**3. Über die Abhängigkeit
der Hysteresiswärme und der Permeabilität des
Eisens von der Frequenz des Wechselfeldes¹⁾;
von Léon Schames.**

Einleitung.

Unterwerfen wir Eisen einer periodisch wechselnden magnetischen Kraft, so wird Wärme entwickelt, und zwar sind es zwei Ursachen, die diese Wärmeproduktion bedingen:

1. Die Hysteresis und 2. die Wirbelströme.

Letztere rühren daher, daß infolge der Änderung der magnetischen Feldstärke im Eisen elektrische Ströme induziert werden. Diese Wirbelströme sind in massiven Eisenmassen sehr beträchtlich, und weil mithin der von ihnen hervorgerufene Effektverlust sehr groß ist, so ist die Technik schon früh dazu gekommen, das Eisen in Form dünner Bleche oder Drähte zu unterteilen.

In dieser Arbeit soll nun untersucht werden, inwieweit die Energievergeudung durch Hysteresis von der Geschwindigkeit abhängt, mit der der zyklische Prozeß durchheilt wird; gleichzeitig soll konstatiert werden, ob und wie die Permeabilität von dieser Feldwechselzahl beeinflußt wird.

Die erste Frage ist von vielen Seiten in Angriff genommen worden, ohne daß eine einheitliche Lösung erfolgte. Warburg und Hömig²⁾, Tanakadate³⁾ und Weihe⁴⁾ wandten kalorimetrische Methoden zur Messung der Hysteresiswärme an. Ihre Arbeiten ergaben das Resultat, daß bei der Wechselstrommagnetisierung die Energievergeudung kleiner sei als bei

1) Auszug aus der Würzburger Dissertation.

2) E. Warburg u. M. Hömig, Wied. Ann. 20. p. 814. 1883.

3) A. Tanakadate, Phil. Mag. 28. p. 207. 1889.

4) F. A. Weihe, Wied. Ann. 61. p. 578. 1897.

statischen Versuchen. Eine Unabhängigkeit fanden Hopkinson¹⁾, Maurain²⁾, Gray³⁾ und Guye und Herzfeld.⁴⁾

Steinmetz⁵⁾, Niethammer⁶⁾, M. Wien⁷⁾, Krogh und Rikli⁸⁾, Dina⁹⁾ und Corbino¹⁰⁾ hingegen folgern aus ihren Versuchen, daß der Energieverlust durch Hysteresis bei Wechselstrom größer ist, als ihn die statische Hysteresisfläche ergibt, und daß die Energievergeudung mit der Wechselzahl zunimmt. Eine analoges Resultat fand Klemencic¹¹⁾ für weiches Eisen, hingegen für Stahl und Nickel merkliche Konstanz.

Auf die Kritik dieser Arbeiten will ich später im Anschluß an meine eigenen Resultate zurückkommen.

Die zweite Frage, die Abhängigkeit der Permeabilität von der Periodenzahl wurde von M. Wien⁷⁾ und Krogh und Rikli⁸⁾ dahin beantwortet, daß eine Abnahme der Permeabilität mit wachsender Periodenzahl stattfindet. Ähnlich findet Klemenčič¹¹⁾ bei Schwingungen von 1000 und 2000 Perioden in der Sekunde, daß die Permeabilität sich merklich einer Konstanten nähert.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine rein kalorimetrische Methode angewandt. Das zu untersuchende Eisenblech wurde in der Form von prismatischen Bündeln in Glasröhren eingeschmolzen, die in Kapillarröhren endigten. Die Glasgefäße wurden mit Xylol gefüllt, so daß man die Wärmeenergie, die durch schnell wechselnde Magnetfelder (sekundliche Periodenzahl 0—500) im Eisen erzeugt wurde, durch die Verschiebung des Xylolmeniskus in der Kapillare bestimmen konnte. Wie wir sahen, rührt nun diese Wärme sowohl von der Hysteresis, als auch von den Wirbelströmen her. Letztere wurden mit

1) Hopkinson, Elektrotechn. Zeitschr. 13. p. 642.

2) Ch. Maurain, Ecl. electr. 15. p. 409. 1898.

3) Gray, Phil. Trans. 184 A. p. 531.

4) Guye u. Herzfeld, Compt. rend. 136. p. 957.

5) C. F. Steinmetz, Elektrotechn. Zeitschr. 13. p. 43.

6) F. Niethammer, Wied. Ann. 66. p. 29. 1898.

7) M. Wien, Wied. Ann. 66. p. 859. 1898.

8) Krogh u. Rikli, Elektrotechn. Zeitschr. p. 1083. 1900.

9) A. Dina, Elektrotechn. Zeitschr. p. 41. 1902.

10) O. M. Corbino, Atti. Assoc. electr. ital. 1903.

11) I. Klemenčič, Wiener Ber. 1894. p. 205; 1895. p. 724; 1898.

Hilfe einer analytischen Formel berechnet, wie dies in § 6 näher ausgeführt wird.

Ausführung der Versuche.

I. Teil. Vorversuche.

§ 1. Bestimmung der Materialkonstanten.

Nachdem zuerst Vorversuche mit Drahtbündel angestellt waren, gelangten zur eigentlichen Untersuchung Bleche, weil sie in der Praxis bei weitem mehr Verwendung finden. Ich untersuchte zwei Stärken und zwar:

1. Das ca. 0,3 mm starke Transformatorenblech der Firma Siemens-Schuckert-Werke Nürnberg und

2. Dasselbe Blech, von Heräus in Hanau auf ca. den zehnten Teil, also auf 0,03 mm Dicke ausgewalzt.

Diese Bleche waren nach einheitlichem Format zu Streifen von 200 mm Länge und 18 mm Breite geschnitten. Nachdem das spezifische Gewicht und der elektrische Widerstand des Materiales bestimmt worden war, wurden gleiche Metallvolumina der Bleche mit einer Zwischenlage von dünnstem Seidenpapier zu Bündel vereinigt, die im Schraubstock zusammengepreßt und durch Umschnüren mit Bindfaden zusammengehalten wurden. Tab. I ergibt die aus einer großen Zahl von Beobachtungen bestimmten Durchschnittswerte:

Tabelle I.

	Material	Spez. Gew.	Dicke mm	Widerstand	Anzahl der Bleche
A	Eisen 0,3	7,77	0,288	0,134	50
B	Eisen 0,03	7,77	0,0329	0,136	438

Die Bestimmungen der Permeabilität des Eisens geschahen nach der ballistischen Methode und zwar an einem ringförmigen Versuchskörper, um von dem Einfluß der entmagnetisierenden Wirkung der Enden frei zu sein. Aus dem dünnen Eisenblech wurden 75 Ringe von 80 mm äußerem und 46 mm innerem Durchmesser durch Umschlingen mit Isolierband zu einem festen Körper vereinigt. Es wurden in drei Lagen 190 Windungen primär und 55 Windungen sekundär aufgewickelt. Damit der scheinbare Widerstand der Wickelung nicht störend in Betracht kommen konnte, benutzte ich erstens eine hohe

Spannung mit viel Vorschaltwiderstand, und zweitens ein Edelmannsches Galvanometer mit einer Schwingungsdauer

Fig. 1. Ballistische Bestimmung der Permeabilität.

$T = 4,25$ Sek. Die Kurve der Permeabilität, wie sie aus diesem Versuche folgt, zeigt Fig. 1.

§ 2. Magnetometrische Messungen.

Wir gehen jetzt über zur Aufnahme der statischen Hysteresisfläche, welche unter denselben Umständen erfolgen sollte, wie später die Bestimmung der Wechselstromhysteresis. Zu diesem Zwecke wurde das zu untersuchende Eisenbündel in eine Spule gebracht, die einen weiten Hohlraum besaß, um bei den Wechselstromversuchen Kühler und Wärmeschutzvorrichtung aufnehmen zu können. Die Dimensionen dieser Spule waren: Höhe = 30 cm, innerer Durchmesser = 7,8 cm, äußerer Durchmesser = 12,2 cm. Sie war mit neun Lagen zu je 98 Windungen bewickelt. Da die Länge der Eisenbündel nur 20 cm betrug, so war die Spule hinreichend lang, um störende Kraftlinienverteilung an den Enden zu vermeiden.

Die Meßanordnung war nun folgende: ein Kohlrausch-

sches Biflarmagnetometer wurde in den magnetischen Meridian gestellt; in erster Hauptlage dazu befand sich die beschriebene Spule. Eine zweite Spule, in zweiter Hauptlage, diente zur Kompensation der Ablenkung, die durch den Magnetisierungsstrom hervorgerufen wurde. Außerdem war in den Stromkreis ein Regulierwiderstand, der, damit er nicht auf das Magnetometer wirken konnte, biflar gewickelt war, ein Kugelpolampèremeter und ein Kommutator eingeschaltet.

Nachdem nun das Eisen mehreren vollständigen Kreisprozessen ausgesetzt worden war, wurden Messungen ausgeführt, deren Resultate in Tab. 2 zusammengestellt sind.

Die Feldstärke, die aus den Dimensionen der Spule zu berechnen war, mußte korrigiert werden, weil die Spule im Verhältnis zu ihrer Länge nicht eng genug war. Es ergab sich nach Heydweiller¹⁾, daß der Wert 5 Proz. kleiner war, als ihn die sonst übliche Formel

$$\mathfrak{H} = \frac{4 \pi n J}{e}$$

ergab, und zwar wurde gefunden:

$$\mathfrak{H} = 35,15 J_{\text{Amp.}}.$$

Tabelle II.

$J_{\text{Amp.}}$	$\mathfrak{H}$	Bündel A				Bündel B			
		e		$\mathfrak{H}$		e		$\mathfrak{H}$	
0	0	-1	+1	-4,7	4,7	-10	+10	-47	47
1	35,15	38	40	178	187	36,5	56	172	262
2	70,3	76,5	78,5	358	366	83	100	390	469
3	105,5	116	118	544	553	127	143,5	596	668
4	140,6	154	156	723	731	168	182,5	788	864
5	175,8	187,5	189	880	887	202	216	949	1014
6	210,9	217	218,5	1016	1024	229	238	1077	1112
7	246,1	234,5	236,5	1099	1109	246	252,5	1157	1184
8	281,2	248	249,5	1163	1171	260	264,5	1220	1241
9	316,4	260	261	1222	1226	272	274	1275	1285
10	351,5	270	270,5	1268	1270	282	283	1322	1330
11	386,7	277	277,5	1305	1307	289,5	290,5	1356	1364
12	421,8	285		1336		297		1394	

1) A. Heydweiller, Hilfsb. z. Ausführung elektr. Messungen p. 45.

Die magnetische Intensität $\mathfrak{J}$ ergibt sich aus $\mathfrak{J} = M/V$,
wo V das Eisenvolumen = 51,7 ccm ist, und

$$M = \frac{1}{2} r^3 H (1 + \theta) \frac{e}{2a}, \quad 1)$$

wo wiederum a der Abstand zwischen Spiegel und Skala, e der

Fig. 2. Hysteresisfläche (magnetometrische Messungen).

Ausschlag, θ das Torsionsverhältnis und H die erdmagnetische Intensität bedeutet.

1) F. Kohlrausch, Prakt. Physik p. 834.

Fig. 3. $\frac{1}{4}$ nat. Gr.

Aus der Tab. 2 geht ohne weiteres hervor, daß der Energieverlust durch Hysteresis im dicken Blech nur einen ganz kleinen Bruchteil beträgt von dem Verlust im dünnen Blech. In Fig. 2 habe ich die Hysteresisfläche für das dünne Eisen wiedergegeben, wie sie aus obiger Tabelle folgt; ihre Auswertung ergibt einen Verlust von 39000 C.G.S. pro Kreisprozeß und pro Kubikzentimeter. Bei dem dicken Eisenblech liegen die Punkte so dicht beieinander, daß eine rationelle Auswertung der Hysteresisfläche nicht möglich war.

§ 3. Die Kalorimetergefäße.

Nachdem so die magneto-statischen Messungen durchgeführt worden waren, ging ich an die Herstellung der Glasgefäße, die als Xylolthermometer benutzt werden sollten. Um diese später bequem eichen zu können, wurde auf das Eisenbündel *B* eine Spirale aus 0,1 mm starkem Platindraht gewickelt, und zwar bifilar, damit in dem Draht selbst möglichst wenig Wirbelströme entstehen konnten. Die Heizspirale war durch Seidenpapier vom Eisenkern isoliert und wurde durch Bindfaden in ihrer Lage festgehalten. Aus der nebenstehenden Fig. 3 ist die Form der Kalorimetergefäße

ersichtlich. Das Rohr R war umgebogen, damit eventuell ausfließendes Xylol sich in einem kleinen mit einem durchbohrten Kork angesetzten Reagenzglas ansammeln konnte. Kühlte sich dann das Eisen wieder ab, so wurde das Xylol von selbst wieder zurückgesogen. Was schließlich das Füllen der Gefäße anbelangt, so geschah dies unter fortwährendem Auspumpen mit der Wasserstrahlluftpumpe und unter vorsichtigem Erwärmen, um die letzten Spuren von Luft, die eventuell zwischen dem Seidenpapier und dem Eisen in Gestalt winziger Bläschen sitzen konnten, zu entfernen. Zuletzt wurde der Einfülltrichter T an der Stelle A abgeschmolzen; die hier auftretende Luftblase wurde alsdann durch Neigen des Gefäßes in die Kapillare getrieben, aus welcher sie durch vorsichtiges Erwärmen leicht ganz zu entfernen war.

Bevor wir nun zu den kalorimetrischen Messungen übergehen, will ich mitteilen, wie eine Wirkung der Jouleschen Wärme auf das sehr empfindliche Xylolthermometer verhindert wurde. Die Spule hatte, wie wir gesehen haben, absichtlich einen weiten Hohlraum, um hier einen Wasserkühler anzubringen. Bei den ersten Versuchen war ein doppelwandiger Zinkblechzylinder verwandt worden, der sich aber bald als gänzlich untauglich herausstellte, weil er in Gestalt von Wirbelströmen einen zu großen Effekt verzehrte. Statt seiner wurde ein Gummischlauch G in eng aneinanderliegenden Windungen auf ein Papprohr aufgewunden. Der Zwischenraum zwischen letzterem und dem Glasgefäß wurde durch das Filzrohr F und durch Watte W ausgefüllt, damit das Kalorimeter gegen Wärmeverlust geschützt sei.

II. Teil. Wechselstromversuche.

§ 4. Kalorimetrische Messungen.

Zur Erzeugung des magnetischen Wechselfeldes dienten zwei Gleichstrom-Wechselstromumformer:

1. Eine vierpolige 1 HP-Maschine von Siemens & Halske mit einer Frequenz von 50 Sek.¹⁾
2. Eine 36 polige 8 HP-Maschine von Schuckert, die

1) v. Trautenberg, Dissertation. Würzburg 1905.

bei der maximalen Tourenzahl von 2000 Min. eine Frequenz von 600 Sek. erreicht.¹⁾

Bei den Versuchen mit der ersten Maschine bestand der Stromkreis aus einem doppelpoligen Ausschalter, einem Hitzdrahtampèremeter von Hartmann & Braun und der oben beschriebenen Untersuchungsspule. Im Nebenschluß lag ein Hartmann-Kempfscher Frequenzmesser, dessen mittlere Feder auf die Periodenzahl 50 abgestimmt worden war. Bei allen kalorimetrischen Messungen mit dieser Anordnung wurde diese Frequenz durch Regulierung der Widerstände der Magnetwicklung, der Ankerwicklung und der Erregerwicklung des Wechselstromgenerators erzielt. (Die Abweichung konnte maximal $1\frac{1}{2}$ Proz. betragen, dieselbe Genauigkeit kommt auch den Ablesungen am Hitzdrahtampèremeter zu.)

Bei den Versuchen mit der zweiten Maschine jedoch konnte ein solch einfacher Stromkreis nicht beibehalten werden, denn bei der hohen Frequenz ging durch die Spule nur ein minimaler Strom. Es mußte folglich mittels eines Kondensators Resonanz erzwungen werden. Gleichzeitig haben wir so ein Mittel an der Hand, um mit fast reinen Sinusströmen zu arbeiten, worauf ich in § 5 näher eingehen werde. In der Fig. 4 ist *C* der Kondensator eines großen Induktoriums; seine Kapazität betrug ca. $2\frac{3}{4}$ M.-F. Um nun bei den verschiedensten Stromstärken Resonanz zu erhalten, wurde die Tourengeschwindigkeit des Generators variiert. Es folgt also im Gegensatz zu den Versuchen mit der ersten Maschine, wo die Frequenz immer konstant blieb, daß hier die Frequenzen jedesmal verschieden waren; sie wurden von Fall zu Fall durch Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit mit einem Tourenzähler bestimmt. Bei unserer Anordnung schwankt die Frequenz für das dicke Eisen von 475—525, für das dünne von 460—510. Um eine Frequenz zu erzielen, welche zwischen diesen und denjenigen von 50 lag, schaltete ich dem Kondensator einen kleineren von $\frac{1}{2}$ M.-F. parallel; es ergab sich dann eine Periodenzahl von ca. 400.

Da der Kondensator regulär schon Spannungen bis zu 1100 Volt auszuhalten hatte, so mußte man mit dem Unter-

1) W. Wien, *Physik. Zeitschr.* 4. p. 586. 1903.

brechen des Stromes vorsichtig sein, damit nicht etwa ein zu großer Öffnungstrom den Kondensator durchschlug. Ich verfertigte deshalb einen speziellen Schalter, der den Zweck hatte, den Kondensator im Moment vor der Stromöffnung kurz zu schließen, so daß eine Beschädigung ausgeschlossen war. Die

Fig. 4. $\frac{1}{10}$ nat. Größe.

Konstruktion des Schalters ergibt sich aus der Figur; wir sehen, daß durch das in die Höhe ziehen des Handgriffes zuerst $a-b$ verbunden und dann $b-c$ unterbrochen wurde.

Die kalorimetrischen Messungen wurden folgendermaßen ausgeführt. Die Skala erhielt bestimmt markierte Stellen im Abstand h und es wurde mit der Sekundenuhr die Zeit gemessen, die zum Passieren dieser Strecke nötig war. Nach dieser Messung wurde der Fall beobachtet, der durch die Wasserkühlung bedingt war, und der als Korrektur berücksichtigt werden mußte. Was schließlich die absolute Eichung der Xylolkalorimeter anbelangt, so wurde diese durch Heizung

Bündel A. + 475—525. × 395—415. ○ 50.

Fig. 5. Bündel B. + 460—510. × 395—410. ○ 50.

der Platinspirale mit Gleichstrom erzielt. Bei der Eichung war die Messung eine ganz analoge wie bei der Messung der durch Wechselstrommagnetisierung im Eisen erzeugten Wärme. Es wurden so je drei Meßreihen für die beiden Eisenbündel durchgeführt, deren Resultate aus den Kurven der Fig. 5 zu entnehmen sind; diese zeigen uns also die Abhängigkeit der Energieverluste von dem magnetisierenden Strom bei verschiedenen Frequenzen. Die Genauigkeit der Beobachtungen ist auf 2 Proz. anzusetzen, denn die einzelnen Messungen der Tourenzahl, der Zeit und der Ablesungen an der Skala sowie an den verschiedenen Strom- und Spannungsmessern lassen keinesfalls einen größeren Fehler zu.

§ 5. Bestimmung der maximalen Induktion.

Bei Kurven, wie den hier gefundenen, haben sich manche Forscher begnügt, ohne zu bedenken, daß man aus ihnen kein Resultat folgern kann, weil sie auf gleichen magnetisierenden Strom, nicht aber auf gleiche maximale Induktion bezogen sind. Auch auf gleiche maximale Feldstärke zu beziehen, ist unrichtig, denn es kann ja auch die Permeabilität von der Wechselzahl abhängen. Um nun die maximale Induktion kennen zu lernen, bedient sich Fleming¹⁾ eines einfachen Verfahrens. An den Enden einer flachen Probespule, die auf den Eisenkern aufgeschoben wird, beobachtet er die effektive sekundäre Spannung e in Volt. Aus dieser läßt sich die maximale Induktion berechnen, wenn wir die Form der Spannungskurve kennen. Definieren wir, als „Formfaktor der Spannung“ f = Effektivwert : Mittelwert, so ist nach Fleming:

$$10^8 e = 4 f n N (S \mathfrak{B}_{\max.} + S' \mathfrak{S}_{\max.})$$

und mithin

$$\mathfrak{B}_{\max.} = \frac{10^8}{4 f n S N} - \frac{S'}{S} \mathfrak{S}_{\max.},$$

wobei bedeutet N = Windungszahl der Probespule, S = Eisenquerschnitt der Probespule, S' = Luftquerschnitt der Probespule.

Um nun die Form der Spannungskurve zu erhalten, wurde dieselbe mittels der Braunschen Röhre photographisch aufgenommen. Da eine Röhre mit Glasdiaphragmen während

1) J. A. Fleming, Phil. Mag. 44. p. 262. 1897.

eines 5 Minuten langen Betriebes durch die auftreffenden Kathodenstrahlen am ersten Diaphragma so heiß wurde, daß sie sprang, wurden Aluminiumdiaphragmen genommen, die sich in der Tat gut bewährten. Was nun die Art und Weise des Photographierens anbelangt, so war die Schwierigkeit zu überwinden, daß bei der großen Frequenz ein einmaliger Lichteindruck auf einer bewegten Platte keine genügende Wirkung hinterließ. Es wurden deshalb die Photographien auf einem auf der Maschinenachse rotierenden Film aufgenommen; es war so die Möglichkeit gegeben, mehrere zeitlich hintereinander liegende Lichteindrücke örtlich auf dieselbe Stelle zu konzentrieren, so daß sich durch längeres Belichten mehrere tausend Eindrücke übereinander lagerten und so eine genügende Wirkung hervorriefen. Die Ablenkung der Kathodenstrahlen in der Braunschen Röhre geschah durch ein elektrostatisches Feld¹⁾, indem die Spannung an einen Kondensator gelegt wurde. Letzterer bestand aus zwei Platten von 6 cm $\times$ 6 cm im gegenseitigen Abstand von 4 cm.

Aus den Photographien wurde durch Ausmessung auf 1,5 Proz. genau der Formfaktor ermittelt, dessen Größe aus der Tab. 3 zu entnehmen ist.

Bei den Versuchen mit der Frequenz $n = 50$ konnte man zur Kurvenaufnahme eine Joubertsche Scheibe benutzen, da die Maschine nur vierpolig war und eine geringere Tourenzahl hatte. Es zeigte sich, daß die Wechselströme dieser Maschine sehr stark entstellt waren. Das veranlaßte mich, die Messungen bei der Frequenz 50 von der weiteren Betrachtung auszuschließen. Außerdem haben die Versuche bei dieser geringen Frequenz kaum ein Interesse, da sowohl der Hysteresisverlust, als auch die Permeabilität sich wohl kaum von den bei der Gleichstrommagnetisierung beobachteten Werten unterscheiden dürften.

In unserer Bestimmungsgleichung für $\mathfrak{B}$ ist jetzt nur noch die Sekundärspannung ϵ unbekannt. Da nun, durch die Wirkung der Entmagnetisierung, der Kraftlinienfluß ungleichmäßig über die Länge des Eisenbündels hin verteilt ist, so müssen wir zuerst einen richtigen Mittelwert für die sekundäre Spannung suchen.

1) W. I. Milham, Dissert. Straßburg 1901.

Zu diesem Zwecke war die Probespule mit Hilfe zweier Glasröhren zum Verschieben über das Kalorimetergefäß hin eingerichtet. An dem Ende der einen Glasröhre war ein Zeiger Z angebracht, der die Stellung der Spule an einer Skala abzulesen gestattete. Die Dimensionen der benutzten Probespule waren folgende:

Mittlerer Durchmesser	=	46 mm
Höhe der Bewickelung	=	5 „
Stärke der Bewickelung	=	2,5 „
Windungszahl N	=	100.

An einem Hitzdrahtvoltmeter von Hartmann & Braun wurden nun die Spannungen bestimmt für verschiedene Stromstärken und für verschiedene Frequenzen bei der Verschiebung der Probespule vom Ende des Eisenbündels bis zur Mitte. Es ergab sich, daß die graphischen Mittelwerte dieser Spannungen mit einer Genauigkeit von 2 Proz. 4 cm vom Ende entfernt lagen. Da der Widerstand der Probespule ca. 11 Ohm, der des Hitzdrahtvoltmeters 760 Ohm war, so war eine Korrektion von + 1,5 Proz. anzubringen. Die so ermittelten Werte haben in der Tab. 3 unter e_{eff} Aufnahme gefunden. In derselben Tabelle finden wir $\mathfrak{S}_{\text{max.}}$, das wir zur Korrektion von $\mathfrak{B}_{\text{max.}}$ gebrauchen; es ergibt sich aus Fig. 1.

Rechnen wir nun nach dieser Methode unsere früheren Resultate auf gleiche maximale Induktion um, so ergibt sich ein ganz anderes Bild als früher. In der Fig. 6 sind die so erhaltenen Kurven gezeichnet. Sie zeigen uns, daß bei dem Bündel B die Hysteresis von der Periodenzahl unabhängig ist, sobald man für $\mathfrak{B}$ die ungefähre Grenze von 10000 nicht überschreitet. Oberhalb dieser Grenze wächst die Hysteresis mit der Frequenz. Zur Kontrolle habe ich noch zwei Hysteresisschleifen magnetostatisch aufgenommen in den Grenzen

$$\mathfrak{B} = \pm 10370 \quad \text{und} \quad \mathfrak{B} = \pm 6030;$$

ihre Auswertungen ergaben die Verluste von 20500 bez. 9000 Erg für den Kreisprozeß und das Kubikzentimeter. Diese Werte habe ich als Punkte eingezeichnet und zeigen sie mit den anderen Werten genügende Übereinstimmung.

Die Kurven für das Bündel A sind immer noch stark entstellt, weil wir die Wirbelströme nicht berücksichtigt haben; dies wollen wir im nächsten Paragraphen tun.

Bündel A. + 475—525. × 395—415.

Fig. 6. Bündel B. + 460—510. × 395—410. • 0.

Tabelle III.

Bündel B.

$J_{\text{eff.}}$	n	$e_{\text{eff.}}$	f	$\mathfrak{S}_{\text{max.}}$	$\mathfrak{B}_{\text{max.}}$	Energieverlust in Erg pro ccm und pro Kreis- prozeß	μ
1,40	508	22	1,10	10	3800	5100	380
1,40	492	22	"	10	3800	4950	380
1,60	460	26	"	11	4850	7330	441
3,20	475	54	"	19	9900	20450	521
3,30	470	55	"	20	10100	20700	505
3,50	480	58	"	21	10500	22250	500
3,60	460	59	"	22	11000	23800	500
4,12	470	67	1,11	25	12200	26500	489
4,50	470	73	"	28	13400	30000	479
4,80	460	77	"	30 ¹ / ₂	14400	33800	472
5,00	468	80	"	32	14700	34400	460
6,80	490	100	1,12	56	17200	45200	307
7,10	495	104	1,13	63	17400	44600	276
8,40	505	115	1,16	110	17900	50200	163
8,60	510	117	1,17	140	18000	50600	129
<hr/>							
2,05	395	30	1,10	12 ¹ / ₂	6650	10300	531
2,90	400	42	"	17	9000	18200	530
3,40	395	49	"	20 ¹ / ₂	10600	21700	517
4,38	405	61	1,11	27	13100	29200	485
5,40	410	73 ¹ / ₂	"	36	15400	37500	428
6,00	410	80	"	43 ¹ / ₂	16600	41300	382

§ 6. Einfluß der Wirbelströme.

Da der Wirbelstromverlust experimentell nicht ermittelt werden konnte, weil der Effekt zu klein war, mußte ich mich einer analytischen Formel bedienen. Nach Arnold¹⁾ ist

$$W = \frac{4}{3} f^2 n^2 \mathfrak{B}^2 A^2 10^{-4} \text{ erg,}$$

wenn wir den spezifischen Widerstand des Eisens gleich 10^{-6} voraussetzen. Hierbei ist W der Wirbelstromverlust pro Kubik-

1) Arnold, Wechselstromtechnik 2. p. 70.

zentimeter und pro Sekunde. Δ ist die Blechstärke in Zentimetern. Wenden wir die Formel auf unser Eisen vom Widerstand $1,34 \cdot 10^{-5}$ und auf einen einzigen Kreisprozeß an, so erhalten wir

$$W = 4 f^2 \frac{n}{3 \cdot 1,34} \mathfrak{B}^2 \Delta^2 10^{-4} \text{ erg.}$$

Hieraus berechnet sich für das Bündel B das Maximum der Wirbelstromverluste zu 240 erg. Dies ist nur $\frac{1}{2}$ Proz. vom Gesamtverlust und mithin zu vernachlässigen.

Bei dem dicken Blech hingegen bedingen die Wirbelstromverluste einen großen Teil der Energievergeudung. Durch die Wirkung der Streuung durchsetzen die Kraftlinien den Querschnitt des Blechs nicht mehr senkrecht, was ja in der theoretischen Ableitung der Formel angenommen wird, sondern schräge, und es ist mithin den Kraftlinien zum Hervorrufen von Wirbelströmen eine viel größere Fläche geboten. In solchen Fällen ergeben sich in der Praxis die Wirbelstromverluste nach Arnold 20—50 Proz. größer, als sie mit Hilfe der Formel zu berechnen sind. Vergrößern wir die berechneten Werte der Wirbelstromverluste um 40 Proz. und ziehen wir alsdann diesen Verlust von dem Gesamtverlust ab, so erhalten wir die strichpunktierte Kurve in Fig. 6. Sie zeigt uns das nämliche Resultat wie das dünne Eisen, nämlich, daß auch hier die Hysteresis von der Feldwechselzahl unabhängig ist, wenn man für $\mathfrak{B}$ die ungefähre Grenze von 10000 nicht überschreitet; von da an findet auch hier eine Zunahme der Hysteresis mit wachsender Periodenzahl statt.

§ 7. Abhängigkeit der Permeabilität von der Frequenz.

Wenn wir schließlich noch die Abhängigkeit der Permeabilität von der Frequenz kennen lernen wollen, so ist diese für $n = \text{ca. } 500$ und $\text{ca. } 400$ ohne weiteres aus der Tab. III zu folgern, denn unter Permeabilität versteht man bei Wechselstrommagnetisierung

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}_{\text{max.}}}{\mathfrak{H}_{1 \text{ max.}}},$$

1) Arnold, Wechselstromtechnik 1. p. 343.

wobei $\xi_{1 \max.}$ die Maximalamplitude der Grundwelle der ξ -Kurve bedeutet. Da nun bei unseren Resonanzversuchen fast reiner

Fig. 7.

Sinusstrom zur Anwendung kam, so dürfen wir hier $\xi_{1 \max.} = \xi_{\max.}$ setzen. Es ergibt sich so die letzte Kolumne in Tab. III und die Fig. 7, in welcher die Permeabilitätswerte der ballistischen

Messung als Kreise $\circ$, und die Wechselstrompermeabilitäten als $+ \times$ eingezeichnet sind. Es zeigt sich, daß die Permeabilität mit wachsender Periodenzahl abnimmt, und zwar ist diese Abnahme am größten an der Stelle des Maximums der Permeabilität (15 Proz.). Bei weiterer Vergrößerung nähern sich die Kurven, durchschneiden und trennen sich dann um ca. 3 Proz. Diese Unregelmäßigkeit wird wohl durch Versuchsfehler bedingt sein, indem vielleicht die absoluten Werte bei den Wechselstromversuchen etwas zu groß, oder diejenigen bei den Gleichstromversuchen etwas zu klein sind.

§ 8. Zusammenfassung der Resultate und ihr Vergleich mit den von anderen Beobachtern gefundenen.

Es wurden in vorliegender Arbeit kalorimetrisch die Wechselstromhysteresisverluste ermittelt für die Frequenzen 50, 400 und 500; gleichzeitig wurde die maximale Induktion im Eisen bestimmt, indem man eine sekundäre Spannung maß und die Kurvenform dieser Spannung aufnahm.

Es ergaben sich folgende Resultate:

1. Bezieht man die Hysteresisverluste auf gleiche maximale Induktion, so ist der Verlust von der Periodenzahl unabhängig, wenn man für $\mathfrak{B}$ die ungefähre Grenze von 10000 nicht überschreitet; von da an wächst die Energievergeudung mit zunehmender Frequenz.

2. Die Entmagnetisierung ist im betrachteten Intervall unter unseren Versuchsbedingungen unabhängig von der Frequenz.

3. Die Permeabilität nimmt bei kleinen Feldstärken mit wachsender Frequenz ab und zwar am stärksten an der Stelle ihres Maximums; mit steigender Feldstärke strebt alsdann die Permeabilität bei den verschiedenen Frequenzen einem konstanten Wert zu, demselben, dem sie auch bei magneto-statischen Versuchen zustrebt.

Von dem angegebenen Gesichtspunkt betrachtet, erklärt sich manch scheinbarer Widerspruch in den Resultaten anderer Beobachter. Hopkinson, Maurain und Gray finden bei ihren Messungen gute Konstanz der Hysteresisfläche, da sie

aber maximal nur eine Frequenz von 100 und eine Induktion von 15000 erreichen, so ist es einleuchtend, daß sie Differenzen noch nicht konstatieren konnten. Guye und Herzfeld begehen den Fehler, auf gleichen erregenden Strom zu beziehen, anstatt auf gleiche maximale Induktion, und da sie über die Abhängigkeit der Permeabilität ihres Eisens von der Frequenz nichts aussagen, so ist es kaum zu erkennen, inwieweit ihr Resultat „Absolute Unabhängigkeit der Hysteresis von der Frequenz“ zu gebrauchen ist.

Steinmetz, Niethammer, Krogh u. Rikli und Dina scheinen die Wirbelstromverluste unterschätzt zu haben. Den Einfluß dieses wichtigen Faktors ganz außer acht gelassen haben Corbino und auch Madelung¹⁾, und da bei ihrem dicken Untersuchungsmaterial der Einfluß sehr beträchtlich ist, so kommen diese Arbeiten, die ganz andere Ziele verfolgen, hier nicht in Betracht. Das Resultat von M. Wien stimmt mit dem hier gefundenen überein. Das Resultat von Klemenčič erklärt sich ohne weiteres: bei weichem Eisen, wo er große Induktionen erreicht, findet er eine Zunahme der Hysteresis, bei Stahl und Nickel hingegen, wo, wie es in der Natur ihrer Permeabilität liegt, nur geringe Induktionen erreicht werden, findet er merkliche Konstanz.

Was die Abhängigkeit der Permeabilität von der Frequenz anbelangt, so findet M. Wien, daß die Permeabilität im Sinusfeld stets kleiner ist als im konstanten Feld. Die Differenzen sind am größten an der Stelle des Maximums der Permeabilität. Dies stimmt mit dem hier erhaltenen Resultat überein. Daß M. Wien nicht das Zusammenstreben der Kurven findet, liegt daran, daß er nur mit kleinen Feldstärken gearbeitet hat. Letztere betrugen maximal 29 C.G.S., während hier 140 C.G.S. erreicht wurden. Das Zusammenstreben der Permeabilitätskurven scheint auch Klemenčič erkannt zu haben, denn er sagt, daß die Kurve der Permeabilität sich mit steigender Frequenz immer mehr und mehr einer Geraden nähert und von Anfang an den kleinen Endwert beibehält, der bei statischen Versuchen erst bei großen Feldstärken erreicht wird.

1) E. Madelung, Diss. Göttingen 1905.

Vorliegende Arbeit wurde auf Veranlassung des Hrn. Geh. Hofrats Prof. Dr. W. Wien am physikalischen Institut der Universität Würzburg ausgeführt.

Es sei mir gestattet, Hrn. Geh. Hofrat Prof. Dr. Wien für die Anregung zur Arbeit und für das rege Interesse, das er derselben stets entgegenbrachte, meinen innigsten Dank auszusprechen.

Auch Hrn. Privatdozenten Dr. Harms möchte ich an dieser Stelle für manchen guten Rat bestens danken.

(Eingegangen 15. Dezember 1906.)