonschen Gleichungen: Masse mal Beschleunigung = Summe aller Kräfte für jedes Massenelement wird als d'Alembertsches Prinzip, die Addition dieser, nur mit geeigneten Faktoren multiplizierten Gleichungen als das Prinzip der virtuellen Arbeiten bezeichnet, endlich die Behauptung aufgestellt, daß alle „inneren Kräfte, Spannungen, Pressungen u. dgl.“ in der Gleichung dieses Prinzips fortgelassen werden dürfen. Wenn nachher alle diese Irrtümer bei den Aufgaben und ihren Lösungen keine Rolle spielen, so hat dies seinen sehr einfachen Grund darin, daß von den 9 Aufgaben des mit so weit ausgreifenden Erläuterungen eingeleiteten Abschnittes 8 die Bewegung eines einzelnen (!) materiellen Punktes betreffen (einmal eine kleine Kugel in einer Röhre von Kreisquerschnitt, einmal ein Ring, der über einen Stab geschoben ist, usw.) und

nur eine die Bewegung zweier durch einen Faden verbundener Punkte. Derartig kleine Spatzen lassen sich eben auch mit einer schlecht gebauten, schlecht geladenen und schlecht gerichteten Kanone erledigen.

Ein besonders betrübliches Bild bietet gerade dem Techniker der siebente Abschnitt, die Lehre von der Festigkeit. In den Erläuterungen wird das Hookesche Gesetz und die Differentialgleichung der elastischen Linie angegeben. Unter den Aufgaben findet sich folgende: „9. In einer vertikalen Ebene sind zwei gleiche Balken CA und CB aneinandergelehnt, die unteren Enden A und B sind durch eine horizontale Zugstange verbunden, deren Mitte D durch eine vertikale Zugstange mit C in Verbindung steht, und von irgend einem Punkt E auf CD gehen zwei weitere Stangen nach den Mitteln F und G von AC und BC . Was sind die vorkommenden Spannungen und Pressungen, wenn man auf AC und BC gleichförmige Belastung annimmt und die Gewichte aller Stangen, mit Ausnahme des Gewichtes von AB vernachlässigt?“ Daß die „Spannungen und Pressungen“ von den Auflagerbedingungen abhängen, scheint dem Verfasser unbekannt zu sein; aus der Auflösung kann man schließen, daß er sich in A und B horizontale Gleitlager denkt, und auch alle übrigen bestimmenden Eigenschaften des betrachteten Stabsystems kann der Leser nur hinterher aus den Angaben über die Lösung erraten. Die gleiche Fremdheit mit den Verhältnissen und den Problemen der Technik äußert sich in fast allen Aufgaben dieses Abschnittes.

Im Ganzen wird man das Urteil über das vorliegende Werk dahin zusammenfassen müssen, daß die Zeit für eine derartige „theoretische Mechanik“ endgültig vorüber ist. Sie genügt nicht den Anforderungen des Theoretikers und läßt den Techniker völlig unbefriedigt. 46 Mises.

Mitteilungen der Preußischen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht, Heft 4: H. HAHN: Die Starre. — C. FISCHER: Die Schraubenfeder. Quelle & Meyer, Leipzig 1920, 186 S.

Zunächst: Was heißt das, „die Starre“? Der Verfasser, der bestrebt ist, für alle termini technici deutsche Fachausdrücke einzuführen, versteht unter „Starre“ den Faktor, der beim Hookeschen Gesetz elastischer Körper mit der Verlängerung multipliziert werden muß, damit sich die dehnende Kraft ergibt. Um etwas bei der Frage der Verdeutschung zu bleiben: Der Verfasser nennt den Elastizitätsmodul „Dehnmaß“, den Schubmodul „Gleitmaß“ (wäre nicht Schubmaß besser und Gleitmaß für den Widerstandskoeffizienten zäher Flüssigkeiten zu bewahren?), das Trägheitsmoment „Drehmasse“, die kinetische Energie „Wucht“, die potentielle Energie „Macht“ usw. Klingt sehr gut: „Wucht und Macht zusammen (darf man noch „plus“ sagen?) bleiben fest“, aber, wenn nun alle diese Worte: Wucht, Macht, Kraft wissenschaftlich festgelegt sind, was bleibt dann noch für die

freie, wissenschaftlich nicht gebundene Sprache übrig? Wird sie nicht ärmer? Erfindet neue Worte, die nicht der Umgangssprache angehören! „Dehnmaß“ ist gut und vielleicht gewöhnt man sich auch an „Starre“. Ob auch an „Spüte“ für die Kreisfrequenz?

Nun zum sachlichen Inhalt: Beide Abhandlungen betreffen die Schraubenfeder, die erste Abhandlung ihre Rolle im Unterricht der Mechanik auf der Schule, die zweite Abhandlung die Berechnung der Starre aus der Gestalt und der Materialeigenschaft der Feder. Um mit der zweiten zu beginnen, die auch für den Ingenieur Interesse haben dürfte, so bringt sie mit recht elementaren Mitteln eine Übersicht über die einschlägigen Arbeiten von James Thomson, Perry, Wilberforce, Sommerfeld, Lord Kelvin und Miller. Die Formeln dieser Autoren werden abgeleitet und miteinander verglichen. Besprochen wird noch der Einfluß der Masse der schwingenden Feder selbst und der Einfluß der Dämpfung. Da auch das Beobachtungsmaterial mitgeteilt wird, ist die Arbeit des Herrn Fischer sicher recht wertvoll.

Recht erfreulich im ganzen ist auch die erste Schrift, erfreulich vor allem, daß hier, in einem für Lehrer gedachten Werke, versucht wird, im Anschluß an neuere Untersuchungen über die Grundlagen der Mechanik (Budde, Jaumann und auch mein Lehrbuch der Elementaren Mechanik berücksichtigt der Verfasser ziemlich weitgehend), mit altüberkommenen dogmatischen Vorstellungen der Schulbücher zu brechen und ihre Mechanik auf eine mehr wissenschaftliche Basis zu stellen. Ganz sicher wird die Schule ein stärkeres Gefühl für die Mechanik als eine Wissenschaft von wirklichen Dingen einflößen, wenn sie sich den Massenpunkt abgewöhnt und mit wirklichen Körpern arbeitet, dementsprechend auch räumlich verteilte und flächenhaft verteilte Kräfte unterscheidet. Herr Hahn schließt sich ganz diesem Standpunkt an. Sachgemäß werden auch die Zug- und Druckkräfte gleich mit den Verzerungen in Verbindung gebracht (Seite 14 oben). Auch den Schlußausführungen des Verfassers, die sich auf die allgemeine Grundlegung der Mechanik beziehen, kann ich voll zustimmen. Ich möchte ganz besonders auf sie aufmerksam machen. Sie sind um so notwendiger, als die starke und aufs einzelne gehende Beschäftigung mit einer Einzelaufgabe leicht die Gesichtswelt beeinträchtigen könnte.

Nun mag aber der Verfasser auch einige kritische Bemerkungen gestatten: Zunächst gegenkritische, da wo er sich mit der Darstellung der Federbewegung in meiner „Elementaren Mechanik“ beschäftigt. Mein Buch hat eine strenge Architektur, es ist also bedenklich, einen Teil herauszugreifen und von anderem Standpunkt aus zu betrachten. Der Verfasser oder seine Schüler kennen bereits die Schwerkraft, die Fallbewegung und daher auch die Masse, meine Leser kennen an der in Rede stehenden Stelle weder die Masse noch auch den Kraftbegriff. Beides soll erst geschaffen,

vor allen Dingen die Idee der Masse an einem Beispiel, etwa der Federschwingung, entwickelt werden. Bei einer analytisch deduzierenden Methode kann man aus der als bekannt angenommenen Gleichung

$$mx'' = -kx$$

ableiten, daß die Spüte $n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ist und diese

Beziehung meinetwegen ein Grundgesetz der einfachen Schwingungen nennen, bei meiner synthetisch aufbauenden Methode aber habe ich erst aus Beobachtungen

$$x'' = -n^2 x$$

gewonnen und nun handelt es sich darum, aus weiteren Beobachtungen das n^2 in einen nur vom schwingenden Körper abhängigen Faktor

$\frac{1}{m}$ und einen nur von der Feder abhängigen

Faktor k zu zerlegen. So wird aus der Beobachtung die Idee der Masse gewonnen. Die Idee, nicht ihre Definition. Dazu ist das Experiment viel zu ungenau. Der Verfasser irrt, wenn er sagt:

„Da diese Beziehung $\left(m = \frac{k}{n^2}\right)$ erlaubt, die

Masse zu messen, liefert sie auch eine Bestimmung des Begriffes Masse.“ Nein, eine Messung liefert niemals einen Begriff. Die wissenschaftlichen Begriffe werden rein logisch nur durch die zwischen ihnen bestehenden Beziehungen definiert (durch ein unabhängiges Axiomensystem) z. B. Masse und Kraft vor allem aus dem Newtonschen Grundsatz $mw = \sum k$. Außerdem bestehen von einzelnen Beobachtungen her Ideen über die Beziehung der Begriffe zur Wirklichkeit. Ist dann das wissenschaftliche System aufgebaut, so kann man mit seiner Hilfe die Theorie der Meßapparate entwickeln und nun durch entsprechende Beobachtungen feststellen, wieweit die Begriffe auf die Wirklichkeit anwendbar sind. Erst die Gesamtheit der Theorie und der Beobachtungen legt den Begriff soweit fest, als es überhaupt möglich ist, definiert ihn auch real. Beispiel: Aus den Prinzipien der Mechanik folgt die Theorie der Wage. Aus der Mechanik folgt zusammen mit Beobachtungen das Gesetz der Schwerkraft; Wage und Schwerkraft zusammen, nebst Beobachtungen über die störenden Kräfte (Reibung usw.) gestalten dann erst die Wägung und die Realdefinition der Masse, die zunächst logisch nichts anderes als ein der Materie eigener unveränderlicher Faktor ist, der mit den Kräften in der Wechselbeziehung des Newtonschen Grundgesetzes steht. Aber die Idee der Masse als Trägheitsfaktor kann sehr wohl schon aus einem recht unvollkommenen Experiment, wie dem mit der schwingenden Feder, gewonnen werden.

An anderen Stellen der Schrift Hahns wäre größere Schärfe erwünscht. Seite 14 heißt es: „Eine verzernte Feder übt nach dem Entlasten eine Kraft aus, die ihre Gestalt wieder herstellt, die Kraft nennen wir Federkraft.“ Aber das stimmt doch nicht. Eine entlastete Feder übt nach außen gar keine Kraft aus. Ganz unzulässig ist auf Seite 20 und

21 die Darstellung der „Spanner“. Wie sich Seite 21 zeigt, meint der Verfasser die beiden Spannkraften, die zwei durch eine wirkliche oder gedachte Fläche getrennte Körper aufeinander ausüben, er hat den Spannungstensor im Auge; zunächst aber nennt er so die beiden, an den Enden einer Feder auftretenden Kräfte, die wohl in der Ruhe, aber keineswegs in der Bewegung einander entgegengesetzt gleich sind, weil noch ein Körper zwischen ihnen ist. Dieser Gebrauch desselben Wortes für zwei ganz verschiedene Dinge muß sehr verwirrend wirken. Auch ist der Begriff in der Fassung von Seite 20 nicht zum Aufbau der Mechanik verwertbar.

Und nun noch eine Stelle, die mein Bedenken erregt. Seite 48 heißt es: Dort hatte der Schüler erkannt, daß die zurücktreibende Kraft der Feder P gleich $-kx$ ist. . . . Da der Schüler in der Bewegungslehre bereits gelernt hat, die Kraft, welche die angehängte Masse bewegt, durch das Produkt aus der Masse m und der Beschleunigung b zu messen, kann er die Kraftgleichung

$$mb = -kx$$

ansetzen.“

Nein, das kann er nicht, denn selbst wenn er seine bisherigen Kenntnisse zum allgemeinen Newtonschen Grundgesetz verallgemeinern wollte, so könnte er noch lange nicht wissen, daß auch bei der Bewegung die Kraft $-kx$ ist. Das ist sogar falsch: die Kraft ist wesentlich geringer. Der Verfasser weiß ja auch, daß die Gleichung gar nicht so heißt, sondern genauer

$$(m + \frac{1}{3}m')b = -kx,$$

wo m' die Masse der Feder selbst ist. Nun kommt ja nicht irgendwie auf mystischem Wege ein Drittel der Federmasse zur angehängten Masse hinzu, so daß der Fehler in einer Ungenauigkeit der Massenbestimmung läge, sondern in Wahrheit ist die Kraft, welche die Feder nach außen abgibt, geringer. Man müßte eigentlich so schreiben:

$$mb = -kx - P'$$

$$P' \sim \frac{1}{3}m'b.$$

Die Sache liegt natürlich ziemlich tief, sie hängt aufs engste mit den Schwierigkeiten des statischen Kraftbegriffes zusammen und mit ähnlichen Schwierigkeiten, die das d'Alembertsche Prinzip selbst guten Büchern bereitet. Ich nehme gleich eine entsprechende anfechtbare Stelle der Fischerschen Abhandlung hinzu. Seite 153 heißt es: „Da ferner äußere Kräfte und das Produkt aus Masse und Beschleunigung nach dem d'Alembertschen Grundsatz wie gleichartige Größen zu behandeln sind, so muß das Produkt mz in jedem Augenblick ebenso groß sein wie die äußere Kraft P , die die Feder in ihrem augenblicklichen Zustand verzerren würde.“ Hier ist derselbe Fehler wie oben, nur tritt seine Quelle deutlicher hervor: eine falsche Auffassung des d'Alembertschen Prinzips. Auch muß es nicht

äußere Kräfte sondern eingeprägte Kräfte heißen. Und im Zusammenhang damit ist das System nicht klar erfaßt. Ohne klaren Systembegriff kein richtiges d'Alembertsches Prinzip. Der Schluß des Satzes ist auch sachlich falsch.

Selbst auf die Gefahr hin, mich zu wiederholen (es steht dies schon alles in meiner Arbeit über die Grundlagen der Mechanik: math. Annalen Bd. 66, Seite 382) möchte ich hier vor weiterem Kreise noch einmal auf die Sache eingehen, denn kein Prinzip der Mechanik wird im Unterricht so schlecht behandelt, wie das d'Alembertsche. Entweder trivialisiert man es: man schreibt nur das Newtonsche Grundgesetz in der Form $\Sigma k - mw = 0$. Das steckt zwar im d'Alembertschen Prinzip mit drin, aber das ist nicht alles. Oder man faßt es falsch auf, wie unsere Autoren (sie sind nicht in schlechter Gesellschaft): Aus einer richtigen statischen Gleichung wird eine richtige kinetische, wenn man die Massenbeschleunigungen von den Kräften abzieht. Das führt zu Fehlern, siehe oben. Das richtige Prinzip, genau so wie d'Alembert es formulierte, heißt: Die Reaktionskräfte (ihr Gegenteil nennt d'Alembert die verlorenen Kräfte) halten sich am System das Gleichgewicht. Oder, da nach Newton die Massenbeschleunigungen gleich der Summe aller Kräfte, also der Summe aus den Reaktionskräften und den eingepägten Kräften gleich sind: Die eingepägten Kräfte und die negativen Massenbeschleunigungen halten sich am System zusammen das Gleichgewicht.

Es kommt also auf das System an. Ist das System ein physikalisches (wirkliches), so gibt es keine Reaktionskräfte und das Prinzip wird mit dem Newtonschen Grundgesetz identisch. Man spricht deshalb bei einer Feder am besten gar nicht vom d'Alembertschen Prinzip. Ist aber das System idealisiert (z. B. ein starrer Körper), so liefert das Prinzip Neues, die Bewegungsgleichungen des starren Körpers, die das Newtonsche Prinzip allein nicht geben kann, da es die unbekannten Reaktionen enthält.

Der Übergang von der Statik zur Kinetik ist schwer, weil man damit rechnen muß, daß die Kräfte sich ändern. Darum ist der direkte Aufbau der Kinetik dem aus der Statik entschieden vorzuziehen; und darum paßt auch das Stück aus meinem Buche nicht gut in die Arbeit des Herrn Hahn, so sehr ich ihm auch danke, daß er die Lehrer mit meinem Buche etwas bekannt macht.

Ich habe diesen beiden Abhandlungen mehr Zeilen gewidmet, weil sie sicher nach ihrer Bedeutung einen weiten Weg durch die Lehrerwelt zurücklegen werden. Gerade aber wegen dieser breiten Wirkung scheint es mir notwendig, deutlich auf die Mängel hinzuweisen.

Berlin, den 12. Dezember 1920.

11
Hamel.