1. *Ueber die Bestimmung der Temperatur und
Wärmeleitung fester Körper;
von Chr. Langberg aus Christiania.*

So bedeutende Fortschritte auch die mathematische Theorie der Wärmeerscheinungen durch die analytischen Untersuchungen von Fourier, Poisson u. A. gemacht hat, so läßt sich doch nicht läugnen, daß sie auf die Erweiterung unserer physikalischen Kenntnisse der Wärmephänomene nur einen beschränkten Einfluß gehabt haben, und nur wenige von den durch die mathematische Theorie angegebene Resultate sind durch Versuche nachgewiesen und bestätigt worden. Der Grund liegt wohl größtentheils in dem Mangel genauer Methoden, die Temperaturveränderungen fester Körper zu bestimmen, ohne sich dadurch zu viel von den Bedingungen der mathematischen Theorie zu entfernen.

So lehrt zum Beispiel die mathematische Analyse, daß man eins der wichtigsten Elemente der Wärmeerscheinungen, nämlich das Leitungsvermögen fester Körper, dadurch bestimmen könne, daß man das eine Ende einer sehr dünnen und langen, homogenen cylindrischen oder prismatischen Stange aus dem betreffenden Körper mit einer constanten Wärmequelle in Verbindung setzt, und die Temperatur dieser Stange in verschiedenen Abständen von dem erwärmten Ende beobachtet; die Ueberschüsse der beobachteten Temperaturen über die Temperatur der umgebenden Luft, nachdem ein Gleichgewicht der Temperatur eingetreten ist, nehmen dann in geometrischem Verhältnisse ab, wenn die Abstände der beobachteten Punkte um gleiche Unterschiede wachsen.

Zur Bestätigung dieses Gesetzes sind erst von Biot ¹⁾, später von Despretz ²⁾ Versuche angestellt worden; besonders die letzteren — so weit sie bekannt gemacht sind — scheinen mir aber gerade das Entgegengesetzte zu zeigen von dem was sie beweisen sollen, da die Temperaturen in den meisten Fällen viel schneller abnehmen, als nach der geometrischen Progression der Fall seyn müßte, und die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werthen zu constant sind, um als bloße Beobachtungsfehler angesehen werden zu können. Der Grund dieses Unterschiedes kann nun erstens darin liegen, daß bei der mathematischen Herleitung des oben genannten Gesetzes, das Newton'sche Gesetz der Abkühlung zu Grunde gelegt wird, wonach die Geschwindigkeit der Abkühlung eines erwärmten Körpers dem Ueberschuß seiner Temperatur über die der Luft proportionirt ist, was nur bei sehr geringem Temperaturunterschiede annähernd richtig ist (und in den oben erwähnten Versuchen steigt dieser Unterschied auf 60° bis 70° C.); zweitens wird auch die Unveränderlichkeit der Wärmeleitungsfähigkeit bei verschiedenen Temperaturen vorausgesetzt, was gewiß nicht wahrscheinlich ist; ferner verlangt die Theorie, daß die erwärmte Stange unendlich dünn sey, oder wenigstens so dünn, daß die Temperatur in jedem Punkte eines normalen Querschnitts der Stange dieselbe sey.

Nun aber hat Despretz zu seinen Versuchen prismatische Stangen angewendet, deren quadratischer Querschnitt 21 Millimeter Breite hatte; in diese wurden an mehreren, 10 Millimeter von einander entfernten Stellen Löcher eingebohrt, von 6 Millimet. Durchmesser und 14 Millimet. Tiefe. Nachdem die Stange in horizontale Lage gebracht war, wurden diese Löcher mit Quecksil-

1) *Traité de physique*, T. IV, p. 670 u. f.

2) *Annales de chimie et de physique*, T. XXXVI, p. 422. — *Traité élémentaire de physique*, p. 210 u. f.

ber gefüllt, und in jedes die Kugel eines Thermometers gestellt, dessen Temperatur, nachdem sie stationär geworden war, als die Temperatur des durch den Mittelpunkt des Loches gehenden Querschnitts der Stange angenommen wurde. Da der Querschnitt der eingebohrten Vertiefungen nahe $\frac{1}{4}$ des ganzen Querschnitts der Stange betrug, hat man wohl auch Grund zu befürchten, daß diese großen und häufigen Unterbrechungen der Continuität der Stangen nicht unwesentliche Störungen in der Bewegung und Vertheilung der Wärme hervorbringen konnten. Man sieht folglich, daß die bei den Versuchen angewendete Methode nur höchst unvollkommen die von der Theorie gestellten Bedingungen erfüllte, und es bleibt daher noch unbestimmt, ob die beobachteten Abweichungen von dem theoretischen Gesetz nur einer fehlerhaften Beobachtungsmethode oder einem Mangel der Theorie zuzuschreiben seyen.

Die Wichtigkeit oben genannten Gesetzes, sowohl als Basis für die mathematische Theorie der Wärmeercheinungen, als wegen seiner Anwendung für die Bestimmung der Leitungsfähigkeit fester Körper, schien mir groß genug, um zu versuchen, ob man nicht eine Methode finden könnte, wodurch die oben angezeigten Uebelstände entfernt würden. Hierzu wäre also erforderlich, daß man den Unterschied der Temperatur der Stange und der umgebenden Luft für so kleine Temperaturüberschüsse der ersteren, für welche das Newton'sche Gesetz der Abkühlung noch ganz genau ist, scharf bestimmen könnte, und zwar für beliebig kleine Durchmesser der Stangen, und ohne die Continuität derselben durch eingebohrte Vertiefungen zu unterbrechen. Die Thermosäule schien mir hierzu ein brauchbares Mittel darzubieten, und durch die Vorrichtungen, die in dem Folgenden beschrieben werden sollen, hoffe ich, daß dieselbe zur Beobachtung der in den festen Körpern stattfindenden freien Wärme ein viel genaueres Meßwerkzeug

werden kann, als irgend einer der bisher angewandten Apparate.

Die Versuche, zu deren Beschreibung ich jetzt übergehe, wurden in dem physikalischen Cabinet des Hrn. Prof. Magnus angestellt, der die Güte hatte, mir die hiezu nöthigen Apparate anzuvertrauen, und dessen freundlicher Leitung der glückliche Erfolg dieser Untersuchungen größtentheils zugeschrieben werden kann.

Durch verschiedene Vorversuche hatte ich gefunden, dafs man immer dieselbe Ablenkung der Multiplicatornadel bekam, wenn das eine Ende einer aus wenigen Elementen bestehenden Thermosäule in gleichförmige Berührung mit einem Körper von constanter Temperatur gebracht und mit gleicher Kraft gegen denselben angedrückt wurde. Es dauerte jedesmal 2 bis $2\frac{1}{2}$ Minuten ehe die Multiplicatornadel zur Ruhe kam, und die Berührung konnte dann beliebige Zeit verlängert werden, ohne dafs sich der Stand der Nadel merklich änderte. — Um die Berührung stets gleichförmig zu machen, was bei einer, aus mehreren Elementen bestehenden Säule immer sehr schwierig oder beinahe unausführbar ist, liefs ich mir eine nur aus zwei Elementen, Wisnuth und Antimon, bestehende Säule verfertigen, die also an jedem Ende nur eine Löthstelle hatte. Die Enden waren facetenartig abgefeilt, so dafs jedes Ende eine rectangulaire Fläche von 1,7 Millimet. Länge und 0,7 Millimet. Breite darbot. Die Länge der ganzen Säule betrug 36,3 Millimeter, und die einzelnen Stäbchen waren sehr dünn, nämlich 1,7 Millimet. breit und 1,0 Millimet. dick.

Auf einem starken horizontalen, mit einer Eintheilung versehenen Brette waren drei Ständer befestigt, von welchen jeder an einem gabelförmigen Arm zwei verticale, einander gegenüberstehende und in feine Spitzen auslaufende Glasstäbchen trugen, zwischen welchen die zu untersuchenden Metallstäbe parallel dem eingetheilten horizontalen Brette, in einer Höhe von etwa 24 Centimet.

über demselben festgeklemmt wurden; ein vierter Ständer am Ende des Brettes diente dazu, das kalte Ende der Stange während der Versuche durch eine Zwingschraube unverrückt festzuhalten. Um eine für längere Zeit constante Wärmequelle zu erhalten, geschah die Erwärmung des einen Endes der Stange durch kochendes Wasser, und die Stange ging durch einen Kork, der in eine unter der Oberfläche des Wassers im Kochgefäße angebrachte Oeffnung eingesteckt wurde.

Durch zwei doppelte polirte Messingschirme, die durch eine in ihrer Mitte angebrachte Oeffnung die Stange durchgehen ließen, wurde die Thermosäule und der zu untersuchende Theil der Stange gegen die Strahlung der Wärmequelle geschützt. Das Stativ der Säule wurde auf einen Schlitten festgeschraubt, der sich längs dem eingetheilten horizontalen Brette und parallel der Metallstange verschieben ließ, wodurch der gegenseitige Abstand der verschiedenen Punkte der Stange, deren Temperatur beobachtet wurde, leicht und genau bestimmt werden konnte. Um die Thermosäule jedesmal mit derselben Kraft gegen die Stange anlegen zu können, war in dem lothrechten Stiel des Stativs eine Spiralfeder angebracht, welche die Säule in die Höhe hob und gegen die untere Seite der Stange andrückte; die Säule konnte ferner in gegen die Stange senkrechter Richtung derselben genähert oder von derselben entfernt werden.

Die Beobachtungen selbst wurden auf folgende Weise angestellt. Nachdem die Stange überall eine unveränderliche Temperatur angenommen hatte, was gewöhnlich erst nach Verlauf von $2\frac{1}{2}$ bis 3 Stunden geschah, wurde der Schlitten, worauf die Säule festgeschraubt war, gegen die Stange geschoben, bis das obere Ende der vertical gestellten Säule gerade unter die Stange kam; die Säule wurde dann durch die Spiralfeder des Stativs in die Höhe gehoben und gegen den zu untersuchenden Punkt der Stange gedrückt. Die Nadel des Multiplicators ward au-

genblicklich abgelenkt. Ich wartete bis sie nach Verlauf von etwa zwei Minuten zur Ruhe kam, und nach notirter Ablenkung wurde die Säule wieder von der Stange entfernt. Nach jeder Beobachtung wartete ich gewöhnlich etwa 4 Minuten ehe ich die Säule wieder in Berührung mit der Stange brachte, theils um die Nadel des Multiplicators wieder auf Null kommen zu lassen, theils um der möglicherweise durch die Berührung der Säule hervorgebrachten Störung des Temperaturgleichgewichts der Stange Zeit zur Ausgleichung zu geben. Dafs eine solche Störung jedenfalls sehr gering war, ward dadurch bewiesen, dafs mehrere unmittelbar nach einander an derselben Stelle gemachte Beobachtungen immer sehr nahe identische Resultate gaben, oder Differenzen, die innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler fielen. Selbst nach ein bis zwei Stunden fortgesetzten Beobachtungen war die vermöge einer Wärmeableitung durch die Säule hervorgebrachte Störung entweder ganz unmerklich oder äufserst gering, wenigstens wenn die Beobachtungen so angestellt wurden, dafs ich immer von einer weniger erwärmten Stelle zu einer mehr erwärmten überging, und nach der letzten Beobachtung an der wärmsten Stelle etwa eine Viertelstunde wartete, ehe ich wieder mit der Beobachtung des entferntesten Punktes anfang. Diese jedenfalls bei häufig und lange Zeit fortgesetzten Beobachtungen doch zu befürchtende Fehlerquelle konnte aber leicht dadurch entfernt werden, dafs man nur die ersten Ausschläge der Multiplicatornadel statt der Ablenkungen beobachtete, wodurch die Dauer der Berührung bis auf wenige, etwa 10 bis 12, Secunden vermindert wurde, und überhaupt viel Zeit erspart werden konnte.

Die Trägheit meiner Multiplicatornadel hat mich hauptsächlich bewogen bei meinen Versuchen nicht die Ausschläge, sondern die festen Ablenkungen der Nadel zu benutzen.

Was man bei diesen Versuchen unmittelbar beob-

achten will, ist der Ueberschufs der Temperatur der Stange über die der umgebenden Luft, welcher der Intensität des thermo-elektrischen Stromes proportionirt angenommen wird, wenn das eine Ende der Säule die Temperatur der Stange, das andere Ende die der Luft hat. Nun könnte man aber gegen die Genauigkeit der Methode einwenden, es wäre zu befürchten, dafs die von der Stange während der Berührung abgeleitete Wärme sich nach und nach zu dem anderen Ende der Säule fortpflanzte und die Temperatur dieses Endes erhöhte, wodurch die beobachteten Temperaturunterschiede zu gering ausfallen müßten. Nachstehende Beobachtungsreihen zeigen aber, dafs die Nadel ihren Stand im Verlauf von mehr als einer halben Stunde nicht im Geringsten veränderte, obschon die Säule während der ganzen Zeit in fortwährender Berührung mit der Stange war.

1.		2.	
Uhr.	Ablenkung.	Uhr.	Ablenkung
1 ^h 34'	19°,4	3 ^h 18'	18°,7
36	18,9	22	18,7
38	18,7	24	18,6
39	18,8	25	18,6
40	18,9	27	18,5
41	18,8	28	18,6
43	19,0	33	18,7
53	19,5	36	18,7
56	19,3	44	18,7
		50	18,8
		52	18,7

In der ersten dieser beiden Reihen hat die Ablenkung anfangs etwas abgenommen, aber nur um wieder auf ihre erste Gröfse zurückzukommen, und die kleinen Schwankungen der Nadel haben also nur ihren Grund in der durch Schwankungen der Lufttemperatur hervorgerufenen Veränderung der Temperatur der Stange. In der zweiten Reihe hat die Nadel drei Viertelstunden lang ihren Stand ganz unverändert behalten.

Der mir zu Gebote stehende Multiplicator war etwas

träge, die Zeit einer Doppelschwingung des Nadelsystems war 26",4. Er wurde, nach Melloni's Methode, mittelst der Thermosäule graduirt, und es ergab sich, daß schon bei Ablenkungen, die 6 Grad überschritten, die Intensität des elektrischen Stromes nicht mehr den Ablenkungen proportionirt waren, während bei den Melloni'schen Multiplicatoren diese Proportionalität sich beiläufig bis 20° erstreckt. Bei der Graduirung des Multiplicators sowohl als bei den späteren Versuchen zeigte sich ein Uebelstand, dessen wahren Grund nebst Mittel zu seiner Beseitigung ich vergebens gesucht habe. Die Nadel des Multiplicators veränderte nämlich fortwährend ihren Stand, so daß, wenn sie bei dem Anfang der Beobachtungen genau auf Null eingestellt war, sie nach beendigten Versuchen bald rechts, bald links vom Nullpunkt zur Ruhe kam, und von einem Tag bis zum andern oft eine Abweichung von mehreren Graden zeigte. Ich vermuthete sogleich, daß die in den umschließenden Glas-cylinder möglicherweise stattfindenden Luftströmungen die Hauptursache dieser Bewegungen seyen, und ließ daher die Nadel so viel wie möglich luftdicht einschließen, ohne daß aber die Bewegungen dadurch merklich verringert wurden. Stand der Zeiger rechts vom Nullpunkt und legte ich die Hand auf die rechte Seite des umschließenden Glas-cylinders, so wanderte die Nadel nach Verlauf von wenigen Secunden nach der linken Seite, und konnte auf diese Weise oft bis zu einer Abweichung von 4 bis 6 Graden links gebracht werden. Nahm ich die Hand wieder weg, so ging die Nadel nach einiger Zeit wieder auf ihre frühere Stelle rechts vom Nullpunkt zurück. Aehnliche Erscheinungen fanden statt, wenn der Zeiger ursprünglich links vom Nullpunkt stand und ich die Hand auf die linke Seite des Glas-cylinders legte. Dagegen habe ich mehrmals, statt die Hand auf den Glas-cylinder zu legen, diesen mittelst der Flamme einer Spirituslampe erwärmt, ohne daß dadurch ein merklicher

Rückgang der Nadel bewirkt wurde, wenigstens nicht so groß wie bei der Auflegung der Hand. Die durch die Hand bewirkte Erwärmung des Glases scheint also nicht die Ursache der erwähnten Erscheinung zu seyn; eben so wenig ist sie in dem das Multiplicatorgewinde bildenden Kupferdraht zu suchen, da ein gewöhnlich vorkommender magnetischer Zustand einzelner Theile desselben zu einer Störung ganz anderer Art Anlaß giebt. Ich habe mich übrigens durch specielle Versuche überzeugt, daß mein Multiplicatorgewinde keinen störenden Einfluß dieser Art ausübte.

Die durch Temperaturveränderungen hervorbrachte ungleiche Ausdehnung des Messingständers, an dem der das Nadelsystem tragende einfache Coconfaden befestigt war, bewirkte auch häufig eine Excentricität des Zeigers, die eine mitwirkende Ursache zu diesen Wanderungen der Nadel seyn möchte.

Obschon ich sowohl bei der Graduirung des Multiplicators, als bei den folgenden Versuchen immer sorgfältig den Stand der Nadel controlirt habe, macht doch diese Unruhe derselben in Verbindung mit dem Umstand, daß die zur Graduirung gebrauchten Argand'schen Lampen nur für kurze Zeit eine ganz constante Wärmestrahlung darboten, daß ich die Genauigkeit der nachstehenden Intensitätstafel nur bis auf ein oder höchstens zwei Zehntelgraden verbürgen kann.

Tafel des Verhältnisses zwischen der Intensität des elektrischen Stromes und den entsprechenden Ablenkungen der Nadel meines Multiplicators.

Ablenk.	Kraft.	Diff.	Ablenk.	Kraft.	Diff.	Ablenk.	Kraft.	Diff.
1°	1,0	1,0	7°	7,1	1,1	13°	14,2	1,3
2	2,0	1,0	8	8,2	1,2	14	15,5	1,3
3	3,0	1,0	9	9,4	1,2	15	16,8	1,3
4	4,0	1,0	10	10,6	1,2	16	18,1	1,3
5	5,0	1,0	11	11,8	1,2	17	19,4	1,3
6	6,0	1,0	12	13,0	1,2	18	20,7	1,3
7	7,1	1,1	13	14,2	1,2	19	22,0	1,3

Ablenk.	Kraft.	Diff.	Ablenk.	Kraft.	Diff.	Ablenk.	Kraft.	Diff.
19°	22,0		27°	33,7		35°	51,0	
20	23,4	1,4	28	35,4	1,7	36	53,8	2,8
21	24,8	1,4	29	37,2	1,8	37	56,8	3,0
22	26,2	1,4	30	39,1	1,9	38	60,0	3,2
23	27,6	1,4	31	41,1	2,0	39	63,3	3,3
24	29,0	1,4	32	43,2	2,1	40	66,7	3,4
25	30,5	1,5	33	45,6	2,4	41	70,2	3,5
26	32,1	1,6	34	48,3	2,7	42	73,8	3,6
27	33,7	1,6	35	51,0	2,7			

Weiter als bis 42° habe ich die Graduirung nicht fortgesetzt, weil ich überhaupt nur kleine Temperaturunterschiede zu messen beabsichtigte, und weil die Kräfte bei größeren Ablenkungen so schnell zunehmen, daß die unvermeidlichen Beobachtungsfehler auf die Genauigkeit der Versuche einen zu großen Einfluß haben würden. Wo ich größere Temperaturunterschiede zu messen wünschte, habe ich vorgezogen eine Widerstandsrolle in die Kette einzuschalten, um dadurch die Ablenkungen der Nadel innerhalb der Gränzen der Tafel zu bringen.

Ehe ich zur Discussion der eigentlichen Versuche übergehe, wird es gut seyn sich eine vorläufige Idee zu bilden von dem Grade der Genauigkeit, die bei dieser Art von Versuchen überhaupt zu erreichen ist, oder von der Gröfse des Beobachtungsfehlers, der bei den von mir angestellten Versuchen befürchtet werden muß.

- 1) So eben habe ich gesagt, daß ich die Genauigkeit der Intensitätstafel nur bis etwa ein Zehntelgrad verbürgen kann.
- 2) Der Multiplikator ist nur in ganze Grade eingetheilt, und obwohl die Ablesungen mittelst einer Lupe gemacht wurden, kann doch der Fehler einer einzelnen Ablesung auf 0,1 bis 0,2 Grade geschätzt werden.
- 3) Die früher besprochenen Veränderungen in dem Stande des Nullpunkts der Nadel lassen auch immer einen Fehler von etwa 0,1 Grad befürchten.

Den durch diese drei, hauptsächlich in Unvollkom-

menheiten meines Multipliers liegenden Fehlerquellen (die also gegen die Brauchbarkeit der Methode im Allgemeinen nichts beweisen können), zusammen hervorgebracht etwaigen Fehler einer einzelnen Beobachtung schätze ich daher auf 0,4 bis 0,5 Grad.

- 4) Die größte Unsicherheit in den erhaltenen Resultaten entsteht aber durch die Schwankungen der Temperatur der Luft im Zimmer, und die durch die stetigen Luftströmungen hervorgebrachte partielle Erwärmung und Erkältung einzelner Stellen der bei den Versuchen angewandten Metallstangen; ein Uebelstand, der besonders bei Beobachtung sehr kleiner Unterschiede zwischen der Temperatur der Stange und der der Luft, und bei dem geringen Durchmesser der ersteren von großem Einfluß ist. — Die Größe des hiedurch hervorgebrachten Unterschiedes zwischen zweien Beobachtungen an derselben Stelle ist natürlich von der Veränderlichkeit der Lufttemperatur abhängig; selten übersteigt er jedoch einen Grad, wenn nicht die Umstände so ungünstig waren, daß überhaupt die ganze Beobachtungsreihe verworfen werden mußte. Durch Vielfältigung der Beobachtungen kann indessen diese Fehlerquelle ziemlich eliminirt werden, und der hieraus entspringende Fehler in den später mitzutheilenden Versuchen mag wohl höchstens 0,5 betragen ¹).

So lange also die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen des Temperaturüber-

1) Melloni sagt (*Annales de chim. et de phys.*, LIII, p. 29) von dem Grade der Genauigkeit, die bei Beobachtungen mit der Thermosäule über die strahlende Wärme erreicht wurde, daß bei seinen Versuchen die Unterschiede zwischen verschiedenen Beobachtungen derselben Wärmestrahlung oft Null waren, bisweilen 0,5, und nie über einen Grad. Also scheint der zu befürchtende Fehler einer einzelnen Beobachtung bei meinen Versuchen nicht viel größer zu seyn als bei Beobachtungen über die strahlende Wärme.

schusses der Stange nicht einen bis anderthalb Grad übersteigen, kann daraus noch nichts gegen die Richtigkeit der Theorie gefolgert werden.

Eine Aenderung von einem Grad in der Ablenkung entspricht aber einem verschiedenen Intensitätsunterschied je nach der Gröfse der Ablenkung. Zwischen 0° und 20° zeigt im Mittel 1° Unterschied in der Ablenkung eine Veränderung der Intensität von 1,17, zwischen 20° und 30° von 1,71, und zwischen 30° und 40° von 2,76. Durch Versuche, die später angegeben werden, habe ich gefunden, dafs bei meiner Säule und meinem Multiplicator ein Unterschied in der Intensität des thermo-elektrischen Stromes gleich 1 einem Temperaturunterschied von $0^{\circ},133$ C. entspricht. Der zu befürchtende Beobachtungsfehler wird also, selbst bei den gröfsten Ablenkungen, nicht etwa $0^{\circ},4$ C. übersteigen. In der That hat er auch nie, selbst unter den ungünstigsten Umständen diese Gränze erreicht.

Die Metalle, die ich zu meinen Versuchen angewendet habe, sind Kupfer, Stahl, Zinn und Blei; sie waren alle zu cylindrischen Drähten oder dünnen Stäben ausgezogen, und ihre Länge so grofs, dafs selbst in der Mitte des Stabes kein Einfluß der Wärmequelle mehr zu spüren war; nur bei dem besser leitenden Kupferdraht war eine Erwärmung bis gegen das Ende hin zu bemerken. Da mein Zweck bei diesen Versuchen mehr die Bestätigung des analytischen Gesetzes und die Prüfung der Leitungsfähigkeiten der angewendeten Substanzen war, so liefs ich den Stäben ihre metallische Oberfläche; bei den drei erstgenannten Metallen blieb die Oberfläche während der Versuche ziemlich rein und blank; allein der Bleidraht hatte sich bald mit einem Oxydhäutchen überzogen, das nach jeder Erwärmung dicker wurde.

Versuche mit dem Kupferdraht.

Durchmesser des Drahtes = 5,87 Millimeter. Länge des Drahtes = 1,42 Meter.

I.

Mittlere Temperatur der Luft + 19°,78 C.

x	Ablenkung	Kraft		A
		beobacht.	berechn.	
4	26°,95	33,62	33,95	-0,33
6	21,3	25,22	24,78	+0,44
8	16,1	18,23	18,08	+0,15
10	12,1	13,12	13,19	-0,17
12	8,9	9,28	9,63	-0,35
14	7,1	7,21	7,03	+0,18

Bezeichnet man die mit dem Temperaturüberschuß proportionale Stromstärke durch i , und durch x die von einem beliebigen Anfangspunkte gerechneten Abscissen, positiv von dem wärmeren gegen das kältere Ende der Stange, bedeutet ferner ω den normalen Querschnitt des Stabes oder Drahtes, ε den Perimeter dieses Querschnittes, k die innere, p die äußere Wärmeleitungsfähigkeit des Körpers, den man untersuchen will, und setzt man

$$\frac{\varepsilon p}{\omega k} = g^2,$$

so ist bekanntlich der analytische Ausdruck für die Wärmevertheilung:

$$i = a \cdot 10^{\frac{\varepsilon}{m} \cdot x} \quad \dots \quad (A)$$

wenn $m = 2.302585$ der Modulus der natürlichen Logarithmen ist. Aus dieser Gleichung findet man:

$$\log i = \log a - \frac{\varepsilon}{m} x \quad \dots \quad (B)$$

Die obigen Beobachtungen geben:

$$\log i = 1,80450 - 0,06842 x.$$

Die Einheit der Abscissen in dieser und in allen folgenden Versuchsreihen ist gleich 40 Millimeter.

Die mit diesen Werthen der Constanten berechneten Werthe von i stimmen, wie man sieht, sehr gut mit den beobachteten, da der größte Unterschied beider nur

0,4 oder 0°,06 C. beträgt. Bei so kleinem Temperaturüberschusse, wie in dieser Versuchsreihe, wo der größte Ueberschufs nicht über 4°,5 C. steigt, scheint also das Gesetz der geometrischen Progression ganz genau zu seyn.

II.

Mittlere Lufttemperatur 19°,54.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
4	25°,97	32,05	32,60	-0,55
6	19°,70	22,48	22,57	-0,09
8	14°,15	15,70	15,63	+0,07
10	10°,45	11,14	11,07	+0,07
12	7°,55	7,71	7,66	+0,05
14	4°,97	4,97	5,31	-0,34

$$\log i = 1,83275 - 0,07987 x.$$

Auch hier findet eine fast vollständige Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Temperaturüberschüssen statt.

III.

Mittlere Lufttemperatur 12°,63.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	41°,97	70,60	70,35	+0,25
2	33°,60	47,22	47,54	-0,32
3	29°,93	38,97	39,08	-0,11
6	18°,95	21,93	21,70	+0,23
9	11°,17	12,00	12,06	-0,06

$$\log i = 1,84727 - 0,08512 x.$$

IV.

Mittlere Lufttemperatur 19°,41.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	41°,03	70,55	70,52	+0,03
1	38°,07	60,23	59,73	+0,50
2	34°,67	50,11	50,59	-0,48
6	21°,87	26,02	26,04	-0,02
9	14°,27	15,85	15,82	+0,03

$$\log i = 1,84833 - 0,07212 x.$$

Mittlere Lufttemperatur 16°,25

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	42°,18	74,45	73,94	+0,51
6	21,37	25,32	25,70	-0,38
9	13,75	15,18	15,15	+0,03
12	8,65	8,98	8,93	+0,05

$$\log i = 1,86890 - 0,07651 x.$$

Da der Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von i in keiner von diesen fünf Versuchsreihen über 0,5 beträgt oder 0°,07 C., so scheint dadurch das Gesetz der Wärmevertheilung, wenigstens für Temperaturüberschüsse, die 70,0 oder beiläufig 10° C. nicht übersteigen, in Bezug auf Kupfer völlig bestätigt. Um zu sehen, ob dieses auch für etwas höhere Temperaturen der Fall sey, habe ich in die Thermokette eine Widerstandsrolle, bestehend aus einem sehr dünnen, 25 Fufs langen Kupferdraht, eingeschaltet. Der Widerstand dieser Rolle ist aus mehreren Versuchen gleich 4,922 gefunden, wenn der Widerstand der Säule und des Multiplicators ohne Rolle gleich Eins ist; also verhält sich die Stromstärke, wenn kein Widerstand eingeschaltet ist, zu der Stromstärke im entgegengesetzten Falle wie 1 + 4,922 : 1, oder sie ist 5,922 Mal so groß. Auf diese Weise wurden folgende zwei Versuchsreihen angestellt:

VI.

Mittlere Lufttemperatur 19°,60.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	22°,71	27,19	27,58	-0,39
2	16,97	19,26	19,28	-0,02
3	10,93	11,72	11,26	+0,46
6	6,38	6,42	6,58	-0,16

$$\log i = 1,51841 - 0,07780 x.$$

Der Anfangspunkt der Abscissen in den früheren Beobachtungen entspricht der Abscisse $x=3$ in dieser und der folgenden Versuchsreihe.

VII.

Mittlere Lufttemperatur 20°,75,

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	22°,56	27,07	27,33	—0,26
2	16,55	18,72	18,81	—0,09
3	10,44	11,13	10,75	+0,36
6	6,01	6,01	6,14	—0,13

$$\log i = 1,51772 - 0,08109 x.$$

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von i sind auch in diesen beiden Reihen so klein, daß kein Zweifel über die Richtigkeit des Gesetzes stattfinden kann; auch ist das logarithmische Decrement oder der Exponent der geometrischen Progression derselbe wie früher.

Nimmt man an, daß dasselbe Gesetz auch für höhere Temperaturen gültig sey, so kann man dadurch die Temperatur des erwärmten Endes des Kupferdrahts in Multiplier-Einheiten bestimmen, und damit das Verhältniß zwischen der Stromstärke und den Thermometergraden finden. Der Draht ging durch einen Kork, der in ein nahe an dem Boden des Kochgefäßes angebrachtes kurzes Ansatzrohr paßte, in das siedende Wasser hinein; ich habe die Mitte dieses Korkes, oder das äußere Ende des Ansatzrohrs, als den Punkt betrachtet, wo der Kupferdraht noch die Temperatur des Wassers hatte; der Abstand dieses Punktes von dem Anfangspunkt der Abscissen war gleich —6,15. Man findet folglich für den Temperaturüberschuß dieses Punktes in Multiplier-Einheiten nach Versuch VI:

$$i = 99,78.$$

Der Ueberschuß der Temperatur des Wassers über die der Luft ist gleich $100^\circ - 19^\circ,60 = 80^\circ,4$. Also entspricht 1 Grad C. $\frac{256}{3} = 1,235$ Einheiten des Multipliers. Auf dieselbe Weise findet man aus Versuch VII 1° C. gleich 1,311 Multiplier-Einheiten. Als Mittel aus beiden Bestimmungen habe ich daher angenommen,

daß

dafs 1° der hunderttheiligen Scala 1,273 Multiplikator-Einheiten entspricht, wenn die Widerstandsrolle in die Kette eingeschaltet ist. Da die Stromstärke ohne Widerstandsrolle 5,922 Mal gröfser ist, als mit derselben, so kann man annehmen, dafs 1° C. im ersteren Fall 7,537 Multiplikator-Einheiten, oder dafs 1° des Multiplikators von Null an gerechnet 0°,133 des hunderttheiligen Thermometers entspricht.

Versuche mit der Zinnstange.

Durchmesser der Stange = 9,28 Millimeter. Länge derselben = 1,66 Meter.

I.

Mittlere Lufttemperatur 17°,03.

x	Ablenkung	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
4	19°,70	22,98	22,26	+0,72
5	14,85	16,61	16,60	+0,01
6	11,30	12,16	12,37	-0,21
8	6,55	6,61	6,87	-0,26
9	5,10	5,10	5,12	-0,02
10	3,77	3,77	3,82	-0,05
11	2,97	2,97	2,85	+0,12

$$\log i = 1,47517 - 0,12758 x.$$

II.

Mittlere Lufttemperatur 16°,31.

x	Ablenkung	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
1	36°,37	54,91	53,67	+1,24
4	18,90	21,87	21,99	-0,12
6	11,27	12,12	12,14	-0,02
8	6,27	6,30	6,69	-0,39
11	2,87	2,87	2,74	+0,13

$$\log i = 1,85885 - 0,12914 x.$$

18

III.

Mittlere Lufttemperatur 16°,46

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
— 2,75	25°,40 (1)	184,41	164,73	+19,68
+ 1	36,17	54,31	53,31	+ 1,00
4	19,3	22,42	22,02	+ 0,40
6	11,0	11,80	12,22	— 0,42
8	6,5	6,55	6,78	— 0,23
11	2,9	2,90	2,80	+ 0,10

$$\log i = 1,85481 - 0,12798 x.$$

IV.

Mittlere Lufttemperatur 16°,08.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
— 2	21°,05 (2)	147,22	139,16	+8,06
+ 1	36,12	54,16	54,49	—0,33
4	18,90	21,87	21,34	+0,53
6	10,45	11,14	11,42	—0,28
8	6,13	6,14	6,11	+0,03
11	2,4	2,40	2,39	+0,01

$$\log i = 1,87199 - 0,13571 x.$$

V.

Mittlere Lufttemperatur 17°,11.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
1	36°,95	56,65	55,52	+1,13
4	18,7	21,61	21,94	—0,33
5	14,7	16,41	16,09	+0,32
6	10,6	11,32	11,81	—0,49
8	6,4	6,44	6,36	+0,08
9	5,0	5,00	4,67	+0,33
10	3,5	3,50	3,42	+0,08
11	2,35	2,35	2,51	—0,16

$$\log i = 1,87893 - 0,13445 x.$$

Man sieht, daß auch für die Zinnstange die Temperaturüberschüsse, bei kleinen Werthen derselben, genau dem Gesetz der geometrischen Progression folgen. Allein für

1) Mittelst Einschaltung der Widerstandsrolle beobachtet.

2) Mit Widerstandsrolle.

Temperaturüberschüsse, die mehr als etwa 30 Multiplikator-Einheiten oder beiläufig 4° C. betragen, scheint dieß nicht mehr der Fall zu seyn, da die berechneten Werthe von i stets kleiner sind als die beobachteten. Den Grund dieses Unterschiedes wollen wir später untersuchen bei der Discussion der Versuche mit den Blei- und Stahldrähten, wo diese Abweichungen in noch größserem Maasse hervortreten.

Versuche mit der Bleistange.

Durchmesser des Drahtes = 9,41 Millimeter. Länge desselben = 1,66 Meter.

1.

Mittlere Lufttemperatur $18^{\circ},97$.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
10	2°,57	2,57	2,61	— 0,04
8	4,37	4,37	4,26	+ 0,11
7	5,45	5,45	5,43	+ 0,02
6	6,75	6,83	6,94	— 0,11
5	9,43	9,92	8,87	+ 1,05
4	12,35	13,42	11,32	+ 2,10
3	16,67	18,97	14,46	+ 4,51
0	38,27	60,89	30,14	+30,75

Aus den ersten vier Beobachtungen ist abgeleitet:

$$\log i = 1,47909 - 0,10629 x,$$

wodurch die Beobachtungen bis einen Temperaturüberschuß von etwa 7 Einheiten genau ausgedrückt werden; allein für größere Temperaturunterschiede giebt die Formel immer zu kleine Werthe, und die fortschreitende Größe der Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen von i setzt es außer Zweifel, daß das einfache Gesetz der geometrischen Progression hier nicht länger gültig ist. Dasselbe Resultat geht aus den folgenden zwei Beobachtungsreihen ebenfalls deutlich hervor.

II.

Mittlere Lufttemperatur 19°,82.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
10	2°,9	2,90	2,96	— 0,06
8	4°,78	4,78	4,51	+ 0,27
7	5°,43	5,43	5,56	— 0,13
6	6°,70	6,77	6,85	— 0,08
5	9°,07	9,48	8,44	+ 1,04
4	12°,15	13,18	10,41	+ 2,77
3	16°,90	19,27	12,83	+ 6,44
0	37°,73	59,14	24,01	+ 35,13

$$\log i = 1,38041 - 0,09079 x.$$

III.

Mittlere Lufttemperatur 22°,80.

x	Ablenkung	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
10	1°,97	1,97	1,92	+ 0,05
8	3°,12	3,12	3,24	— 0,12
7	4°,07	4,07	4,21	— 0,14
6	5°,70	5,70	5,46	+ 0,24
5	6°,81	6,89	7,09	— 0,20
4	9°,68	10,40	9,22	+ 1,18
3	14°,03	15,54	11,97	+ 3,57
0	34°,37	49,30	26,23	+ 23,07

$$\log i = 1,41882 - 0,11359 x.$$

Der Grund dieser Abweichung ist schwerlich in den Dimensionen des Bleidrahts zu suchen; denn erstens war dessen Länge so groß, daß selbst in der Mitte keine Spur von Erwärmung zu bemerken war; ja die Säule gab sogar bei Berührung mit dem von der Wärmequelle entfernten Ende des Drahts einen kleinen negativen Ausschlag, weil die Temperatur des Zimmers gewöhnlich vor den Versuchen im Steigen war, und das unerwärmte Ende des Drahts nicht sogleich den Aenderungen der Lufttemperatur folgen konnte, sondern immer hinter denselben zurückblieb; zweitens war auch der Durchmesser des Drahts so gering, daß man wohl selbst bei den schlechter leitenden Metallen annehmen kann, daß ein normaler Querschnitt des Drahts überall dieselbe Temperatur hatte;

wenigstens habe ich beobachtet, daß wenn die Thermo-
säule mit der unteren Seite des Drahts in Berührung
war, und ich den Finger auf die obere Seite legte, die
Multiplicatornadel schon nach ein Paar Secunden abge-
lenkt wurde. Es bleibt also nur übrig anzunehmen, daß
die Wärmeleitungsfähigkeit der untersuchten Metalle nicht
von der Temperatur unabhängig sind, wie bei der Her-
leitung der Formel (A) vorausgesetzt ist, sondern daß
die von der Temperatur abhängigen Variationen der Grö-
ßen p und q , selbst bei so kleinen Temperaturüberschüs-
sen wie in den letzten Versuchsreihen, noch von erheb-
lichem Einfluß sind.

Wenn wir aber p und q als Functionen von i be-
trachten, so läßt sich leider die Differentialgleichung, wel-
che das Verhältniß zwischen i und x ausdrückt, nicht
mehr unter endlicher Form integrieren; nur in dem Fall,
daß die Temperaturüberschüsse klein sind, hat Poisson
gezeigt, wie man annähernd die Gleichung für die con-
stante Wärmevertheilung in der Stange finden kann ¹⁾.

Nimmt man an, daß die Werthe von k und p nach
Potenzen von i entwickelt worden sind, läßt aber die
Glieder die das Quadrat und höhere Potenzen von i
enthalten, außer Betracht, so kann man setzen statt k
und p :

$$k + nki \text{ und } p + \gamma pi;$$

man bekommt dann die Gleichung für die constante Wär-
mevertheilung in der Stange:

$$i = \left[1 - \frac{\Theta}{3}(\gamma - 2n) \right] \Theta \cdot 10^{-\frac{\kappa}{m}x} + \frac{\Theta^2}{3}(\gamma - 2n) 10^{-\frac{2\kappa}{m}x} \dots (C)$$

wo Θ den Temperaturüberschuß der Stange für die Ab-
scisse $x=0$, m den Modulus der natürlichen Logarith-
men bedeutet, und wie oben

$$g^2 = \frac{\kappa p}{\omega k}.$$

1) *Théorie mathématique de la chaleur*, §. 125, p. 254.

Berechnet man nach dieser Formel meine oben angeführten Versuche mit dem Bleidrahte, so findet man im Allgemeinen eine sehr gute Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Temperaturen, da der Unterschied beider nie die Gränze der möglichen Beobachtungsfehler überschreitet. — Mittelt der Methode der kleinsten Quadrate findet man aus der ersten Versuchsreihe die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten g , Θ und $(\gamma - 2n)$:

$$\begin{aligned}\frac{g}{m} &= 0,112063 \\ \gamma - 2n &= 0,028437 \\ \Theta &= 60,8207\end{aligned}$$

x	i		Δ
	beobacht.	berechn.	
0	60,89	60,82	+0,07
3	18,97	19,33	-0,36
4	13,42	13,63	-0,21
5	9,92	9,74	+0,18
6	6,83	7,06	-0,23
7	5,45	5,18	+0,27
8	4,37	3,83	+0,54
10	2,57	2,15	+0,42

Auf dieselbe Weise findet man aus der zweiten Versuchsreihe die wahrscheinlichsten Werthe:

$$\begin{aligned}\frac{g}{m} &= 0,110905 \\ \gamma - 2n &= 0,030282 \\ \Theta &= 59,6104.\end{aligned}$$

x	i		Δ
	beobacht.	berechn.	
0	59,14	59,61	-0,47
3	19,27	18,79	+0,48
4	13,18	13,20	-0,02
5	9,48	9,41	+0,07
6	6,77	6,81	-0,04
7	5,43	4,98	+0,55
8	4,78	3,68	+1,10
10	2,90	2,06	+0,84

Die dritte Versuchsreihe giebt:

$$\frac{g}{m} = 0,10357$$

$$\gamma - 2n = 0,04388$$

$$\Theta = 49,28576.$$

x	i		Δ
	beobacht.	berechu.	
0	49,30	49,29	+0,01
3	15,54	15,22	+0,32
4	10,40	10,57	-0,17
5	6,89	7,45	-0,56
6	5,70	5,32	+0,38
7	4,07	3,85	+0,22
8	3,12	2,82	+0,30
10	1,97	1,57	+0,40

Die dritte dieser Versuchsreihen wurde erst 14 Tage nach der ersten angestellt, und die Bleistange hatte sich inzwischen mit einer starken Oxydschicht überzogen; dieß mag vielleicht der Grund seyn, daß die Werthe von g etwas kleiner, die Werthe von $\gamma - 2n$ dagegen größer geworden sind, als im ersten Versuche. Man sieht jedoch, daß der Mittelwerth von $\frac{g}{m}$ nach der Formel (C), nämlich 0,1088, nur wenig verschieden ist von dem nach der einfachen geometrischen Progression der Temperaturüberschüsse aus den kleinsten beobachteten Temperaturen abgeleiteten Mittelwerth von $\frac{g}{m} = 0,1036$.

Obschon der höchste in diesen drei Versuchsreihen beobachtete Temperaturüberschuß noch zu klein ist, als daß man hoffen könnte daraus die Temperatur der Wärmequelle einigermaßen genau zu berechnen, besonders weil die Abscisse des Punktes, wo die Stange noch die Temperatur des siedenden Wassers hat, bei der Einrichtung meines Apparats schwer zu bestimmen ist, und man auch den Einfluß der Doppelschirme, durch welche die Stange geht, auf deren Abkühlung in der Nähe der Wärmequelle nicht kennt, so wird doch die Vergleichung die-

ser berechneten Temperatur mit dem beobachteten Unterschied zwischen der Temperatur des siedenden Wassers und der umgebenden Luft ein Mittel geben, zu sehen, ob die der Formel (C) zu Grunde gelegte Variation der Gröſsen k und p auch für höhere Temperaturen eine hinreichende Annäherung gewähre. Die Abscisse des äußersten Endes des Korkes, durch welchen die Stange in das Kochgefäß ging, war in allen drei Versuchsreihen gleich $-5,2$; man findet also für den Temperaturüberschuß dieses Punktes nach I. $i=611,78$, oder weil 1° C. gleichwerthig ist mit $7,537$ Multiplicator-Einheiten, so ist dieser Ueberschuß in Thermometergraden gleich:

$$\frac{611,78}{7,537} = 81^\circ,17 \text{ C.}$$

Die mittlere Lufttemperatur in dieser Versuchsreihe war $18^\circ,97$, also der wirkliche Ueberschuß $100^\circ - 18^\circ,97 = 81^\circ,03$, was von dem berechneten nur um $0^\circ,14$ verschieden ist.

Eben so findet man aus der zweiten Versuchsreihe für $x=-5,2$, $i=600,22$:

$$\frac{600,22}{7,537} = 79^\circ,64 \text{ C.,}$$

während der beobachtete Ueberschuß gleich $80^\circ,18$ war; der Unterschied beider ist also auch hier sehr gering, nämlich nur $0^\circ,54$.

Mit dem, aus der dritten Versuchsreihe gefundenen Werthe der Constanten berechnet, wird dieser Ueberschuß freilich viel zu klein gefunden, aber in dieser Reihe ist offenbar in der Nähe der Wärmequelle eine Störung der Temperatur eingetreten, die den beobachteten Werth von θ erniedrigt hat, ohne auf das Gesetz der Wärmevertheilung in dem Theil der Stange, wo die Beobachtungen geschahen, einen erheblichen Einfluß gehabt zu haben. In der ersten und zweiten Reihe hat nämlich ein Unterschied in der Lufttemperatur von $0^\circ,85$ den Werth von θ um $60,82 - 59,61 = 1,21$ verändert;

der Unterschied der Lufttemperatur in der zweiten und dritten Reihe gleich $2^{\circ},98$ würde nach demselben Verhältniß den Werth von θ in III. um 4,24 erniedrigt haben. Also müßte man etwa 55,5 statt 49,3 beobachtet haben, wenn keine Störung stattgefunden hätte. Dieser Werth von θ giebt aber mit den oben gefundenen Werthen von $\frac{g}{m}$ und $\gamma - 2n$ für die Abscisse $x = -5,2$ $i = 574,18$ oder $76^{\circ},18$ C., was nur um einen Grad von dem beobachteten Temperaturüberschuß $77^{\circ},2$ verschieden ist.

Bis zu Temperaturdifferenzen von etwa 80° C. scheint also die Formel (C) hinreichende Annäherung zu gewähren.

Versuche mit der Stahlstange.

Der angewandte Stahldraht hatte einen Durchmesser gleich 5,96 Millim., und eine Länge von 1,23 Meter. Die Versuche mit diesem Drahte führen zu demselben Resultate wie die früheren mit Zinn und Blei, nämlich dafs die Abnahme der Temperaturüberschüsse, wenn sie klein sind, genau dem Gesetz der geometrischen Reihe folgen, aber für gröfsere Ueberschüsse, als hier etwa 17 bis 18 Einheiten, oder 2° bis 3° C., schon von diesem einfachen Gesetz bedeutend abweichen.

I.

x	Ablenkung.	beobacht.	berechn.	Δ
1	2°,0	2,0	2,01	—0,01
2	3,0	3,0	3,03	—0,03
3	4,6	4,6	4,56	+0,04
4	6,9	6,99	6,88	+0,11
5	9,7	10,24	10,38	—0,14

$$\log i = 1,016316 - 0,17859 x.$$

II.

Mittlere Lufttemperatur 14°, 14.

x	Ablenkung.	i		berechn.
		beobacht.	berechn.	
0	39°, 50	65,00	53,94	+11,16
1	30,90	40,89	36,26	+ 4,63
2	21,47	25,46	24,37	+ 1,09
3	15,27	17,15	16,38	+ 0,77
4	9,83	10,40	11,01	— 0,59
5	7,23	7,23	7,40	— 0,17
6	5,15	5,15	4,97	+ 0,18

$$\log i = 1,73192 - 0,17252 x.$$

Die Constanten dieser Formel sind aus den vier letzten Beobachtungen abgeleitet; man sieht, daß schon bei einem Temperaturüberschuß von 17 Einheiten, die berechneten Werthe immer kleiner sind als die beobachteten, und daß der Unterschied zwischen beiden regelmäfsig zunimmt.

Berechnet man nun dieselbe Beobachtungsreihe nach der Formel (C), so verschwinden diese Unterschiede, oder sie fallen innerhalb der Gränze der Beobachtungsfehler.

Man findet die wahrscheinlichsten Werthe von

$$\frac{g}{m} = 0,172744$$

$$\gamma - 2n = 0,010084$$

$$\Theta = 65,08057$$

und damit:

$$i = 50,8432 \cdot 10^{-\frac{g}{m} x} + 14,2373 \cdot 10^{-\frac{2g}{m} x}$$

x	i		d
	beobacht.	berechn.	
0	65,00	65,08	— 0,08
1	40,89	40,58	+ 0,31
2	25,46	25,85	— 0,39
3	17,15	16,73	+ 0,42
4	10,40	10,95	— 0,55
5	7,23	7,23	+ 0,00
6	5,15	4,80	+ 0,35

Man sieht auch hier, wie bei den Versuchen mit dem Bleidraht, daß der nach Formel (C) berechnete Werth

von g identisch wird mit dem aus dem kleinsten Temperaturüberschusse nach der einfachen geometrischen Progression abgeleiteten.

Die Erwärmung des Drahts in dieser und der vorigen Versuchsreihe geschah durch eine Argand'sche Oellampe; da die Abscisse des erwärmten Endes nicht aufgezeichnet worden war, habe ich, um zu sehen, ob die Annäherung der Formel auch für Stahl bis zur Temperatur des siedenden Wassers giengen, noch ein Paar andere Versuchsreihen mit demselben Stahldrahte ausgeführt, wo die Erwärmung des Endes, wie bei allen anderen Versuchen, mittelst siedenden Wassers geschah.

III.

Mittlere Lufttemperatur $18^{\circ},27$.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	$34^{\circ},68$	50,14	50,14	+0,00
2	17,48	20,02	20,17	-0,15
4	8,23	8,48	8,39	+0,09
6	3,44	3,44	3,54	-0,10

Die Beobachtungen geben:

$$\frac{g}{m} = 0,18487$$

$$\gamma - 2\pi = 0,005987$$

$$\Theta = 50,13514.$$

Wie früher betrachtete ich das äufere Ende des Korres als den Punkt, wo der Stahldraht noch die Temperatur der Wärmequelle hatte; die Abscisse dieses Punktes war $= -4,65$, also der entsprechende Werth von $i = 589,41$ oder in Thermometergraden:

$$\frac{589,41}{7,537} = 78^{\circ},20.$$

Der wirkliche Temperaturüberschufs der Wärmequelle ist aber $100^{\circ} - 18^{\circ},27 = 81^{\circ},73$ oder $3^{\circ},53$ gröfser als der berechnete:

IV.

Mittlere Lufttemperatur 20°,87.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	35°,52	52,46	52,46	0,00
2	18°,24	21,01	21,12	-0,11
4	8°,48	8,78	8,78	0,00
6	3°,13	3,13	3,70	-0,57

Setzt man, wie in der vorigen Versuchsreihe gefunden ist:

$$\frac{g}{m} = 0,185,$$

so findet man aus der ersten und dritten Beobachtung:

$$\gamma - 2\pi = 0,00561$$

$$\Theta = 52,46.$$

Diese Werthe der Constanten geben für $x = -4,65$:

$$i = 613,36 = 81°,39 \text{ C.}$$

statt 79°,13. — Der beobachtete Temperaturüberschuß der Wärmequelle ist also hier 2°,26 kleiner als der berechnete.

V.

Mittlere Lufttemperatur 16°,3.

x	Ablenkung.	i		Δ
		beobacht.	berechn.	
0	35°,75	53,10	53,10	0,00
2	18°,66	21,56	21,33	+0,23
4	8°,55	8,86	8,86	0,00

Aus der ersten und dritten Beobachtung findet man, wenn

wieder $\frac{g}{m} = 0,185$ gesetzt wird:

$$\gamma - 2\pi = 0,00574$$

$$\Theta = 53,10.$$

Für $x = -4,65$ ist damit:

$$i = 629,10 = 83°,47 \text{ C.,}$$

also nur 0°,23 verschieden von dem wirklich beobachteten Temperaturüberschuß. Da der Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werthen dieses Ueberschusses in dem einen Falle positiv, in dem anderen negativ, und endlich beinahe Null ist, so rührt

er offenbar aus zufällig bewirkter Erwärmung oder Erkältung des Drahtes her, die den Werth von θ unsicher macht, und es ist daher wohl erlaubt anzunehmen, daß die Formel C noch bis zur Temperatur des siedenden Wassers die constante Wärmevertheilung in dem Drahte auch für Stahl hinreichend genau ausdrückt.

R e s u l t a t e.

Die Folgerungen, die sich aus den vorliegenden Versuchen ergeben, sind also hauptsächlich nachstehende:

1) Das Biot'sche Gesetz, — daß in einer sehr dünnen und langen Metallstange, deren eines Ende auf einer unveränderlichen Temperatur, höher als die der umgebenden Luft, gehalten wird, nach eingetretenem Gleichgewicht der Temperatur, der Ueberschuß der Temperatur eines Punktes der Stange über die constante Temperatur der Luft, in einer geometrischen Progression abnimmt, wenn der Abstand des Punktes von dem erwärmten Ende um gleiche Differenzen wächst, — wird im Allgemeinen durch meine Versuche nicht bestätigt, und ist für die meisten Metalle nur für sehr kleine Temperaturüberschüsse wahr. Unter den von mir untersuchten Metallen ist Kupfer das einzige, wo das Gesetz sich bei höheren, wenigstens bis 30° gehenden Temperaturüberschüssen bestätigt hat; bei Zinn wird es schon fehlerhaft, wenn der Ueberschuß etwa 4° C., bei Stahl, wenn er 2° bis 3° C. beträgt, und endlich bei Blei ist das Gesetz schon bei 1° C. Temperaturunterschied mangelhaft.

2) Die Ursache dieser Abweichung der Beobachtungen von dem mathematischen Gesetze liegt darin, daß bei Herleitung dieses letzteren die äußere und innere Leitungsfähigkeit der Körper als unabhängig von der Temperatur betrachtet sind. Für den Fall, daß man sie als Functionen von der Temperatur annimmt, kann man eine angenäherte Formel für die Wärmevertheilung in der

Stange finden, die mit der von mir beobachteten sehr gut übereinstimmt.

3) Die von früheren Physikern nach dem Biot'schen Gesetze abgeleiteten Werthe für die Wärmeleitungsfähigkeit fester Körper sind folglich unrichtig, und können jedenfalls nur als eine grobe Annäherung gelten.

4) Der constante Coëfficient der Wärmeleitungsfähigkeit für einen Temperaturüberschuß gleich Null, läßt sich also auf diese Weise nur bestimmen, entweder nach dem Biot'schen Gesetze, indem man die Wärmevertheilung in der Stange für sehr kleine Temperaturüberschüsse beobachtet, oder richtiger und genauer, wenn man den Werth desselben, wie bei obigen Versuchen, aus der Poisson'schen Formel ableitet.

5) Da der Unterschied zwischen den berechneten und beobachteten Temperaturen in allen obigen Versuchsreihen nur ein einziges Mal 0,6 Multiplikator-Einheiten überschritten hat, und der mittlere Fehler höchstens 0,3 oder 0°,04 C. beträgt, so scheinen mir die vorliegenden Beobachtungen einen zureichenden Beweis für die Brauchbarkeit und Genauigkeit der angewandten Beobachtungsmethode zu liefern, und ich hoffe daher, daß die Thermosäule in den Händen geschickterer Physiker ein schätzbares Instrument werden könne, um sehr kleine Temperaturdifferenzen fester Körper zu messen, und besonders um die Temperaturvertheilung an der Oberfläche desselben in Fällen zu bestimmen, wo dies durch gewöhnliche Thermometer sonst beinahe ganz unausführbar gewesen wäre.