Zur Polarisation der Bohrschen Strahlung.

Von A. Rubinowicz.

(Eingegangen am 7. Januar 1921.)

Aus der Forderung, daß das in dem System: „Atom + ausgestrahltes elektromagnetisches Feld“ auftretende Impulsmoment beim Strahlungsvorgang erhalten bleibe, läßt sich folgern, daß bei einem Elektronenübergange die azimutale Quantenzahl sich höchstens um eine Einheit ändern kann; ferner, daß in dem Falle, wo sie sich um eine Einheit ändert, das Licht „zirkular“ polarisiert ist und daß seine Schwingungsebene zusammenfällt mit der gemeinsamen Anfangs- und Endbahn des gequantelten Elektrons. Über die Polarisationsverhältnisse bei ungeänderter azimutaler Quantenzahl lassen sich indessen aus der obigen Forderung keine eindeutigen Schlüsse ziehen.

Darüber hinaus hat Niels Bohr auf Grund seines Korrespondenzprinzips enger umgrenzte Aussagen machen können. Er konnte nachweisen, daß im Falle, wo das Atom durch keine äußeren Felder beeinflusst wird, die azimutale Quantenzahl sich nur um eine Einheit ändern kann, wobei „zirkular“ polarisiertes Licht zur Ausstrahlung kommt, während im Falle, wo ein axial-symmetrisches Feld das Atom beeinflusst, auch Übergänge möglich sind, bei denen sich die azimutale Quantenzahl nicht ändert; in diesem letzteren Falle wird „linear“ polarisiertes Licht ausgestrahlt, dessen Schwingungsrichtung der Achse des axial-symmetrischen Feldes entspricht. Außerdem hat Bohr auf Grund seines neuen Prinzips die Intensitätsverhältnisse im ausgestrahlten Lichte theoretisch festlegen können.

Zweck der vorliegenden Mitteilung ist nun, unter Benutzung einer weiteren Forderung den aus dem Impulsmomentsatz sich ergebenden Tatsachenkomplex noch näher zu präzisieren, und zwar zu zeigen, daß die bei einem Bohrschen Elektronenübergange ausgesandte Strahlung nur „linear“ oder „zirkular“ polarisiert sein kann und die Möglichkeit eines „elliptisch“ polarisierten Lichtes, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, ausscheidet.

Die erwähnte neu einzuführende Forderung besteht darin, daß die von einem Atom ausgesandte Strahlung bereits gequantelt sei, falls sie in eine einzelne Eigenschwingung eines Hohlraumes übergeführt wird. Dies ist nur eine nähere Präzisierung der Bedingung, daß das System: „Atom + ausgestrahltes elektromagnetisches Feld“ aus dem vor der Strahlung selbstverständlich gequantelten Zustande

(weil da der Äther keine Energie enthält) in einen nach der Strahlung ebenfalls gequantelten Zustand übergehe. Unsere neue Forderung kann nur so erfüllt werden, daß wir uns das Atom in den Mittelpunkt einer vollkommen reflektierenden Kugel von einem entsprechenden Radius gebracht denken. Wir nehmen dabei ebenso wie früher¹⁾ an, daß das von einem Bohrschen Atom beim Elektronenübergange ausgestrahlte elektromagnetische Feld mit dem Felde eines Hertz-schen Oszillators identisch sei, den wir uns im folgenden durch ein entsprechend bewegtes Elektron realisiert denken wollen.

Bezeichnen wir mit $\mathbf{s}(t)$ den Radiusvektor, der die Lage des Elektrons zur Zeit t festlegt, und mit e das elektrische Elementarquantum, so wird die elektrische und magnetische Feldstärke $\mathcal{E}$ und $\mathcal{H}$ in dem durch den Radiusvektor $\mathbf{r}$ bestimmten Punkte durch:

$$\mathcal{E} = e \operatorname{grad} \operatorname{div} \frac{\mathbf{s}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} - e \frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{s}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r}$$

$$\mathcal{H} = e \operatorname{curl} \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{s}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r}$$

gegeben. Nehmen wir nun an, daß das ausgestrahlte Licht rein monochromatisch sei, so muß sich das Elektron in einer ebenen elliptischen Bahn bewegen. Für ein entsprechend gelegtes Koordinatensystem läßt sich somit in unserem Falle $\mathbf{s}(t)$ darstellen in der Form:

$$\mathbf{s}(t) = Q_x \cos 2\pi \nu t \mathbf{i} - Q_y \sin 2\pi \nu t \mathbf{j},$$

wo ν die Schwingungszahl der ausgesandten Strahlung und $\mathbf{i}$ und $\mathbf{j}$ zwei aufeinander senkrecht stehende Einheitsvektoren bedeuten.

Der einem solchen $\mathbf{s}(t)$ zugehörigen, singularitätenfreien Eigenschwingung einer vollkommen reflektierenden Kugel entsprechen die nachstehenden $\mathcal{E}$ - und $\mathcal{H}$ -Werte:

$$\mathcal{E} = 2e \cdot \operatorname{grad} \operatorname{div} \left\{ \frac{\sin \frac{2\pi \nu}{c} r}{r} (Q_x \sin 2\pi \nu t \mathbf{i} + Q_y \cos 2\pi \nu t \mathbf{j}) \right\}$$

$$+ 2e \cdot 4\pi^2 \nu^2 \frac{\sin \frac{2\pi \nu}{c} r}{r} (Q_x \sin 2\pi \nu t \mathbf{i} + Q_y \cos 2\pi \nu t \mathbf{j})$$

$$\mathcal{H} = 2e \cdot 2\pi \nu \operatorname{curl} \left\{ \frac{\sin \frac{2\pi \nu}{c} r}{r} (Q_x \cos 2\pi \nu t \mathbf{i} - Q_y \sin 2\pi \nu t \mathbf{j}) \right\}$$

¹⁾ A. Rubinowicz, Phys. ZS. 19, 441, 1918.

Setzen wir nun:

$$q_1 = Q_x \sin 2\pi \nu t \quad q_2 = Q_y \cos 2\pi \nu t$$

so ergibt sich durch eine einfache Überlegung¹⁾ die elektrische bzw. die magnetische Energie V bzw. T der betrachteten Hohlraumstrahlung in der Gestalt:

$$V = A (q_1^2 + q_2^2) \\ T = \frac{A}{4\pi^2 \nu^2} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)$$

wo A eine Konstante bedeutet. Es ist bekannt²⁾, daß, wenn wir q_1 und q_2 als generelle Koordinaten der Eigenschwingung und V und T als ihre potentielle bzw. kinetische Energie auffassen, diese Größen formell die Gleichungen der Mechanik erfüllen. Diese Tatsache läßt sich dazu benutzen, die betrachtete Eigenschwingung des Hohlraumes einer Quantelung zu unterziehen³⁾. In unserem Falle nun stimmen V und T mit den entsprechenden Ausdrücken für einen Massenpunkt überein, der sich unter dem Einfluß einer elastischen Kraft in einer Ebene bewegt. Wie das letztere ist auch unser Problem ein entartetes und läßt sich in rechtwinkligen Cartesischen Koordinaten q_1 und q_2 oder in Polarkoordinaten ϱ und φ ($q_1 + i q_2 = \varrho e^{i\varphi}$) quanteln⁴⁾.

¹⁾ Werden in den obigen Formeln für $\mathcal{E}$ und $\mathcal{H}$ die angedeuteten Operationen wirklich ausgeführt, so sieht man, daß die über den ganzen Innenraum der Kugel erstreckten Integrale von $\mathcal{E}^2$ und $\mathcal{H}^2$ wegen der Symmetrieverhältnisse die Form $A (q_1^2 + q_2^2)$ bzw. $B (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)$ haben. Die Tatsache, daß $B = A/4\pi^2 \nu^2$ zu setzen ist, ergibt sich aus dem Umstande, daß bei jeder elektromagnetischen Eigenschwingung eines vollkommen reflektierenden Hohlraumes die zeitlichen Mittelwerte der elektrischen und magnetischen Energie einander gleich sind. Bei einer Eigenschwingung ist nämlich $\mathcal{E} = e_1 \cos \omega t + e_2 \sin \omega t$, $\mathcal{H} = h_1 \sin \omega t + h_2 \cos \omega t$ zu setzen, wo $e_1, e_2; h_1, h_2$ reine Ortsfunktionen sind. Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt dann das Bestehen der Relationen

$$(-1)^\nu \frac{\omega}{c} e_\nu = \text{curl } h_\nu, \quad (-1)^\nu \frac{\omega}{c} h_\nu = \text{curl } e_\nu \quad (\nu = 1, 2).$$

Die Identität $\text{div } [a b] = b \text{ curl } a - a \text{ curl } b$ ergibt aber nun

$$\text{div } [e_\nu, h_\nu] = (-1)^{\nu-1} \frac{\omega}{c} (e_\nu^2 - h_\nu^2)$$

und aus dem Gauss'schen Satze folgt dann mit Rücksicht auf die Tatsache, daß nach den Randbedingungen an der Begrenzung der Hohlkugel die tangentialen Komponenten von e_ν und daher auch die Normalkomponenten von $[e_\nu, h_\nu]$ verschwinden, die Gleichheit der über das ganze Kugellinnere erstreckten Integrale über e_ν^2 und h_ν^2 und damit die Richtigkeit unserer Behauptung.

²⁾ H. A. Lorentz, *Nuovo Cimento* (5) **16**, 5–34, 1908.

³⁾ A. Rubinowicz, *Phys. ZS.* **18**, 96, 1917.

⁴⁾ Vgl. die Diskussion dieser beiden Fälle bei A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, 2. Aufl., Braunschweig 1921, S. 498.

Bezeichnen wir mit n_1, n_2 bzw. m_1, m_2 die den Koordinaten q_1, q_2 bzw. φ, φ entsprechenden Quantenzahlen, so erhalten wir für die Energie E der gequantelten Hohlraumstrahlung:

$$E = (n_1 + n_2) h \nu \quad \text{bzw.} \quad E = (m_1 + m_2) h \nu.$$

Nun haben wir aber angenommen, daß die betrachtete Eigenschwingung einfach durch Reflexion der von einem Bohrschen Atom ausgesandten Strahlung an den Wänden unserer Kugel entsteht. Die Energie E der Eigenschwingung muß daher den durch die Bohrsche Frequenzbedingung festgelegten Betrag:

$$E = h \nu$$

besitzen, was durch Vergleich mit den oben für die Energie E angegebenen Werten für die Quantenzahlen n_1, n_2 bzw. m_1, m_2 zu den nachstehenden Möglichkeiten führt:

$$\begin{array}{llll} n_1 = 1 & & = 0 & \text{bzw.} & m_1 = 1 & & = 0 \\ n_2 = 0 & \text{oder} & = 1 & & m_2 = 0 & \text{oder} & = 1 \end{array}$$

Man sieht nun sofort, daß die ersten drei der angeführten Möglichkeiten einer „linear“ polarisierten und daß die letzte einer „zirkular“ polarisierten Schwingung entspricht. Da bei der von uns betrachteten Verwandlung der von dem Bohrschen Atom ausgestrahlten Welle in die Eigenschwingung einer Kugel der Polarisationszustand erhalten bleibt, so zeigen unsere Überlegungen, daß die bei einem Bohrschen Elektronenübergange ausgesandte Strahlung nur „linear“ oder „zirkular“ polarisiert sein kann.

Wien, Weihnachten 1920.