X. Ueber die magnetische Schirmwirkung des Eisens; von J. Stefan.

(Aus dem 85. Bde. d. Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wiss. zu Wien. II. Abth. vom 16. März 1882; mitgetheilt vom Hrn. Verf.).

Bei der Anwendung der Theorie der magnetischen Induction auf das Problem der Magnetisirung einer eisernen Hohlkugel ist Poisson zu folgendem Resultate gelangt. Wird eine solche Kugel durch äussere Kräfte magnetisirt, so wirkt dieselbe in ihrem Hohlraume mit Kräften, welche den äusseren entgegengesetzt sind. Die resultirende Wirkung im Hohlraume ist von der Dicke der Kugelwand abhängig, und wenn diese im Vergleiche zum Radius nicht sehr klein ist, so beträgt die resultirende Wirkung im Hohlraum nur einen kleinen Bruchtheil jener der äusseren Kräfte. Ein in der Höhlung befindlicher Magnet wird daher durch die ihn umgebende Eisenwand gegen die Einwirkung ausserhalb derselben befindlicher Magnete wenigstens theilweise geschützt. Umgekehrt erfahren auch die letzteren von dem eingeschlossenen Magnete eine viel geringere Einwirkung, als von demselben Magnete im freien Zustande. Denn die Rechnung lehrt auch, dass eine Hohlkugel, welche durch einen in ihrer Höhlung befindlichen Magnet magnetisirt wird, nach aussen eine Wirkung ausübt, welcher jener des Magnetes entgegengesetzt ist.

Die Eisenkugel zeigt gegen die magnetischen Kräfte ein ähnliches Verhalten, wie eine Hohlkugel aus einem gut leitenden Material gegen die electricen. Es ist diese Analogie nicht bloss für diese specielle Form der Körper vorhanden, für die Kugelform lässt sich aber die Rechnung in vollständiger und sehr einfacher Weise führen.

Das in Rede stehende Verhalten der guten Leiter gegen electricen Kräfte wird häufig als electricen Schirmwirkung bezeichnet. In demselben Sinne kann man also auch von einer magnetischen Schirmwirkung des Eisens reden.

Die Wirkung kann zur Astasirung der Galvanometer benutzt werden. W. Thomson hat dieselbe bei der Con-

struction seines Marinegalvanometers zur Anwendung gebracht. Die wichtigste Anwendung jedoch hat diese Schirmwirkung wohl in der Gramme'schen Maschine gefunden. In einer dieser Maschine gewidmeten Monographie hat A. Breguet diesen Gegenstand in sehr einfacher Weise auseinandergesetzt.

Die magnetische Schirmwirkung des Eisens verdient nunmehr wohl eine grössere Beachtung und sollte auch in einem experimentellen Course der Physik demonstrirt werden. Ich habe zu diesem Zwecke einige Versuche mit hohlen Eisen-cylindern oder Eisenringen ausgeführt und theile im Folgenden die Ergebnisse derselben mit. Ich habe diese specielle Form der Eisenkörper gewählt, weil diese Form für die Anwendung zunächst die grösste Bedeutung hat.

I. Ablenkungsversuche.

Der Einfluss von Eisenmassen auf die Fernwirkung eines Magnetes lässt sich am einfachsten durch Ablenkungsversuche bestimmen. Ich will einige Beispiele anführen.

Der abzulenkende Magnet war der Ringmagnet eines Galvanometers von Edelmann. Der ablenkende wurde in der auf dem magnetischen Meridian senkrechten, durch die Mitte des Ringmagnetes gehenden Linie aufgestellt. Ein Magnet von 5 cm Länge und 1 cm Durchmesser gab bei 31 cm Distanz eine Ablenkung von 116 Scalentheilen. Wurde um diesen Magnet ein Eisenring von 11 cm innerem, 13 cm äusserem Durchmesser und 5 cm Höhe gelegt, sodass die Axe des Magnetes durch die Mitte des Ringes ging, so fiel die Ablenkung auf 22 Scalentheile, also auf dem fünften Theil ihres ursprünglichen Betrages herab. Ein Eisenring von denselben Querdimensionen, aber von doppelter Höhe reducirte die Ablenkung auf 12 Scalentheile.

Ein Magnet von 10 cm Länge und 1 cm Durchmesser gab bei einer Distanz von 34,3 cm eine Ablenkung von 495, bei einer Distanz von 41,4 cm eine Ablenkung von 281 Scalentheilen. Diese Ablenkungen wurden durch den Eisenring von 5 cm Höhe auf 70, resp. 41 Scalentheile reducirt.

Ein Eisenring wirkt nicht nur in der bei diesen Ver-

suchen angewendeten Lage vermindernd auf die Fernwirkung des Magnetes ein, sondern auch, wenn seine Mittellinie höher oder tiefer gestellt wird, als die Axe des Magnetes. Folgende zwei Tabellen geben zwei Beispiele. Bei der ersten war der 5 cm lange, bei der zweiten der 10 cm lange Magnet benutzt. h bedeutet den verticalen Abstand der Axe des Magnetes und der Mittellinie des Cylinders von 5 cm Höhe, s bedeutet die Ablenkung in Scalentheilen.

	$h = 0$	2,5	5	7,5	10	12,5	∞
I.	$s = 22$	35	65	90	102	110	116
II.	$s = 70$	127	184	283	436	463	495

Die unter s angeführten Zahlen sind die Mittelwerthe aus den Ausschlägen nach zwei entgegengesetzten Seiten, welche sich bei den zwei entgegengesetzten Lagen des ablenkenden Magnetes ergeben. Diese doppelte Beobachtung ist in den Fällen, in welchen der Cylinder eine höhere Lage erhält, nothwendig, weil seine Magnetisirung durch die verticale Componente des Erdmagnetismus die Ausschläge nach der einen Seite vergrößert, nach der anderen vermindert. Zugleich wird dadurch auch der Einfluss eines dem Cylinder eigenthümlichen Magnetismus eliminirt.

Wird unter oder über einen Magnet eine Eisenplatte gelegt, so wird dessen Fernwirkung ebenfalls geschwächt. Eine runde Platte von 1,2 cm Dicke und 13 cm Durchmesser wurde über den 10 cm langen Magnet in verschiedenen Abständen gestellt. Für die unter h angeführten Distanzen der unteren Fläche der Platte von der Axe des Magnetes wurden die Ablenkungen s gefunden:

$h = 2,5$	5	7,5	∞
$s = 276$	388	440	495

Man kann die Platte auch seitwärts vom Magnete aufstellen, sodass ihr horizontaler Durchmesser der Axe des Magnetes parallel geht, die Wirkung bleibt dieselbe. Stellt man aber die Platte vor oder hinter den ablenkenden Magnet, so tritt nicht eine Schwächung, sondern eine wenn auch nicht grosse Verstärkung der Fernwirkung ein.

II. Schwingungsversuche.

Ein kleiner cylindrischer Magnet von 3 cm Länge und 0,4 cm Durchmesser wurde mittelst eines leichten einen Spiegel tragenden Gestelles an einen Coconfaden aufgehängt. Die Schwingungsdauer dieses Apparates betrug 5,9 Secunden. Wurde der Magnet durch einen Messingcylinder von gleichem Trägheitsmoment ersetzt, so betrug die Schwingungsdauer 34,4 Secunden.

Bedeutet K das Trägheitsmoment des schwingenden Systems M das magnetische Moment des Magnetes, T die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, endlich θ den Coëfficienten der Torsion, sodass für mässige Ausschläge φ die Gleichung:

$$K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -(MT + \theta) \varphi$$

gilt, so ist:

$$5,9 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MT + \theta}}, \quad 34,4 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\theta}}$$

und daraus folgt: $\theta = 0,03 MT$.

Ueber den Apparat wurde nun ein Eisencylinder geschoben. Die Dimensionen dieses Cylinders sind folgende: Höhe 5 cm, innerer Durchmesser 11 cm, äusserer Durchmesser 14 cm, also Wanddicke 1,5 cm. Der Cylinder wurde so gestellt, dass der Mittelpunkt desselben mit jenem des Magnetes zusammenfiel. Es wurde sodann die Schwingungsdauer beobachtet, welche sich bedeutend grösser ergab als die Dauer der Schwingungen im freien Raume. Der Magnet wurde dann gehoben, jedoch so, dass sein Mittelpunkt immer in der Axe des Cylinders blieb. Für verschiedene Stellungen des Magnets wurden wieder die Schwingungsdauern bestimmt. Die folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Beobachtungen.

h bedeutet die Höhe des Mittelpunktes des Magnetes über der Mitte des Cylinders ausgedrückt in Centimetern, τ' die zugehörige Schwingungsdauer. Die Zahlen der letzten Reihe geben die aus den Beobachtungen berechneten Verhältnisse zwischen der Horizontalcomponente T und der Intensität T' des magnetischen Feldes an dem jeweiligen Orte

des Magnetes. Diese Zahlen geben also an, auf den wievielten Theil ihres Werthes die Horizontalcomponente durch die Wirkung des Eisencylinders herabgesetzt wird.

$h = 0$	1,25	2,5	5	7,5	10
$\tau' = 13,6$	12,8	11,0	8,4	7,1	6,6
$\frac{T}{T'} = 6,10$	5,30	3,76	2,09	1,47	1,26

Das Verhältniss von T zu T' wurde aus den beiden Formeln:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MT + \theta}}, \quad \tau' = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MT' + \theta}},$$

mit Berücksichtigung der gefundenen Beziehung zwischen θ und MT berechnet. Es ist:

$$\frac{T'}{T} = \frac{1,03 \tau^2}{\tau'^2} - 0,03,$$

und der reciproke Werth davon steht in obiger Tabelle.

Diese lehrt, dass in der Mitte des Cylinders die Horizontalcomponente auf weniger als den sechsten Theil ihres Werthes im freien Raume herabgesetzt ist. Mit wachsender Entfernung von der Mitte des Cylinders nimmt die Abschwächung des magnetischen Feldes ab, macht sich aber noch in beträchtlicher Höhe ausserhalb des Cylinders geltend.

Ist die Aufhängung des Magnetes derart, dass der Aufhängefaden untordirt ist, wenn der Magnet in seiner Ruhelage sich befindet, so behält der Magnet seine Ruhelage bei, wenn der Eisencylinder über ihn geschoben wird, sobald dieser keinen eigenthümlichen remanenten Magnetismus enthält. Dies war bei dem zu diesen Versuchen benutzten Cylinder sehr nahe der Fall. Aber wenn auch dieser Fall vorhanden ist, so ändert sich die Ruhelage, wenn dieselbe nicht mit der torsionsfreien Stellung des Fadens zusammenfällt, um so mehr, je grösser die Abschwächung des magnetischen Feldes ist.

Gewöhnlich aber enthalten Eisencylinder remanenten Magnetismus, und dann wird auch, wenn die ursprüngliche Ruhelage mit der torsionsfreien Stellung des Fadens zusammenfällt, dieselbe durch das Ueberschieben des Cylinders

geändert werden. Es lassen sich aber zwei um 180° gegeneinander abstehende Stellungen des Cylinders finden, in welchen dies nicht oder nur in geringem Maasse geschieht. Es sind dies jene Lagen, in welchen das remanente Feld des Eisenringes mit jenem der Horizontalcomponente gleiche oder eine zu dieser entgegengesetzte Richtung hat.

Beobachtet man die Schwingungen des Magnetes bei diesen beiden Stellungen des Ringes, so ergeben sich die Schwingungsdauern in den beiden Fällen sehr verschieden. Man kann aber aus denselben die Wirkung des eigenthümlichen Magnetismus des Cylinders eliminiren und so wieder die gesuchte Grösse finden.

Bei der folgenden zweiten Reihe von Versuchen wurde ein Eisencylinder von 5 cm Höhe, 11 cm innerem und 13 cm äusserem Radius verwendet. Seine Wand hat also eine Dicke von 1 cm. In den verschiedenen Höhen h ergaben sich nachstehende Werthe der Schwingungsdauern:

$h = 0$	2,5	5	7,5
$\tau_1 = 12,4$	9,7	7,1	6,0
$\tau_2 = 9,5$	8,4	6,7	5,8

Die Schwingungsdauer des Magnetes, welcher vor dieser Versuchsreihe neu magnetisirt wurde, beträgt fünf Secunden und ist nunmehr $\theta = 0,02 MT$. Vorausgesetzt, dass man die Wirkung des eigenthümlichen Magnetismus des Eisens auf den schwingenden Magnet wie die eines homogenen Feldes von der Intensität R rechnen darf, hat man für τ_1 und τ_2 die beiden Formeln:

$$\tau_1 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MT' + MR + \theta}}, \quad \tau_2 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MT' + MR + \theta}}.$$

Daraus findet man für die obigen vier Fälle:

$T' - R = 0,145$	0,251	0,486	0,688	T
$T' + R = 0,262$	0,341	0,548	0,737	T

Für die Verhältnisse von T zu T' findet man nun folgende Zahlen:

$h = 0$	2,5	5,0	7,5
$\frac{T}{T'} = 4,91$	3,38	1,93	1,40

Die Schirmwirkung dieses Cylinders ist demnach eine geringere, als die des ersten.

Ein dritter Eisencylinder, welcher dieselben Radien wie der zweite, aber die doppelte Höhe hat, zeigte ebenfalls eigenthümlichen Magnetismus, welcher nicht in der Mitte des Cylinders, sondern oberhalb derselben den grössten Einfluss zeigte.

Der Magnet, welcher im freien Raume wieder eine Schwingung in fünf Secunden vollführte, hatte innerhalb und oberhalb des Eisencylinders in den verschiedenen Höhen folgende Schwingungsdauern:

$h = 0$	2,5	5	7,5	10
$\tau_1 = 17,2$	17,0	10,4	7,2	6,0
$\tau_2 = 12,8$	11,1	8,5	6,7	5,8

Für $T' - R$ und $T' + R$ findet man folgende Werthe:

$T' - R = 0,059$	0,068	0,216	0,472	0,688 T
$T' + R = 0,135$	0,187	0,332	0,548	0,737 T ,

und daraus ergeben sich für die Verhältnisse von T zu T' folgende Zahlen:

$h = 0$	2,5	5	7,5	10
$\frac{T}{T'} = 10,31$	7,84	3,65	1,96	1,40

Die Abschwächung der Horizontalcomponente ist in der Mitte dieses Cylinders doppelt so gross, als in dem zweiten Cylinder, hingegen ist sie ausserhalb der Cylinder in beiden Fällen nahezu gleich.

Wenn ein Spiegelgalvanometer so eingerichtet ist, dass der Spiegel ausserhalb der Drahtwindungen sich befindet, so kann man die Empfindlichkeit desselben durch Ueberschieben eines Eisencylinders leicht auf das Zehnfache und auch noch höher bringen. Die Höhe des Cylinders wird man am besten so wählen, dass der Magnet des Galvanometers in die Mitte des Cylinders zu stehen kommt. Die astasirende Wirkung wächst mit der Höhe des Cylinders und mit dem Verhältnisse der Wanddicke zum äusseren Durchmesser.

Wie im folgenden Abschnitte gezeigt werden wird, ist die Zahl, welche angibt, wie vielmal das magnetische Feld

innerhalb eines unendlich langen Cylinders schwächer ist, sehr nahe durch den Ausdruck:

$$n = 1 + \pi k \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

gegeben. a bedeutet den äusseren, b den inneren Radius des Cylinders, k die Magnetisirungszahl des Eisens. Für gewöhnliches weiches Eisen und für solche Kräfte, wie die erdmagnetischen es sind, kann man $\pi k = 50$ annehmen, um einen genäherten Werth für die Zahl n zu erhalten.

Für einen Cylinder von endlicher Höhe ist die Zahl n kleiner, angenähert in dem Verhältniss von h zu $\sqrt{4a^2 + h^2}$, wenn h die Höhe des Cylinders bedeutet.

Man kann die astasirende Wirkung namentlich eines niedrigen Cylinders noch vergrössern, wenn man ihn mit Eisenplatten wenigstens theilweise schliesst, was jedoch bei den gebräuchlichen Galvanometern nicht leicht ausführbar ist. Noch will ich bemerken, dass es nicht nothwendig ein massiver Eisencylinder sein muss, man kann auch zusammengerolltes Eisenblech oder besser noch auf eine Spule aufgewickelten weichen Eisendraht verwenden.

Die Astasirung lässt sich allerdings durch einen astasirenden Magnet bequemer erreichen, es ist aber zu bemerken, dass ein Eisencylinder das Galvanometer zugleich gegen alle äusseren magnetischen Störungen unempfindlicher macht, was bei der Astasirung durch einen Magnet nicht der Fall ist.

Ein Eisenring kann auch zur grösseren Astasirung eines astatischen Nadelpaares verwendet werden, indem man durch passende Stellung desselben die Einwirkung des Erdmagnetismus auf die stärkere der Nadeln in grösserem Maasse vermindert, als die Einwirkung auf die schwächere.

III. Theoretische Erörterung.

Die Schirmwirkung des Eisens beruht auf der Veränderung, welche ein Eisenkörper in der Vertheilung gegebener magnetischer Kräfte hervorruft. Diese Veränderung ist im allgemeinen in verschiedenen Orten des Raumes verschieden, die gegebenen Kräfte können durch dieselbe eine Richtungsänderung, eine Verstärkung oder Schwächung er-

fahren. Die Wirkung des Eisens lässt in theoretischer Hinsicht eine zweifache Darstellung zu.

Man kann sie ableiten aus der Fernwirkung der magnetischen Massen, welche durch die magnetische Induction im Eisenkörper frei geworden sind. Ein aufrecht gestellter hohler Cylinder wird z. B. durch die horizontale Componente des Erdmagnetismus so magnetisirt, dass der gegen den magnetischen Norden gerichtete Theil seiner Wand freie nördliche, der entgegengesetzte Theil der Wand aber freie südliche magnetische Massen aufweist. In der Höhlung des Cylinders ist die Wirkung dieser Massen entgegengesetzt jener der Horizontalcomponente und infolge dessen das magnetische Feld geschwächt.

Wird ein Magnet in einen Cylinder gebracht oder über eine Eisenplatte gestellt, so werden die den Enden des Magnetes benachbarten Theile der Cylinderwand oder der Eisenplatte entgegengesetzt magnetisch und vermindern die Fernwirkung des Magnetes. Man könnte sagen, der Magnet wird durch den Cylinder oder die Platte verankert.

Wird ein Eisenkörper vor das eine Ende des Magnetes gestellt, so wirkt das magnetisirte Eisen nach aussen wie der Magnet, es verlängert gewissermassen den Magnet und vergrössert dadurch seine Fernwirkung.

Wird ein Eisenkörper durch gegebene magnetische Kräfte so magnetisirt, dass keine magnetischen Massen in ihm frei werden, so übt er auch gar keinen Einfluss auf die Vertheilung der magnetischen Kräfte aus. Dies ist der Fall, wenn ein geradliniger Leiter eines electrischen Stromes von einer Eisenröhre derart umgeben ist, dass der Leiter in die Axe der Röhre zu liegen kommt. Die Elementarmagnete ordnen sich in geschlossenen Kreisen an, und werden keine Massen frei. Die Eisenröhre verändert daher die Fernwirkung des Stromleiters in keiner Weise, weder innerhalb noch ausserhalb der Röhre. Angenähert gilt dies auch noch für einen kreisförmig gebogenen Leiter, der von einem eisernen Hohlringe umgeben ist, und zwar um so mehr, je kleiner der Radius der Röhre gegen den Radius des Kreises ist. — W. Siemens hat bei seinen electromagnetischen Versuchen

auch eine derartige Vorrichtung benutzt und gefunden, dass in einem solchen Falle das Eisen die Fernwirkung des electrischen Stromes nicht verändert.

Eine zweite Art, den Einfluss von Eisenmassen auf die Vertheilung von magnetischen Kräften darzustellen, hat Faraday eingeführt. Die Vertheilung der magnetischen Kräfte wird durch den Verlauf der magnetischen Kraftlinien und der Einfluss des Eisens durch die Veränderung bestimmt, welche dasselbe in dem Verlaufe der Kraftlinien verursacht. Damit wäre jedoch ein neuer Standpunkt nicht gewonnen, wenn man zur Ermittlung dieser Veränderung wieder die im Eisen frei gewordenen magnetischen Massen als neue Ausgangs- und Endpunkte von Kraftlinien herbeiziehen müsste. Dies ist jedoch nicht nothwendig.

Die Kraftlinien, welche von dem einen Pole eines Magnetes zu dem anderen durch einen gleichartigen, unbegrenzten Raum gehen, haben dieselbe Gestalt wie die Strömungslinien, in welchen die Wärme in einem unbegrenzten gleichartigen Leiter von einem Orte constanter höherer zu einem Orte constanter niedriger Temperatur sich bewegt, oder wie die Strömungslinien, in welchen die Electricität in einem unbegrenzten gleichartigen Leiter von einer Electrode zur anderen fliesst. Die Veränderung, welche ein Eisenkörper in den Verlauf der magnetischen Kraftlinien bringt, ist nach Faraday dieselbe, welche in den Strömungslinien der Wärme oder der Electricität hervorgerufen wird, wenn man den entsprechenden Theil des Mediums mit einem viel besseren Wärme- und Electricitätsleiter ausfüllt. Die magnetischen Kraftlinien streben dem Eisenkörper zu, drängen sich gegen denselben zusammen und durchsetzen ihn in grösserer Dichte. Besitzt der Eisenkörper eine Höhlung, so weichen die Kraftlinien dieser Höhlung aus, die Mehrzahl derselben geht um diese herum, und nur wenige gehen durch dieselbe hindurch, und in dieser Ableitung der Kraft besteht jene Wirkung des Eisens, welche speciell als Schirmwirkung bezeichnet worden ist.

Wird ein hohler Cylinder in ein homogenes magnetisches Feld, z. B. jenes der Horizontalcomponente des Erdmagne-

tismus so gestellt, dass seine *Axe* senkrecht zur Richtung des Feldes zu stehen kommt, so neigen sich die ursprünglich aus parallelen Geraden bestehenden Kraftlinien gegen den Cylinder, condensiren sich vor demselben und gehen zum grössten Theile bogenförmig durch die Wand des Cylinders um die innere Höhlung herum, treten auf der anderen Seite wieder aus und gestalten sich endlich in grosser Entfernung wieder zu einem Systeme paralleler gerader Linien.

Umgibt man einen Magnet mit einem eisernen Cylinder, so nimmt der grösste Theil der vom Nordpole ausgehenden Kraftlinien seinen Weg zum Südpol durch die Wand des Cylinders, nur wenige treten aus der Wand in den äusseren Raum hinaus, und demgemäss erscheint die Wirkung des Magnetes in diesem Raume geschwächt. Dasselbe findet nur in geringerem Maasse statt, wenn über den Magnet eine Eisenplatte gestellt wird. Wird aber diese vor den Magnet gestellt, so verdichtet dieselbe die nach vorn ausgehenden Kraftlinien, diese treten auch auf der Vorderseite der Platte in grösserer Zahl aus, und dadurch erhält die Fernwirkung des Magnetes in dieser Richtung eine Verstärkung.

Die Kraftlinien eines geradlinigen electrischen Stromes umschliessen denselben in concentrischen Kreisen, deren Ebenen senkrecht zu der Stromrichtung stehen. Ist der Stromleiter von einer concentrischen Eisenröhre umgeben, so bringt diese in die Anordnung der Kraftlinien innerhalb, sowie ausserhalb der Röhre keine Störung. Die Fernwirkung wird durch das Eisen nicht verändert, die Anwesenheit des letzteren gibt sich nur durch die Verstärkung des Extrastromes beim Entstehen oder Verschwinden des Stromes im Leiter zu erkennen.

Man sollte erwarten, dass die Poisson'sche Theorie der magnetischen Induction und die Faraday'sche Anschauung über das magnetische Verhalten des weichen Eisens zwei wesentlich verschiedene Grundlagen für die mathematische Behandlung der betreffenden Probleme darbieten. Dies ist jedoch merkwürdigerweise nicht der Fall, ja es kann, wie W. Thomson gezeigt hat, die Faraday'sche Anschauung als eine unmittelbare Consequenz aus der Pois-

son'schen Theorie abgeleitet werden. Ich will hier in Kürze diesen Gegenstand auseinandersetzen.

Die Grundgleichung der Poisson'schen Theorie kann man so ausdrücken: Durch die Magnetisirung des Eisens wird in jedem Elemente desselben eine magnetische Molecularkraft geweckt, welche der magnetisirenden Kraft das Gleichgewicht hält. Diese Molecularkraft hat mit dem inducirten magnetischen Momente gleiche Richtung, und was ihre Grösse anbetrifft, so kann man dieselbe wenigstens innerhalb gewisser Grenzen dem inducirten Momente proportional setzen.

Bedeutet μ das auf die Einheit des Volumens reducirte Moment, T die magnetisirende Kraft und k die Magnetisirungszahl, so ist:

$$\mu = kT.$$

Zerlegt man μ nach den Richtungen der Coordinaten x, y, z in die Componenten α, β, γ und ebenso T in die Componenten X, Y, Z , so bestehen die Gleichungen:

$$\alpha = kX, \beta = kY, \gamma = kZ.$$

Die magnetisirende Kraft T besteht im allgemeinen aus zwei Theilen, aus der Kraft, welche von äusseren magnetischen Massen oder electricischen Strömen ausgeht, und aus jener, welche von den im Eisenkörper durch die Induction frei gewordenen magnetischen Massen herrührt. Beide Theile zusammen seien durch das Potential V bestimmt, dann ist:

$$(1) \quad \alpha = -k \frac{dV}{dx}, \quad \beta = -k \frac{dV}{dy}, \quad \gamma = -k \frac{dV}{dz}.$$

Die durch die Induction frei gewordenen magnetischen Massen können im allgemeinen theils an der Oberfläche, theils im Inneren des Eisenkörpers sich befinden. Die Raumdichte ϱ der im Inneren befindlichen freien Massen lässt sich durch:

$$(2) \quad \varrho = - \left(\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} \right)$$

ausdrücken. Unter der Voraussetzung, dass k eine constante Zahl ist, geben die Gleichungen (1) in Verbindung mit (2):

$$(3) \quad \varrho = k \Delta V,$$

wenn mit Δ die Operation $d^2/dx^2 + d^2/dy^2 + d^2/dz^2$ angedeutet wird.

Nun ist aber zugleich:

$$(4) \quad \Delta V = -4\pi\varrho.$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt nunmehr:

$$(1 + 4\pi k)\varrho = 0;$$

es befinden sich also im Inneren des Eisens keine freien Massen, und es genügt V der Gleichung $\Delta V = 0$.

Die Flächendichte σ der auf der Oberfläche befindlichen freien Massen ist gleichbedeutend mit jener Componente von μ , welche in die Richtung der Normale zur Oberfläche fällt, ist also durch die Formel:

$$(5) \quad \sigma = -k \frac{dV}{dn}$$

gegeben, worin n die Richtung der aus dem Eisenkörper austretenden Normale bedeutet.

Das in den bisherigen Formeln gebrauchte Zeichen V bedeutet das magnetische Potential im Innern des Eisenkörpers. Bezeichnet man zum Unterschiede davon das Potential ausserhalb des Eisenkörpers mit V_1 , so geht beim Durchgange durch die Oberfläche V in continuirlicher Weise in V_1 über; für die nach der Normale genommenen Differentialquotienten von V und V_1 ist dies nicht der Fall, sondern es ist:

$$(6) \quad \frac{dV_1}{dn} - \frac{dV}{dn} = -4\pi\sigma.$$

Die von W. Thomson ausgeführte Verbindung dieser Gleichung mit der Gleichung (5) bildet den wichtigen Schritt, durch welchen die Theorie der magnetischen Induction der Faraday'schen Conception entsprechend in dieselbe analytische Form gebracht wird, welche einem grossen Gebiete von Problemen gemeinsam ist, nämlich den Problemen der stationären Wärmeleitung, Diffusion und Strömung.

Die beiden Gleichungen (5) und (6) geben nämlich die folgende:

$$(7) \quad \frac{dV_1}{dn} = (1 + 4\pi k) \frac{dV}{dn}.$$

Diese Gleichung in Verbindung mit der ebenfalls für die Oberfläche gültigen: $V = V_1$, ferner die Gleichungen

$\Delta V = 0$ und $\Delta V_1 = 0$, welche für alle Punkte, in denen keine magnetischen Massen sich befinden, erfüllt sein müssen, bilden die Bedingungen, welchen die beiden Functionen V und V_1 genügen müssen. Es sind dies dieselben Bedingungen, welchen die Temperaturen V_1 und V in zwei Medien, deren Wärmeleitungsfähigkeiten sich wie 1 zu $4\pi k + 1$ verhalten, genügen, wenn die Wärmebewegung im Zustande der Beharrung sich befindet.

Es mag noch der Fall betrachtet werden, dass der Eisenkörper mit einem Theile seiner Oberfläche oder auch mit der ganzen nicht an Luft, sondern an einen anderen stark magnetisirbaren Körper, z. B. Nickel, grenzt. Innerhalb dieses Körpers wird das Potential V_1 ebenfalls der Gleichung $\Delta V_1 = 0$ genügen, die magnetische Dichte im Inneren desselben wird ebenfalls Null sein. Die Dichte an der gemeinschaftlichen Oberfläche wird sich summiren aus derjenigen, welche dem Eisen, und jener, welche dem Nickel angehört. Letztere wird durch $k_1 (dV_1/dn)$ bestimmt sein, wenn k_1 die Magnetisirungszahl des Nickels bedeutet. Die gesammte Oberflächen-dichte wird demnach statt durch die Formel (5) durch die Formel:

$$\sigma = -k \frac{dV}{dn} + k_1 \frac{dV_1}{dn}$$

gegeben sein, und diese wird mit der Gleichung (6) anstatt der Gleichung (7) die folgende geben:

$$(1 + 4\pi k_1) \frac{dV_1}{dn} = (1 + 4\pi k) \frac{dV}{dn}.$$

Diese Gleichung zeigt noch deutlicher, als die Gleichung (7), dass dem Factor $1 + 4\pi k$ die Bedeutung eines Leitungsvermögens beigelegt werden kann. Der Umstand, dass dieser Factor = 1 ist, wenn es sich um die atmosphärische Luft als Medium handelt, kann also wie eine arbiträre Feststellung angesehen werden, nach welcher die den verschiedenen Körpern entsprechenden Werthe von $1 + 4\pi k$ auf den Werth dieser Grösse für die Luft als Einheit bezogen werden.

Die Durchführung specieller Probleme ist, mag man nun die eine oder die andere Form der Gleichungen zu Grunde

legen, mit Ausnahme weniger Aufgaben, eine sehr schwierige. Solche schwierige Probleme bilden auch die in den vorhergehenden Abschnitten experimentell behandelten Fälle. Zur Erläuterung derselben leistet jedoch die Lösung der einfacheren Aufgabe, welche sich auf das Verhalten eines unendlich langen Hohlcyinders im homogenen magnetischen Felde bezieht, wesentliche Dienste. Ich will dieselbe im Folgenden nach der Thomson'schen Methode behandeln.

Ein unendlich langer, hohler Eisencylinder, dessen Axe mit der Axe z zusammenfällt, werde in ein ursprünglich homogenes magnetisches Feld gelegt. Die Richtung des Feldes sei jene der x .

Bezeichnet man das Potential im äusseren Raume mit V , das im Eisenkörper mit V' und das im inneren Hohlraume mit V'' , so kann man den Bedingungen der Aufgabe durch folgende Formeln genügen:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = Ax + \frac{Bx}{r^2} = \left(Ar + \frac{B}{r} \right) \cos \varphi \\ V' = A'x + \frac{B'x}{r^2} = \left(A'r + \frac{B'}{r} \right) \cos \varphi \\ V'' = A''x + \frac{B''x}{r^2} = \left(A''r + \frac{B''}{r} \right) \cos \varphi. \end{array} \right.$$

Darin bedeuten A, A', A'', B, B', B'' Constante; r die Entfernung eines Punktes von der Axe des Cylinders, φ den Winkel zwischen r und x .

Von diesen sechs Constanten bestimmt A die Intensität des magnetischen Feldes in unendlicher Distanz vom Eisencylinder, ist also als gegeben zu betrachten. Ferner ist $B'' = 0$ zu setzen, wenn V'' im inneren Hohlraume endlich bleiben soll, was nothwendig der Fall ist, wenn in demselben keine magnetischen Massen sich befinden. Der innere Raum stellt dann ein homogenes magnetisches Feld von der Intensität A'' dar.

Es bleiben nur vier Constante zu bestimmen übrig. Zu dieser Bestimmung dienen die Bedingungsgleichungen, welche für die Grenzflächen des Eisenkörpers gelten. Ist a der äussere, b der innere Radius des Cylinders, sind ferner $\lambda, \lambda', \lambda''$

die Leitungsfähigkeiten des äusseren, des vom Eisen erfüllten und des inneren Raumes, so müssen folgende vier Gleichungen erfüllt werden:

$$\text{für } r = a: V = V', \quad \lambda \frac{dV}{dr} = \lambda' \frac{dV'}{dr},$$

$$\text{für } r = b: V' = V'', \quad \lambda' \frac{dV'}{dr} = \lambda'' \frac{dV''}{dr}.$$

Setzt man die angenommenen Potentialwerthe ein, so verwandeln sich diese Gleichungen in die folgenden:

$$(9) \quad \begin{cases} A + \frac{B}{a^2} = A' + \frac{B'}{a^2}, & \lambda \left(A - \frac{B}{a^2} \right) = \lambda' \left(A' - \frac{B'}{a^2} \right), \\ A' + \frac{B'}{b^2} = A'' + \frac{B''}{b^2}, & \lambda' \left(A' - \frac{B'}{b^2} \right) = \lambda'' \left(A'' - \frac{B''}{b^2} \right). \end{cases}$$

Setzt man $B'' = 0$, so findet man zunächst für A'' aus diesen Gleichungen folgenden Werth:

$$(10) \quad A'' = \frac{4\lambda\lambda'A}{(\lambda' + \lambda)(\lambda' + \lambda) - (\lambda' - \lambda)(\lambda' - \lambda'') \frac{b^2}{a^2}}.$$

Ist der Hohlraum des Cylinders, sowie der äussere Raum von Luft erfüllt, so ist $\lambda = \lambda'' = 1$ zu setzen. Für λ' lässt sich kein allgemein gültiger Werth angeben, da dasselbe für verschiedene Eisensorten nicht gleich ist, abgesehen davon, dass es keine constante Zahl, sondern von der Intensität der Magnetisirung abhängig ist. Wirken auf das Eisen Kräfte von der Ordnung der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, so kann man λ' etwa 200mal so gross annehmen, als λ .

Unter dieser Annahme erhält man z. B. für $a = 6,5$, $b = 5,5$ die Grösse $A'' = 0,0664 A$ oder $A = 15,06 A''$. Es ist also die Intensität des magnetischen Feldes in der Höhlung funfzehnmal kleiner als die Intensität des äusseren Feldes.

Die Formel (10) kann man, wenn $\lambda = \lambda''$, transformiren in:

$$(11) \quad \begin{aligned} A'' &= \frac{4\lambda\lambda'A}{4\lambda\lambda' + (\lambda' - \lambda)^2 \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right)}, & \text{oder in:} \\ \frac{A}{A''} &= 1 + \frac{(\lambda' - \lambda)^2}{4\lambda\lambda'} \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right), \end{aligned}$$

wofür man angenähert auch:

$$\frac{A}{A''} = 1 + \pi k \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

setzen kann.

Setzt man in dem Ausdrucke:

$$V = \left(A + \frac{B}{r^2}\right)x$$

V einem bestimmten Werthe gleich, so stellt derselbe die Gleichung einer äquipotentialen Curve in der Ebene der x und y dar. Zur Untersuchung des Verlaufes einer solchen Curve ist es am einfachsten, den Werth V durch die Abscisse des im Unendlichen liegenden Curventheiles auszu-drücken. Ist diese Abscisse x_0 , so ist $V = Ax_0$, also die Gleichung der Curve:

$$\left(A + \frac{B}{r^2}\right)x = Ax_0.$$

Diese Curve trifft die äussere Wand des Cylinders in einer Abscisse x_1 , welche durch:

$$\left(A + \frac{B}{a^2}\right)x_1 = Ax_0$$

bestimmt ist. Aus den Gleichungen (9) erhält man:

$$A + \frac{B}{a^2} = \left[\frac{\lambda' + \lambda''}{2\lambda'} + \frac{\lambda' - \lambda''}{2\lambda'} \frac{b^2}{a^2} \right] A''$$

und angenähert, wenn man λ'' gegen λ' vernachlässigt:

$$A + \frac{B}{a^2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) A''.$$

Es ist also $A + (B/a^2)$ etwas kleiner als A'' , sodass das Verhältniss von x_1 zu x_0 etwas grösser ist als jenes von A zu A'' . Unter der Annahme $\lambda' = 200$, $a = 6,5$, $b = 5,5$ findet man:

$$A + \frac{B}{a^2} = 0,057, \quad x_1 = 17,5 x_0.$$

Die Abscisse x_1 entspricht nur so lange einem Durchschnittpunkte der Curve mit dem äusseren Umfange des Cylinders, als ihr Werth kleiner ist als a . Aus $a = 17,5 x_0$ folgt der höchste Werth, den x_0 haben darf, damit die entsprechende Curve den Cylinder trifft; alle zu grösseren x_0 gehörigen Curven gehen um den Cylinder herum.

Der weitere Verlauf einer Curve, welche den Cylinder trifft, ist innerhalb desselben gegeben durch die Gleichung:

$$\left(A' + \frac{B'}{r^2}\right)x = Ax_0.$$

Die Curve tritt in die innere Höhlung in einem Punkte, dessen Abscisse x_2 durch die Gleichung:

$$\left(A' + \frac{B'}{b^2}\right)x_2 = A''x_2 = Ax_0$$

bestimmt ist. Die Fortsetzung der Curve in der inneren Höhlung selbst ist eine gerade Linie.

Der Ausdruck:

$$V = Ax + \frac{Bx}{r^2}$$

ist ein Integral der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = 0.$$

Er ist der reelle Theil der Function:

$$A(x + yi) + \frac{B}{y + xi}.$$

Der reelle Factor des imaginären Theiles dieser Function ist:

$$U = Ay - \frac{By}{r^2},$$

und dieser gibt das System der Kraftlinien, welche zu den äquipotentialen Curven V gehören. In gleicher Weise geben die zu V' und V'' gehörigen Werthe U' und U'' die Kraftlinien in dem vom Eisen erfüllten Raume und in der inneren Höhlung.

Ist y_0 die Ordinate einer Kraftlinie im Unendlichen, also $U = Ay_0$, so ist die Gleichung dieser Linie:

$$Ay - \frac{By}{r^2} = Ay_0.$$

Dieselbe trifft die äussere Wand des Cylinders in einem Punkte, dessen Ordinate y_1 durch:

$$\left(A - \frac{B}{a^2}\right)y_1 = Ay_0$$

bestimmt ist.

Aus den Gleichungen (9) folgt:

$$A - \frac{B}{a^2} = 2A \cdot \left[1 - \frac{\lambda(\lambda' + \lambda'') + (\lambda' - \lambda'') \frac{b^2}{a^2}}{(\lambda + \lambda)(\lambda' + \lambda'') - (\lambda' - \lambda)(\lambda' - \lambda'') \frac{b^2}{a^2}} \right].$$

Der Bruch neben der Einheit innerhalb der Klammer wird um so kleiner, je grösser λ' . Ist b nicht $= a$, so ist Null die Grenze, welche für $\lambda' = \infty$ der Werth des Bruches erreicht. Es ist dann y_1 halb so gross als y_0 . Es treten dann doppelt soviel Kraftlinien in den Cylinder, als durch einen gleichen Raum im Unendlichen gehen.

Für $\lambda' = 200$, $\lambda = \lambda'' = 1$ und $a = 6,5$, $b = 5,5$ ist:

$$A - \frac{B}{a^2} = 1,943 A.$$

Die Fortsetzung einer Kraftlinie innerhalb des Eisens ist durch die Gleichung:

$$\left(A' - \frac{B'}{r^2} \right) y = U'$$

gegeben. U' hat für dieselbe Kraftlinie innerhalb des Eisens nicht den Werth, welchen U für diese Linie ausserhalb des Eisens besitzt. Es kann aber U' durch die Ordinate y_1 bestimmt werden, mit welcher die Curve innerhalb des Eisens beginnt. Es ist:

$$\left(A' - \frac{B'}{a^2} \right) y_1 = U'.$$

oder zufolge der Gleichungen (9):

$$U' = \frac{\lambda}{\lambda'} \left(A - \frac{B}{a^2} \right) y_1$$

und mit Rücksicht auf die zwischen y_1 und y_0 bestehende Beziehung:

$$U' = \frac{\lambda}{\lambda'} A y_0.$$

Die Gleichung des im Eisen liegenden Theiles der Kraftlinie ist demnach:

$$\left(A' - \frac{B'}{b^2} \right) y = \frac{\lambda}{\lambda'} A y_0.$$

Diese Linie trifft die innere Wand des Cylinders in einem Punkte, dessen Ordinate y_2 durch:

$$\left(A' - \frac{B'}{b^2} \right) y_2 = \frac{\lambda'' A'}{\lambda'} y_2 = \frac{\lambda}{\lambda'} A y_0$$

bestimmt ist. Es ist also:

$$y_2 = \frac{\lambda A}{\lambda'' A'} y_0.$$

Wenn $\lambda = \lambda''$, so ist das Verhältniss von y_2 zu y_0 dem von A zu A'' gleich. Im Hohlraume setzt sich die Kraftlinie als zur Axe der x parallele Gerade fort. Es liegen in demselben die Kraftlinien weiter auseinander, als im Unendlichen; in demselben Maasse, in welchem A grösser ist als A'' .

Damit eine Kraftlinie in den Hohlraum eintrete, muss y_2 kleiner als b sein; $y_2 = b$ gibt die obere Grenze für die den Hohlraum durchsetzenden Linien.

Mit der Bestimmung des Verhaltens eines Eisencylinders im homogenen magnetischen Felde sind zugleich die analogen Strömungsaufgaben gelöst, z. B. die Aufgabe der Electricitätsströmung in einer unbegrenzten leitenden Ebene, in welche ein zweiter ringförmiger Leiter von anderem Leitungsvermögen eingesetzt ist.

Die Electroden sind zwei parallele, in grosser Entfernung vom Cylinder befindliche gerade Linien oder auch zwei auf den entgegengesetzten Seiten eines Durchmessers des Ringes liegende, vom Ringe unendlich weit entfernte Punkte.

Das Verhältniss von A'' zu A gibt das Verhältniss der Stromdichte innerhalb des Ringes zu jener im Unendlichen. Es ist nun zu bemerken, dass für $\lambda = \lambda''$ nach der Formel (11) das Verhältniss von A'' zu A sich nicht ändert, wenn man λ und λ' gegeneinander vertauscht. Die Strömung in dem vom Ringe eingeschlossenen Raume wird also in gleicher Weise vermindert, mag der Ring aus einem besseren oder aus einem schlechteren Leiter bestehen, als der übrige Theil der Ebene.

Vertauscht man λ und λ' gegeneinander, so hat dies zur Folge, dass die Constanten B , B' ihr Zeichen wechseln. Durch diese Constanten ist aber der Charakter der Niveaulinien des Potentials und der Kraftlinien oder im jetzigen Falle der Strömungslinien bestimmt. Die Gleichungen der beiden Liniensysteme sind von derselben Form und unterscheiden sich im wesentlichen nur dadurch, dass in beiden B und B' mit entgegengesetzten Zeichen enthalten sind. Aendern B und B' ihre Zeichen, so nehmen demnach die Niveaulinien den Charakter der Strömungslinien an und umgekehrt.

Die Formeln (8) und (9) liefern noch die Lösung einer zweiten Aufgabe. In der Axe des Eisencylinders liege ein unendlich langer Magnet von sehr kleinen Querdimensionen. Die Richtung seiner magnetischen Axe falle in die Axe der x , die Grösse dieses Momentes, auf die Längeneinheit des Magnets reducirt, sei m , dann ist das Potential desselben durch $2mx/r^2$ gegeben. Sind ausser diesem Magnet keine anderen magnetischen Massen im Raume vorhanden, dann bestehen die Bedingungen $V=0$ für $r=\infty$ und $V''=2mx/r^2$ für $r=0$. Es sind also von den sechs Constanten A, B, A', B', A'', B'' , A und B'' gegeben, und zwar $A=0$, $B''=2m$, und die Aufgabe ist damit eine vollständig bestimmte.

Drückt man mit Hülfe der Gleichungen (9) zunächst B durch B' aus, so erhält man:

$$B = \frac{4\lambda'\lambda''B''}{(\lambda'+\lambda)(\lambda'+\lambda'') - (\lambda'-\lambda)(\lambda'-\lambda'') \frac{b^2}{a^2}}.$$

Wenn $\lambda = \lambda''$, so besteht zwischen B und B'' dieselbe Beziehung wie zwischen A'' und A .

B bestimmt die Fernwirkung des angenommenen Magnetes ausserhalb des Eisencylinders. In demselben Maasse, in welchem eine äussere constante Kraft in der Höhlung des Cylinders geschwächt ist, erscheint also auch die Fernwirkung des eingeschlossenen Magnetes vermindert.

Einen Magnet von der vorausgesetzten Beschaffenheit kann man darstellen durch zwei geradlinige electrische Ströme, welche in der Ebene der y , der Axe des Cylinders parallel, in sehr kleinen Entfernungen von derselben und zwar in entgegengesetzten Richtungen fliessen. Man kann aber nach derselben Formel auch den Einfluss des Eisencylinders auf die Fernwirkung jedes der einzelnen Ströme für sich berechnen.

Geht der Strom durch einen Punkt der y -Axe, in der Entfernung β vom Mittelpunkte, ist die Intensität des Stromes J , so ist sein electromagnetisches Potential:

$$U = 2J \operatorname{arc} \frac{y - \beta}{x};$$

für kleine Werthe von β kann man den Näherungswerth:

$$U = 2J \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} - \frac{2J\beta x}{r^2},$$

oder in Polarcoordinaten:

$$U = 2J\varphi - \frac{2J\beta \cos \varphi}{r}$$

setzen.

Durch die Anwesenheit des Eisencylinders wird nur der zweite Theil von U beeinflusst, und da dieser einen sehr kleinen Werth besitzt, auch die Fernwirkung des Stromes nur wenig verändert.

Man kann die Reihenentwicklung von U auch bis zu höheren Potenzen von β vornehmen. Auch die folgenden Glieder der Reihe sind Integrale der Differentialgleichung für das Potential. Durch Multiplication mit den entsprechenden Potenzen von r erhält man eine zweite Reihe von particulären Integralen, mit deren Hülfe man den Grenzbedingungen genügen kann.

IV. Inductionsversuche.

Die Veränderungen, welche ein magnetisches Feld durch einen Eisenkörper, speciell durch einen Eisencylinder erfährt, können auch durch Inductionsversuche nachgewiesen werden. Führt man z. B. eine Drahtrolle, deren Axe parallel dem magnetischen Meridian ist, aus grösserer Distanz in das Innere eines vertical gestellten Eisencylinders, sodass die Axe der Rolle immer dieselbe Richtung beibehält, so erhält man in der Rolle einen Inductionsstrom. Er hat dieselbe Richtung wie der Strom, den man erhält, wenn man im freien Raume die Axe der Rolle aus dem Meridian um einen rechten Winkel dreht. Es entspricht also beiden Fällen eine Potentialänderung in gleichem Sinne. Der durch Drehung der Rolle erzielte Strom ist stärker, bei Anwendung des 10 cm hohen Eisencylinders z. B. im Verhältniss von 10 zu 9.

Zieht man die Drahtrolle aus dem Cylinder heraus, so erhält man einen Strom von entgegengesetzter Richtung.

Der Versuch kann auch so angeordnet werden, dass man die Rolle in ihrer Stellung belässt und den Eisencylin-

der über dieselbe schiebt und dann von derselben wieder abhebt.

Die schwachen Ströme, welche die Horizontalcomponente in kleinen Drahtrollen inducirt, können natürlich nur mit einem sehr empfindlichen Galvanometer nachgewiesen werden. Zur Demonstration solcher Ströme wird man besser ein intensiveres magnetisches Feld verwenden. Der Electromagnet von Ruhmkorff liefert z. B. ein solches. Dasselbe ist bekanntlich auch in einer beträchtlichen Ausdehnung nahe homogen, wenn man die Pole in grosse Eisenplatten endigen lässt.

Die Schirmwirkung eines Eisencylinders kann man nun in sehr einfacher und auffallender Weise zeigen. Bringt man die Rolle aus grösserer Entfernung in das electromagnetische Feld, so erhält man einen Inductionsstrom von einer bestimmten Richtung und Intensität. Schiebt man von oben über die Rolle einen Eisencylinder, so erhält man einen Strom von entgegengesetzter Richtung und nahezu derselben Intensität, gerade so, als hätte man die Rolle aus dem Felde herausgehoben oder den magnetisirenden Strom unterbrochen.

Bei diesem Versuche werden die Kraftlinien, welche durch die Inductionsspirale parallel zur Axe derselben gehen, veranlasst, aus dem von den Windungen umspannten Raume in den Eisencylinder zu treten, wobei sie die auf den entgegengesetzten Seiten liegenden Theile der Windungen auch in entgegengesetzten Richtungen durchschneiden. Man kann einen analogen Versuch auch mit Windungen ausführen, deren Ebenen parallel zur Richtung des Feldes gestellt sind. Schiebt man durch dieselben eine Eisenplatte, so gehen die Kraftlinien in symmetrischer Weise in die Platte hinein und aus der Platte heraus. Bedeckt man die Platte auf der einen Seite mit einem gebogenen Eisenstück, so erhält man einen Strom von der einen oder der anderen Richtung, je nachdem die Windungen dem einen oder dem anderen Rande der Platte näher liegen, indem die Kraftlinien theils nach der einen, theils nach der anderen Seite hin in den gebogenen eisernen Deckel treten.

Die Schirmwirkung eines Eisencylinders lässt sich noch durch eine andere Art von Inductionsversuchen darlegen mit einem Drahte, welcher in einigen Windungen um die Wand des Cylinders herumgeführt ist, sodass von jeder Windung ein Theil in der inneren Höhlung, der andere aber ausserhalb des Cylinders liegt. Bewegt man diese Windungen längs der Peripherie des ruhenden Eisencylinders, so erhält man einen Inductionsstrom, dessen Richtung und Intensität von der anfänglichen Stellung und von der Endlage der Windungen abhängig ist. Bei einer Bewegung aus der äquatorialen in die axiale Lage geht der ausserhalb des Cylinders liegende Theil jeder Windung durch ein Feld, in welchem die Kraftlinien condensirt sind; der andere Theil der Windung aber geht durch ein Feld von sehr geringer Intensität. Da die eine Hälfte der Windungen mehr Kraftlinien schneidet, als die andere, so entsteht in denselben ein Strom, dessen Intensität durch die Differenz der geschnittenen Kraftlinien bestimmt ist.

Man erhält denselben Strom, wenn man mit den Windungen zugleich den Eisencylinder bewegt, sodass er sich um seine Axe dreht. Dies ist der Fall der Gramme'schen Maschine. Durch die Drehung des Eisencylinders um seine Axe wird die Vertheilung der Kraftlinien im Felde nicht geändert, insoweit wenigstens, als von den Störungen, welche der remanente Magnetismus des Eisens verursacht, abgesehen wird. Es zeigt dies auch ein directer Versuch. Hält man nämlich die Drahtwindungen fest und dreht den Eisenring allein, so erhält man keinen Strom oder nur einen sehr schwachen, die Veränderungen des remanenten Magnetismus begleitenden Strom.

Man erhält jedoch andere Resultate, wenn die ausgeführten Bewegungen nicht drehende um die Axe des Cylinders, sondern drehende um eine andere Axe, oder progressive sind. Damit die Windungen progressiv bewegt werden können, müssen sie natürlich eine grössere Weite erhalten. Führt man eine solche Bewegung der Windungen aus bei ruhendem Ringe, so erhält man einen Strom. Hält man die Windungen fest und gibt dem Ringe dieselbe progressive Be-

wegung, wie vorhin den Windungen, so erhält man einen Strom von derselben Intensität, aber von entgegengesetzter Richtung. Bewegt man in derselben Weise die Windungen und den Ring zusammen, so erhält man keinen Strom, obgleich in letzterem Falle die innerhalb des Ringes liegenden Theile der Windungen während der Bewegung in einem viel schwächeren magnetischen Felde sich befinden, als die Theile ausserhalb des Ringes.

Um diese Thatsache unter ganz bestimmten Bedingungen zu constatiren, habe ich noch folgenden Versuch ausgeführt.

Zwei Klemmen wurden an den Ecken einer Tischplatte befestigt und mit einem Galvanometer verbunden. In die Klemmen wurden zwei steife bogenförmig gekrümmte Kupferdrähte eingeführt und die Enden dieser Drähte durch einen geradlinigen, längs einer Latte gespannten Kupferdraht verbunden. Die Verbindungslinie der Klemmen, sowie die Latte wurden senkrecht gegen den magnetischen Meridian gestellt, sodass die bogenförmigen Drähte in zwei verticalen, dem magnetischen Meridian parallelen Ebenen zu stehen kamen. Wurde die Latte in der Richtung des magnetischen Meridians progressiv bewegt, so inducirte die verticale Componente des Erdmagnetismus in der Drahtleitung einen Strom, dessen Grösse mit dem Galvanometer gemessen wurde.

Es wurde nun mit der Latte eine Eisenröhre verbunden, der Leitungsdraht durch diese Röhre geführt und die Latte in derselben Weise bewegt, wie vorhin. Der Inductionsstrom hatte genau dieselbe Intensität, wie in dem früheren Falle.

Aus der Gleichheit der beiden Ströme folgt weiter, dass die progressive Bewegung eines geschlossenen Leiters in einem homogenen magnetischen Felde auch dann von keinem Inductionsstrome begleitet ist, wenn ein Theil des Leiters von einer Eisenröhre umgeben ist, und dies lässt sich auch durch einen analogen Versuch, wie die beiden früheren, direct nachweisen.

Die electromotorische Kraft des Stromes, welche durch die angegebene Bewegung eines Drahtes hervorgerufen wird, kann in verschiedener Weise ausgedrückt werden.

1. Durch die Anzahl der Kraftlinien, welche der Leiter

während seiner Bewegung durchschneidet. Die Richtung der electromotorischen Kraft gibt folgende Regel: Denkt man sich in dem magnetischen Felde eine Figur, sodass die Kraftlinien in ihr von den Füßen zum Kopfe gehen, mit dem Gesichte nach der Bewegungsrichtung des Leiters gewendet, so geht die electromotorische Kraft gegen die rechte Seite der Figur. Bewegen sich die Kraftlinien, und sieht die Figur nach der Richtung dieser Bewegung, so geht die electromotorische Kraft gegen die linke Seite der Figur.

2. Durch die Aenderung des Potentials der Verticalcomponente auf die gesammte Strombahn.

3. Durch die Arbeit, welche bei der Bewegung des Drahtes geleistet werden muss gegen die electromagnetische Kraft, welche die Verticalcomponente auf den von der Einheit des Stromes durchflossenen Draht ausübt.

Alle drei Regeln führen in gleich einfacher Weise zu demselben Resultate, dass die electromotorische Kraft gleich ist der Verticalcomponente, multiplicirt mit dem Rechtecke, dessen eine Seite der verschobene Draht, dessen andere Seite die Länge der Verschiebung ist.

Für den Fall des von der Eisenröhre umgebenen Drahtes liefert jedoch nur die zweite Regel ohne weiteres das richtige Resultat.

Bei der Anwendung der ersten Regel hat man die Kraftlinien eines Magnetes, also auch die des Erdmagnetismus wie physische Linien oder Fäden zu betrachten, welche mit ihrem Ausgangs- und Endpunkte fest verbunden und unzerreissbar sind. Bewegt man eine Eisenröhre durch das magnetische Feld, so treten fortwährend Kraftlinien aus dem vorderen Theile der Röhre in den hinteren Theil derselben, wobei sie den inneren Hohlraum durchsetzen. Der Leitungsdraht wird also, wenn er sammt der Röhre bewegt wird, ebensovielen Kraftlinien schneiden, als wenn er von der Eisenröhre nicht umgeben wäre.

Was endlich die dritte der angeführten Regeln anbelangt, so könnte man nach derselben erwarten, dass der mit der Eisenröhre umgebene Draht einen relativ sehr schwachen Inductionsstrom liefern werde, nachdem die vom Erdmagne-

tismus herrührende electromagnetische Kraft im Inneren der Röhre thatsächlich viel schwächer ist, als ausserhalb derselben.

Da nun die dritte Regel gleich der zweiten aus dem Principe abgeleitet ist, dass die durch den Inductionsstrom entwickelte Wärme äquivalent ist der bei der Bewegung des Leiters aufgewendeten Arbeit, so folgt, dass die zur Verschiebung der Eisenröhre und des in ihr enthaltenen Drahtes nöthige Arbeit durch die in der Höhlung wirkende electromagnetische Kraft nicht vollständig bestimmt ist, sondern dass noch andere Kräfte dabei ins Spiel kommen. Diese Kräfte rühren von der Einwirkung des Stromes auf die durch die Erdkraft magnetisirte Röhre her. Man kann die innerhalb der Röhre wirkende geringe magnetische Kraft betrachten als die Resultante zweier Kräfte, der erdmagnetischen Kraft und derjenigen, mit welcher die durch die Erde magnetisirte Röhre in ihrer Höhlung wirkt, und welche der erdmagnetischen Kraft entgegengesetzt ist. Das Entgegenwirken dieser beiden Kräfte bedingt eben die Schwächung des magnetischen Feldes innerhalb der Röhre. Fliesst nun in der Richtung der Axe der Röhre ein Strom, so kann man auch die auf diesen wirkende Kraft in die zwei Theile zerlegen, in die ungeschwächte Erdkraft und in die entgegengesetzte Kraft der Röhre. Mit einer gleich grossen Kraft wirkt aber auch der Strom auf die Röhre zurück. Wird also der Stromleiter sammt der Röhre bewegt, so tritt die Wechselwirkung zwischen Röhre und Strom ausser Spiel, und die zu leistende Arbeit ist durch die ungeschwächte electromagnetische Erdkraft bestimmt.

Aus dieser Darlegung geht nun auch hervor, dass ein Strom, welcher durch eine Eisenröhre in der Richtung der Axe fliesst, dieser Röhre eine progressive Bewegung ertheilt, welche senkrecht zur Axe der Röhre und zur magnetisirenden Kraft der Erde gerichtet ist.

Ich habe noch einige analoge Versuche mit einem eisernen Hohlprisma ausgeführt. Von zwei rechteckigen Eisenplatten von 15 cm Länge, 10 cm Breite und 1,5 cm Dicke

wurde die eine mit zwei zu ihren Langseiten parallelen eisernen Leisten versehen, sodass sie, mit diesen auf die andere Platte gelegt, ein hohles Parallelepipèd bildete. Ueber die untere Platte kann ein schmaler, rechteckiger, mit Kupferdraht umwickelter Holzrahmen geschoben werden. Der eine Theil jeder Windung liegt also in dem Hohlraume des Prismas, der andere ausserhalb. Es ist dies eine Vorrichtung, welche dem Eisenringe mit den um seine Wand laufenden Windungen analog ist.

Legt man das Prisma mit der Breitseite horizontal, sodass die Langseite dem magnetischen Meridian parallel läuft, so kann man die Verticalcomponente des Erdmagnetismus zur Induction benutzen. Stellt man das Prisma vertical, mit der Breitseite senkrecht gegen den magnetischen Meridian, so kann die Horizontalcomponente verwendet werden. Aus dem Verhältniss der in beiden Fällen beobachteten Inductionsströme kann man auch erkennen, ob der etwa vorhandene remanente Magnetismus einen Einfluss auf die Erscheinungen hat oder nicht. Auch kann man, um diesen Punkt zu prüfen, die beiden das Prisma bildenden Platten in verschiedenen Arten übereinander legen.

Bringt man das Prisma etwa in die erste der oben angegebenen Lagen, hält es fest und verschiebt den Drahtrahmen, so zeigt das Galvanometer einen Strom an. Man erhält einen Strom von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Richtung, wenn man den Drahtrahmen festhält und den Eisenkörper in derselben Richtung, wie früher, bewegt.

Verschiebt man das Prisma zugleich mit den Drahtwindungen, so erhält man keinen Strom. Es sind dies dieselben Resultate, welche man auch mit dem Cylinder erhält, wenn man denselben nicht um seine Axe dreht, sondern progressiv verschiebt. Aus dem oben festgestellten Verhalten der Kraftlinien in jedem solchen Falle lässt sich das Ergebniss eines jeden Versuches leicht bestimmen.