Weitere Bemerkungen zu meiner „neuen Erklärung der subjectiven Combinationstöne auf Grund der Helmholtz- schen Resonanzhypothese“.

Von

Karl L. Schaefer.

In meiner Abhandlung über „Eine neue Erklärung der subjectiven Combinationstöne auf Grund der Helmholtz'schen Resonanzhypothese“¹⁾ habe ich in erster Linie den experimentellen Nachweis geführt, dass zwischen den subjectiven Combinationstönen, welche im Ohre entstehen, und den objectiv in der Luft vorhandenen eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung hinsichtlich ihrer Wahrnehmbarkeit besteht. Die subjectiven und objectiven Summationstöne sowie diejenigen subjectiven und objectiven Differenztöne, die ihrer Schwingungszahl nach zwischen den Primärtönen liegen, sind unter den üblichen Versuchsbedingungen, abgesehen von vereinzelt und vielleicht nur scheinbaren Ausnahmen, nicht hörbar. Dagegen sind sowohl subjective als auch objective Differenztöne deutlich zu beobachten, wenn sie tiefer liegen als die Primärtöne und das Intervall der letzteren kleiner ist als eine Septime. Unter der Hörbarkeit der objectiven Combinationstöne als solcher ist hierbei immer ihre Verstärkung im Resonator zu verstehen, durch die sie eben für das Ohr von den subjectiven unterscheidbar sind.

Kürzlich hat nun Max Meyer diese Resultate meiner Untersuchung und ihre Consequenzen einer kritischen Erörterung²⁾ unterzogen, auf die ich hier näher eingehen möchte, theils um die darin enthaltenen Irrthümer zu berichtigen, theils um im Anschluss hieran einige neue, meine Auffassung bestätigende Versuchsergebnisse mitzutheilen.

Ich wende mich zuerst zu der Behauptung Meyer's, die objectiven unterhalb der Primärtöne liegenden Differenztöne würden

1) Dieses Archiv Bd. 78 S. 505 ff.

2) Dieses Archiv Bd. 81 S. 49 ff.

entgegen meiner Angabe im Resonator nicht verstärkt gehört. Meyer gründet seinen Widerspruch nicht etwa auf das Ergebnis einer Nachprüfung meiner Beobachtungen sondern lediglich auf die Annahme, dass ich mich getäuscht hätte. Er sagt (S. 56): „Schäfer hat hier augenscheinlich nicht daran gedacht, dass Resonatoren nicht nur ihren Grundton verstärken, sondern auch eine Anzahl von Obertönen. Ganz besonders ist dies mit den cylindrischen und konischen Resonatoren der Fall, die das psychologische Seminar zu Berlin besitzt, und die Schäfer offenbar benutzt hat. Diese Resonatoren verstärken eine fast unbegrenzte Anzahl ihrer Obertöne und solcher Töne, die in der Nähe der Obertöne gelegen sind. Wenn Schäfer darauf geachtet hätte, würde er gefunden haben, dass in allen Fällen, wo die Differenztöne durch den Resonator stärker gehört wurden, auch eine ganze Reihe anderer Töne stärker gehört wurde, woraus sich die grössere Stärke des gehörten subjectiven (nicht — wie Schäfer glaubt — objectiven) Differenztones sehr einfach erklärt.“

Hiergegen erinnere ich zunächst daran, dass es bereits in Helmholtz' „Lehre von den Tonempfindungen“ (Aufl. 4, S. 261) heisst: „Auch am Harmonium hört man die Combinationstöne durch gleichgestimmte Resonatoren sehr deutlich verstärkt“ und dass diese Angabe ausdrücklich auf die objective Componente des Combinationstones bezogen wird. Aber wenn auch nicht ein so vorzügliches Gehör, wie das von Helmholtz, mir zur Bestätigung diene, so würde ich gleichwohl meine Beobachtungen — und mit mir zahlreiche urtheilsfähige Personen, darunter die Herren Prof. Planck und Prof. Stumpf, welche dieselben noch ein Mal eingehend nachgeprüft haben — für so zweifellos erklären wie nur irgend eine in akustischen Dingen.

Es wurden z. B. die Töne 700 und 1200 des Dreiklangapparates sowie die Töne $e^2 + h^2$ und $g^2 + c^3$ des Harmoniums (desselben Exemplares, welches Helmholtz benutzt hatte) und noch viele andere Tonverbindungen geprüft. Ferner kamen ausser den nach Meyer so trügerischen cylindrischen und konischen Resonatoren auch die kugelförmigen von R. Koenig zur Verwendung. Das Ergebniss war immer dasselbe. Der Differenzton, auch der sog. zweite ($2t-h$), wird durch den gleichgestimmten Resonator verstärkt. Keine Verstärkung findet dagegen statt, wenn die beiden Primärtöne, statt mittelst eines gemeinsamen, durch zwei getrennte Windräume erzeugt werden; genau so, wie es auch Helmholtz an der eben erwähnten

Stelle beschreibt. Auch darin hat Helmholtz Recht, dass die Verstärkung durch den Resonator immerhin gering ist gegenüber der Stärke, mit welcher der Ton überhaupt auch ohne Resonator gehört wird. Der grössere Theil seiner Intensität ist also nicht objectiven Ursprungs, aber es bleibt stets ein durchaus merklicher Theil, der im Resonator verstärkt wird.

Uebrigens ist, abgesehen von allen Resonatorenversuchen, schon der Umstand, dass bei gleicher Stärke der Primärtöne der Combinationston erheblich lauter erklingt, wenn erstere aus einem gemeinschaftlichen Windraum hervorgehen, ein Beweis dafür, dass dabei eine hörbare objective Componente vorhanden ist.

Man muss selbstverständlich bei den Resonatorenbeobachtungen den minimalen Ton in Abrechnung bringen, der beim Gebrauch von Resonatoren schon im Tagesgeräusch zu hören ist. Er ist jedoch viel zu schwach gegenüber der Tonverstärkung der Combinationstöne, um zu Verwechslungen Anlass zu geben, und kommt überdies bei jeder beliebigen Tonzusammenstellung vor, während die regelrechte Verstärkung eines Combinationstones eben nur bei einer bestimmten Combination eintritt.

Welche merkwürdige Täuschung hat denn aber Meyer im Auge, wenn er auf Grund seiner Erinnerung an das psychologische Seminar behauptet, dass in allen Fällen, wo die Differenztöne durch den Resonator verstärkt würden, auch eine ganze Reihe anderer Töne stärker gehört würde, woraus sich die grössere Stärke des gehörten Differenztones „sehr einfach“ erklären lasse? Diese Erklärung erscheint mir nichts weniger als sehr einfach. Der Resonator für den Ton 500 soll eine unbegrenzte Zahl seiner Obertöne und solcher Töne, die ihnen benachbart sind, verstärken. Das wären also die Töne 1000, 1500, 2000 u. s. w. Aber wenn auch diese Töne verstärkt werden, was in beschränktem Umfange gewiss zuzugeben ist, wie soll daraus die Täuschung entstehen, dass 500 selbst verstärkt werde? Soll sie auch bei Beobachtern auftreten, die die Tonhöhe wohl zu beurteilen wissen? Oder sollen unter anderen Tönen auch die Primärtöne verstärkt werden, obwohl sie weder Obertöne von 500 sind noch solchen nahe liegen, und soll daraus indirect eine wirkliche, aber nur subjective Veränderung des Differenztones resultiren? Warum dann aber nicht auch bei getrennten Windräumen? — In Wirklichkeit werden übrigens die Primärtöne durch das Einsetzen des Differenzton-Resonators nicht verstärkt, sondern im Gegentheil

geschwächt, wie man leicht erkennt, wenn man nach Einführung des Resonators erst das eine, dann das andere Ohr und zuletzt die Mitte des Kopfes der Tonquelle zuwendet: der Ton wird dann auf die Seite des unbewaffneten Ohres verlegt und springt erst im Augenblick der Wegnahme des Resonators unter Anwachsen seiner Intensität nach dem freigewordenen Ohre über.

So viel über die von mir zwar nicht zuerst beobachtete, aber vollauf bestätigte Hörbarkeit objectiver, unterhalb der Primärtöne liegender Differenztöne und über die einfache, nur allzu einfache Art Meyer's, sich des Gewichtes dieser Beobachtung zu entledigen.

Ich habe mich indessen nicht damit begnügt, die Richtigkeit meiner bereits veröffentlichten Versuche über die Wahrnehmbarkeit der objectiven Differenztöne zu bestätigen, sondern im Anschlusse hieran auch noch neue angestellt. In meiner früheren Abhandlung ist bereits angegeben, dass der subjective Differenzton $m-n$ zweier Primärtöne m und n , deren Intervall man vom Unisono ausgehend allmählig wachsen lässt, gut hörbar ist, bis die Distanz der Primärtöne ungefähr den Betrag einer grossen Septime ($8 : 15$ oder $1 : 1,875$) erreicht, dann aber verschwindet. Es blieb jedoch noch die Frage offen, wie sich die objectiven Differenztöne in dieser Hinsicht verhalten. Ich habe nunmehr hierüber Folgendes feststellen können. Das Zungenpaar 500 und 900 des Dreiklangapparates lässt nur andeutungsweise den Differenzton 400 im Resonator hörbar werden, desgleichen das Zungenpaar 600 und 1100 den Differenzton 500. Beide Differenztöne werden erst bei längerem, aufmerksamstem Horchen etwas deutlicher. Die am Dreiklangapparat untersuchten grossen Septimen $640 : 1200$ und $480 : 900$ ergeben keine Spur der entsprechenden Differenztöne. Im Zusammenklange der Zungen 400 und 750 des Appunn'schen Intervallapparates glaube ich zuweilen, obwohl undeutlich, etwas vom Differenzton 350 im Resonator wahrzunehmen. Dagegen ist wiederum am Harmonium weder von dem Differenzton 422 der Töne 896 und 474 noch von dem Differenzton 498 ($= 1062 - 564$) auch nur das Geringste zu hören. Ein Vergleich dieser Resultate mit meiner früheren, die subjectiven Differenztöne betreffenden Tabelle¹⁾ ergibt eine nahezu vollkommene Uebereinstimmung zwischen den objectiven und subjectiven Differenztönen hinsichtlich ihres Verschwindens in der Nähe der grossen Sep-

1) A. a. O. S. 519.

time. Ich denke, die Analogie ist weitgehend genug, um die Vermuthung zu rechtfertigen, dass dieser Aehnlichkeit der subjectiven und objectiven Combinationstöne auch eine Aehnlichkeit ihrer Entstehungsweisen entspricht.

Meyer bestreitet freilich, dass unter den objectiven und subjectiven Summationstönen einerseits und unter den objectiven und subjectiven zwischen den Primärtönen liegenden Differenztönen andererseits eine Uebereinstimmung bestehe. Während er früher¹⁾ von der Hörbarkeit zwischenliegender Differenztöne überzeugt war, erklärt er nunmehr, damals „einer Täuschung unterworfen gewesen“ zu sein, bezeichnet auf S. 55 seiner jetzigen Abhandlung die Nichtexistenz solcher Töne als wahrscheinlich und erhebt dann auf S. 56 diese Wahrscheinlichkeit ohne Weiteres zur „einfachen Thatsache“. Aber die extreme Form dieses Meinungswechsels ist ebenso unberechtigt, wie Meyer's Folgerung; dass statt der von mir behaupteten Uebereinstimmung vielmehr eine „eigenthümliche Nichtübereinstimmung“ vorliege, insofern objective Summations- und zwischenliegende Differenztöne wirklich existirten, die entsprechenden subjectiven dagegen nicht existirten. Aus meinen Versuchen über subjective zwischen den Primärtönen liegende Differenztöne und aus den Beobachtungen vieler Anderer über subjective Summationstöne geht nur hervor, dass sie unter gewöhnlichen Umständen nicht hörbar sind; Unhörbarkeit ist jedoch keineswegs, wie Meyer annimmt, gleichbedeutend mit „der einfachen Thatsache der Nichtexistenz“. Es kann doch sehr wohl ein Ton wirklich im Ohre oder in der Luft vorhanden und trotzdem zu schwach sein, um eine Tonempfindung auszulösen. In der That bin ich auch der Meinung, dass gegebenen Falles den subjectiven Summations- und zwischenliegenden Differenztönen entsprechende Sinusschwingungen im Labyrinth entstehen, dass sie aber die Reizschwelle nicht überschreiten, ebenso wie die Sinusschwingungen der objectiven Summations- und zwischenliegenden Differenztöne mittelst feiner physikalischer Apparate in der Luft nachweisbar sind, unser Ohr jedoch nicht zu erregen vermögen, und halte mich nach wie vor für berechtigt, hier von einer Uebereinstimmung zwischen den objectiven und subjectiven Combinationstönen zu sprechen.

Ferner bemerkt Meyer, dass man nach meiner mathematischen Theorie der subjectiven Combinationstöne immer, wenn ein Differenz-

1) Ueber Combinationstöne etc. S. 12. Inaug.-Dissert. Berlin 1896.

ton beobachtet würde, auch einen ebenso lauten Summationston wahrnehmen müsse, während doch nach meiner eigenen Angabe Summationstöne nur selten und dann schwächer als die Differenztöne gehört würden. Doch dieser Einwand richtet sich im Grunde nicht gegen mich, sondern gegen Helmholtz. Denn das, was Meyer als „Schäfer's mathematische Theorie“ bezeichnet, ist nichts Anderes als mein wörtliches Citat der Helmholtz'schen Formel für die objectiven Combinationstöne des Harmoniums, und Helmholtz, dem es doch wohl auch nicht entgangen sein dürfte, dass nach dieser Formel Differenz- und Summationston gleiche Amplitude haben, hat dieselbe aufgestellt, trotzdem er recht gut wusste, „dass im Allgemeinen die Differenztöne stärker sind als die Summationstöne“ (Lehre von den Tonempfindungen, Aufl. 4, S. 254). Aber Helmholtz ist auch weit davon entfernt gewesen, in seiner Ableitung der objectiven Combinationstöne eine erschöpfende mathematische Darstellung aller bei ihrer Entstehung mitwirkenden Momente zu erblicken. Er sagt davon ausdrücklich¹⁾: „In Wirklichkeit werden nun die Gleichungen immer viel complicirter werden, als ich sie hier hingestellt habe, um den Vorgang in seiner einfachsten Gestalt darzustellen Die vollständige Theorie eines solchen Falles wird ausserordentlich complicirt, es möge daher die des genannten einfachen Falles genügen, an dem das Wesen des Vorganges wenigstens klär wird.“ Würden sich wirklich alle in Betracht kommenden Verhältnisse genau mathematisch analysiren lassen, so würde man dabei sicherlich auch die besondere Ursache für die überwiegende Stärke der tiefer als die Primärtöne liegenden Differenztöne finden.

Ich bin auf diesen an sich gewiss wichtigen Punkt in meiner ersten Abhandlung absichtlich ebenso wenig eingegangen wie auf irgend eine der vielen anderen noch dunklen Einzelheiten aus der Lehre von den Combinationstönen. Gleichwie uns Helmholtz nur eine in mathematischen Ausdrücken abgefasste Skizze der für die Bildung objectiver Combinationstöne wesentlichen Bedingungen gegeben hat, so kam es auch mir lediglich darauf an, zu zeigen, dass eben diesen wesentlichen Bedingungen analoge Vorgänge auch bei der Schallbewegung im Ohre möglich sind. Eine exacte mathematisch-physikalische Darstellung

1) A. a. O. S. 661.

derselben ist, wenn nicht überhaupt, so doch jedenfalls gegenwärtig noch unausführbar.

Immerhin werden die in dieser Richtung etwa anzustellenden Versuche von der Helmholtz'schen Theorie der objectiven Combinationstöne ausgehen müssen, die ich denn auch bereits in meiner ersten Abhandlung als Grundlage für meine Ausführungen benutzt habe. Wie Meyer angesichts dessen behaupten kann: „Schäfer aber erklärt diese Theorie für falsch,“ ist mir völlig räthselhaft. Ich will jedoch das hier offenbar vorliegende Missverständniss gleich verschiedenen anderen nicht in's Einzelne verfolgen. Wenn Meyer mir im directen Widerspruch mit einem gesperrt gedruckten Satze meiner Abhandlung die sehr ungerechtfertigte Schlussfolgerung unterschiebt, es gäbe keine objectiven zwischen den Primärtönen liegenden Differenztöne, weil man sie nicht hört, oder wenn er aus meinen Bemerkungen über die Unterbrechungstöne, in denen ich zu dem Resultat gelangte, dass „es gegenwärtig verfrüht sein würde, ein abschliessendes Urtheil über die Natur der Unterbrechungstöne auszusprechen“, eine „Schäfer'sche Theorie der Unterbrechungstöne“ macht, die „in der Behauptung besteht, Unterbrechungstöne seien entweder Differenztöne von Variationstönen, oder sie seien objectiv existirende Sinusschwingungen“, so sind das Irrthümer meines Kritikers, die ein aufmerksamer Leser leicht selbst corrigiren wird. Auf einen Punkt von Wichtigkeit muss ich dagegen noch eingehen.

Meyer erklärt, nicht einsehen zu können, mit welchem Rechte ich aus der Helmholtz'schen Ableitung der objectiven Combinationstöne Schlüsse auf die Erzeugung von Combinationstönen durch Stimmgabeln oder im inneren Ohre ziehe. Die Helmholtz'sche Deduction sei nur eine mathematische Berechnung der aus dem Blasebalg ausgestossenen Luftmassen, und von „schwingenden Körpern, welche die Primärtöne erzeugen“, wäre darin mit keinem Worte die Rede. Nun, abgesehen davon, dass die Helmholtz'sche Darstellung ausschliesslich von den Primärtönen nebst ihren Combinationstönen und dem sie hervorrufenden schwingenden Körper, nämlich der periodisch ausgepressten Luft, handelt, liegt die innere Beziehung zwischen der resultirenden Formel und allen solchen Fällen, wo die Amplitude einer Pendelbewegung selbst pendelperiodisch schwankt, doch auf der Hand. Solange die Amplitude irgend eines pendelperiodisch schwingenden Punktes constant ist, wird seine Bewegung durch die Gleichung $y = a \cdot \sin 2 \pi n t$ bestimmt. Nimmt

aber die Amplitude etwa die Form $a = A \cdot (1 - \sin 2 \pi m t)$ an, so erhalten wir in dem Ausdruck für y das Product zweier Sinus oder, als Umformung desselben, die beiden den Combinationstönen entsprechenden Cosinus. Demnach müsste auch eine Stimmgabel Combinationstöne hervorbringen, wenn man sie zu pendelperiodischen Amplitudenschwankungen veranlassen würde. Dass hierzu die von einer tönenden Gabel auf eine zweite durch die Luft übertragenen Impulse nicht genügen, ist allbekannt. Wie Meyer (S. 53) dazu kommt, das Gegentheil als eine „Schäfer'sche Behauptung“ hinzustellen, die „der allgemeinen (von Schäfer selbst drei Sätze vorher als richtig anerkannten) Erfahrung widerstreitet“, vermag ich nicht zu enträthseln, da die betreffende Stelle meiner Abhandlung (S. 523) von einer solchen unmöglichen und mir selbst direct widersprechenden Behauptung schlechterdings nichts enthält. Ich habe vielmehr gerade ausdrücklich hervorgehoben, dass die durch Tonwellen in der Luft bedingten Druckschwankungen nicht zur Erzielung von Amplitudenschwankungen hinreichen. Auch ein in einer Flüssigkeit schwingender Körper mit dem Eigentone m wird durch die minimalen Druckänderungen, die eine Tonwelle n im umgebenden Medium hervorruft, unter den gewöhnlichen Umständen in der anorganischen Natur kaum irgend wie merkbar beeinflusst werden. Aber wenn Meyer dies als einen Einwand gegen meine Auffassung von der Entstehung der Combinationstöne im inneren Ohre geltend macht, so beachtet er nicht, dass wir es im inneren Ohre eben mit physikalischen Verhältnissen von aussergewöhnlicher Eigenart zu thun haben, und dass für die Schwingungen der Basilarmembranfasern nicht nur die Flüssigkeit allein sondern auch die gesammte Umgebung in Betracht kommt. Dass die Eigenart dieses ganzen Complexes von Gebilden entsprechende periodische Amplitudenänderungen unter den angegebenen Voraussetzungen möglich macht, hat Meyer nicht widerlegt.