$$G = \frac{P}{4\pi a} \int \frac{r_1^2 - a^2}{[r_1^2 + a^2 - 2ar_1(\cos\theta\cos\theta_1 + \sin\theta\sin\theta_1\cos(\phi_1\phi -))]^{\frac{5}{2}}} ds_1.$$

ove i limiti dell'integrale debbonsi estendere a tutta la curva inducente. Avendosi nel caso attuale $r_1 < a$ gli elementi dell'integrale sono tutti negativi, la densità G è quindi dappertutto di natura contraria alla carica della curva inducente, come già sappiamo da un'altra parte. Tralasciamo di applicare questa formula a casi particolari perchè le rispettive formule possonsi con grande facilità dedurre da quelle sviluppate di sopra per il caso ove la sfera era indotta dal di fuori.

ANCORA DELL'AZIONE ELETTROMOTRICE DEI SOLENOIDI NEUTRI;
SECONDA NOTA DEL DOTT. ANTONIO ROITI, PROFESSORE
NELL'ISTITUTO TECNICO DI FIRENZE.

Ho già mostrato ⁽¹⁾ come rientri pienamente nella legge integrale della induzione de' circuiti chiusi, stabilita teoricamente da Neumann padre e sperimentalmente dal Prof. Felici, la corrente indotta di chiusura o di apertura che quest'ultimo ottenne in un circuito concatenato con un solenoide neutro.

Ora, è noto che un solenoide neutro non esercita veruna azione sopra un polo magnetico ad esso esterno; e quantunque non si sia potuto finora verificare sperimentalmente se non ne eserciti veruna neppure sopra un elemento di corrente che faccia parte di un circuito chiuso, tuttavia si giunge a tale conseguenza se si parte da una qualunque delle espressioni finora proposte per l'azione elementare elettrodinamica.

(1) *Nuovo Cimento*, Serie 2, Vol. XI, p. 25.

Anche ammettendo ciò, ho mostrato come si possa conciliare il fatto dell'induzione di chiusura o di apertura de' solenoidi neutri coll'ipotesi da cui prese le mosse il Neumann, la quale vuole che la forza elettromotrice indotta sia proporzionale in ogni istante alla componente dell'azione elettrodinamica presa nella direzione del moto relativo de' due elementi ed alla velocità di quel moto. Infatti, fra le altre cose ed oltre la osservazione fatta anche da Wiedemann ⁽¹⁾ e da me verificata sperimentalmente, avvertivo la possibilità che all'atto dell'apertura o della chiusura del circuito primario, durante lo stato variabile della corrente, il solenoide cessi di esser neutro e quindi eserciti durante quel tempo un'azione elettrodinamica, cui faccia riscontro la corrente d'induzione osservata.

Ma siffatta riflessione e le altre indicate nella mia Nota precedente, non sono più applicabili alla corrente indotta nella esperienza che ora descriverò, e che già alla fine di quella Nota accennai di aver progettata insieme al mio amico Dott. Luigi Donati.

Tale esperienza consiste nel far variare il potenziale del solenoide sul circuito con esso concatenato, senza che vari l'intensità della corrente induttrice e senza che cessi il solenoide di esser neutro nemmeno un istante per tutto il corso della variazione del suo potenziale.

Ecco la descrizione dell'apparecchio di cui mi sono servito e che è rappresentato nel suo complesso dalle figure 1.^a e 2.^a della Tavola III.

È composto da 200 esagoni identici formati da piccole stecche di legno arrotondate alle estremità ed imperniate due a due. Questi esagoni sono incastrati in due anelli di legno, come mostra particolareggiatamente la figura 3.^a, e sono distri-

(1) « . . . È tuttavia da osservare che nel moto del filo da distanza grandissima fino alla posizione che occupa quando abbraccia l'anello, dovrebbe necessariamente aver luogo una intersezione di quest'ultimo con un elemento del filo, e con ciò si desterebbe un'azione induttrice; cosicchè anche questo fenomeno può rientrare benissimo nella teoria di Neumann ». — Wiedemann. *Galvanismus und Elektromagnetismus*, 2. Edizione. Vol. 2, p. 84, Braunschweig 1874.

buiti regolarmente tutto all'ingiro. Sull'anello inferiore ricorrono tante scanalature radiali quanti sono gli esagoni, e sull'altro anello ciascuna scanalatura va da un esagono al successivo, ed una ve ne ha di forma circolare, come ben si vede dalla figura 2.^a. In queste scanalature e tra le stecche degli esagoni si avvolge, intorno all'anello così formato, un filo di rame ricotto grosso mezzo millimetro e coperto di seta, i capi del quale sono impegnati nei serrafili del commutatore a mercurio *C*.

I due anelli scanalati sono troppo sottili per essere rigidi, e però, dopo aver messo al posto il filo di rame, ciascuno di essi fu incollato e legato stabilmente con un anello più grosso di legno, sul quale sono avvitati due solidi regoli che s'incrociano nel suo centro. I due regoli dell'anello inferiore sono fissati sulla tavola delle esperienze.

Per assicurare poi il parallelismo dei due anelli durante il loro avvicinamento od allontanamento, ebbi ricorso a quel piccolo congegno che riesce sufficientemente chiaro alla semplice ispezione della figura 1.^a. Mediante la manovella che si vede in cima, si può operare la deformazione prontissimamente, e mediante dei dadi a vite, uno de' quali si vede all'estremità inferiore dell'asse, si limita la corsa di questo e si ha così la possibilità di ottenere a più riprese delle deformazioni assolutamente identiche.

Il rocchetto, rappresentato a sinistra nelle figure 1.^a e 2.^a, è un tubo di cartone terminato da due cerchi di legno, diviso per metà longitudinalmente perchè possa abbracciare il solenoide, e munito di un piccolo zoccolo per fissarlo con viti sulla tavola delle esperienze. Esso serve ad accogliere un filo di rame coperto di guttaperca, che va ad un galvanometro a specchietto *G* e costituisce il circuito indotto.

Schiacciando il solenoide, l'area di ogni esagono diminuisce, come indica la figura 4.^a, e così diminuisce il potenziale del solenoide sul circuito secondario dando origine, com'era da prevedersi, alla corrispondente corrente d'induzione.

Fra le numerose esperienze che feci con questo apparecchio, ne riferirò una sola scelta a caso, perchè tutte diedero risultati perfettamente concordanti.

5 Elementi Bunsen.

260 giri del filo indotto sul rocchetto.

	Deviazioni	
Il solenoide ha la sezione mass.	{ 1. All'apertura. +26,0	26,05
	{ 2. Alla chiusura —26,1	
	3. All'atto dello schiacciamento. . +16,9	26,0
Il solenoide ha la sezione min.	{ 4. All'apertura. + 9,1	
	{ 5. Alla chiusura — 9,0	26,1
	6. Si restituisce alla forma primitiva. —17,1	
Il solenoide ha la sezione mass.	{ 7. All'apert. . (?) +25,7	25,9
	{ 8. Alla chiusura. —26,0	
	{ 9. All'apertura . +26,0	

Intanto noteremo che anche in questo caso è verificato il teorema del Prof. Felici, che serve di passaggio fra l'induzione per moto relativo e quella d'apertura e chiusura, e ch'egli enunciò così:

« La somma delle forze elettromotrici indotte in un circuito chiuso filiforme, durante il suo passaggio da una ad un'altra posizione relativamente al circuito inducente, ha un valore assoluto uguale alla differenza fra la somma delle forze elettromotrici indotte al chiudere il circuito della pila, stando immobile il circuito indotto nella prima posizione, e la somma in simil modo ottenibile stando il circuito indotto nella seconda di quelle due posizioni (1) ».

Ritornando poi alle considerazioni precedenti, vediamo che quantunque risulti dalle leggi elettrodinamiche elementari finora proposte che l'azione elettrodinamica del nostro solenoide sopra ciascun elemento indotto sia costantemente nulla; pure all'atto della deformazione si ottiene la corrente indotta corrispondente alla variazione del potenziale. A prima giunta parrebbe che se

(1) Felici. *Sulla Teoria matematica dell'induzione elettrodinamica.* — *Annali della Università Toscana.* Tomo III, anno 1852,

ne dovesse dedurre che: o son false le formole per l'azione elementare elettrodinamica, o è falsa l'ipotesi della proporzionalità dell'induzione all'azione elettrodinamica (1).

Ma riflettendo meglio si scorge che neppure la esperienza or riferita può invocarsi contro l'ipotesi quale fu enunciata da Neumann. Infatti si può dimostrare analiticamente che mentre nella nostra esperienza nessuno degli elementi indotti esercita un'azione tendente a spostare il solenoide come corpo rigido, ciascuno invece esercita un'azione che tende a deformarlo, e che la risultante di queste azioni, se è nulla quando il solenoide non è abbracciato dal circuito indotto, è all'incontro diversa da zero quando lo abbraccia. Quindi una deformazione del solenoide deve indurre, come asserisce Neumann e come abbiamo constatato coll'esperienza, la corrispondente forza elettromotrice nel circuito con esso concatenato.

Tuttavia invece di qui riferire tale dimostrazione, affinché la cosa riesca evidente anche a coloro che non hanno simpatia pel calcolo, preferisco istituire il seguente parallelo fra il nostro fenomeno ed un altro più familiare che si presenta nella teoria dinamica del calore.

Invece del solenoide neutro consideriamo un involucro materiale sferico S , ed al centro di esso un punto materiale C invece dell'elemento indotto. Ciascuna particella di S attrae C ed è attratta da C , ma per ragione di simmetria la risultante di tutte le attrazioni dell'involucro sopra C è nulla, e si conserva costantemente nulla al variare del raggio di S . E così avviene nel caso del solenoide neutro, ciascuno elemento di corrente del quale esercita bensì un'azione elettrodinamica sopra un dato elemento indotto, ma l'azione risultante di tutto il solenoide sopra quest'ultimo elemento si mantiene nulla.

Supponiamo che, a partire da un dato istante, sul sistema (S, C) non agiscano altre forze se non che le attrazioni fra C ed i vari punti di S dovute alla gravitazione universale. Allora obbedendo a queste attrazioni, l'involucro diminuirà di raggio e

(1) Felici. *Esperienze sulle forze elettromotrici indotte*. — *Nuovo Cimento* 2, Serie, Tomo IX, pag. 5 (Anno 1875).

ciascuna particella di esso acquisterà una forza viva equivalente alla diminuzione della sua energia potenziale. Se in seguito per una causa esterna qualsivoglia si sospende la contrazione, quella forza viva si manifesterà sotto forma di calore, che potrà essere trasmesso in un modo qualunque al nucleo C .

Vediamo adunque che un involucro il quale esercita sopra un punto C una somma di azioni costantemente nulla, deformandosi, vi può sviluppare del calore, ed il calore sviluppatovi è equivalente al lavoro speso durante la deformazione.

Del pari nel caso del solenoide che si deforma mantenendosi neutro, ad ogni variazione del suo potenziale corrisponde una equivalente forza elettromotrice indotta nell'elemento da noi preso a considerare nel circuito secondario; solo che in questo caso non sapremmo per anco, come nel primo, precisare il meccanismo della trasformazione di queste due energie.

Ora nel primo caso non concludiamo certamente che il calore svolto da ciascuna particella di S in ciascun tempuscolo non sia proporzionale al lavoro da essa speso coll'avvicinarsi al centro, cioè alla componente della forza nella direzione del moto moltiplicata per lo spazio da essa percorso durante quel tempuscolo. Dunque non possiamo nemmeno concludere nel secondo caso che non sia vera l'ipotesi analoga di Neumann quando si applichi, com'egli fece, ad *elementi* di circuito indotto ed inducente; mentre non sarebbe vera in generale la proporzionalità dell'induzione all'azione elettrodinamica, se si volesse enunciare per circuiti interi senza restrizioni.

Ed il fatto apparentemente assurdo che si possa eseguire un lavoro senza vincere una resistenza, o per essere più esatti vincendo un sistema di forze la cui risultante è costantemente nulla, deriva dalla circostanza che quando muta di segno una forza, muta pur di segno lo spazio che essa fa percorrere al proprio punto di applicazione. Quindi mentre la risultante di due forze opposte è uguale alla differenza delle loro intensità, il lavoro risultante è dato dalla somma dei lavori di quelle due forze.

Firenze 8 Aprile 1875.