Die Flächen des aufrechten Prismas m (1 1 0) zeigen eine der Fläche o (1 0 0) parallele Streifung. Fig. 11, Taf I giebt das Bild dieser Krystalle, während Fig. 12 die Projection der an denselben vorkommenden Flächen darstellt.

XI. Zur Theorie der Waage und zwei Miscellen über Schwerpunkt und die Bahn eines schiefgeworfenen Körpers; von Dr. J. Rheinauer,

Professor am Lyceum zu Freiburg i. Br.

Zur Theorie der Waage.

Obschon die Theorie der Waage in ausführlicheren Lehrbüchern der Physik und Mechanik erschöpfend dargestellt ist, so herrscht doch in gewissen und viel verbreiteten *Schulbüchern* in der Auffassung derselben eine Unklarheit, welche bei Behandlung *exacter* Disciplinen, auch in populärer Darstellung, um so weniger vorkommen sollte, je leichter sie zu vermeiden ist. Folgende viel verbreitete Darstellung dieser Theorie findet sich z. B. in dem »Grundrifs der Physik und Meteorologie« von Dr. Joh. Müller, und anderen Schulbüchern, deren Verfasser Hrn. Dr. Müller *hier* gefolgt zu seyn scheinen.

»Sey ab (Fig. 13, Taf. I) die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Waagschalen verbindet, deren Gewicht wir uns in den Punkten a und b vereinigt denken; c sey der Aufhängepunkt des Waagebalkens, also der Drehpunkt desselben, s aber der unter c liegende Schwerpunkt des Waagbalkens. Wenn in a und b gleiche Gewichte aufgelegt werden, so bleibt der Waagbalken in horizontaler Lage stehen; denn man kann sich die eine der Lasten *direct* in a , die andere *direct* in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkte c zusammen, und der gemeinschaftliche

Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Waagbalkens und der Lasten P , fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s . Dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertical unter dem Aufhängepunkte, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.«

»Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie ab von c nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach d hin; der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Waagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie ds . Da aber bei horizontaler Stellung des Waagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertical unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muß sich der ganze Waagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung wieder erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm ca heben, cb aber senken. Der Winkel, welchen der Waagbalken für den Fall des Uebergewichtes mit der Horizontalen macht, heißt Ausschlagswinkel. Er ist gleich dem Winkel scm .«

Diese Auffassung ist aber total falsch, denn sie verstößt gegen zwei Hauptgesetze der Mechanik. Einmal müßte man nach dieser Darstellung schließen, daß der gemeinsame Schwerpunkt um so näher nach d gerückt würde, je schwerer die Waage belastet ist, oder, was dasselbe ist, man müßte sagen, die Waage werde mit der Zunahme der Belastung empfindlicher (was auch wirklich von einem Nachahmer Müller's ausgesprochen wurde.)

Allein diese Folgerung widerspricht sowohl der Erfahrung als auch den Resultaten, welche eine wissenschaftliche Behandlung dieser Theorie liefert. Wir verweisen z. B. auf die schöne Darstellung der Waage von Dr. Wüllner in seinem bekannten »Lehrbuch der Experimentalphysik.«

Zweitens widerspricht die obige Darstellung einem bekannten Satze der analytischen Mechanik, welche also lautet:

»Der Schwerpunkt ist in einem gegebenen Körper ein

ganz fester Punkt, der seine Lage nicht ändert, wenn wir auch den Körper drehen.“

Der Umstand, daß am Unterstützungspunkte der Waage ein Druck ausgeübt wird, welcher dem Gewichte der Waage und ihrer Belastung gleich ist, berechtigt nicht zu dem Schlusse, daß auch *da* der Schwerpunkt seyn müsse; eben so wenig, als man sagen kann, der Schwerpunkt einer Kugel falle mit ihrem Unterstützungspunkte zusammen.

Man denke sich für einen Augenblick die Waagschalen fest mit dem Waagbalken verbunden und drehe die Waage um eine Axe, welche durch die beiden Schwerpunkte der Waagschalen geht, so liegt offenbar der Schwerpunkt des ganzen Systems in einem Punkte, welcher zwischen dem Schwerpunkte des Waagbalkens und der genannten Axe sich befindet.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich folgende *elementare* Darstellung der Theorie der Waage, wobei vorausgesetzt wird, daß die beiden Aufhängepunkte *a* und *b* und der Drehpunkt *c* in einer Geraden liegen.

Sey $ac = cb = l$ (Fig. 14, Taf. I) die Länge der Hebelarme, *g* der Schwerpunkt des Waagbalkens, so liegt der Schwerpunkt der Belastung, welche auf beiden Seiten als gleich vorausgesetzt wird, im Mittelpunkte der Geraden *rs* bei *f*, mithin der Schwerpunkt des Ganzen zwischen *f* und *g*. Werde nun auf die eine Waagschale das Uebergewicht *p* gelegt, so rückt der Schwerpunkt der Belastung von *f* etwa nach *k*, folglich der Schwerpunkt des ganzen Systems in einen Punkt zwischen *g* und *k*, etwa nach *m*; in Folge dessen muß die Waage sich drehen, bis der Schwerpunkt *m* unter den Unterstützungspunkt *c* gekommen ist, also um den Winkel $\angle fcm$, der Schwerpunkt des Waagbalkens wird nach *g*₁ gerückt. Die Bedingung für das Gleichgewicht ist nun folgende:

$$P \cdot nc + p \cdot nc = P \cdot mc + g_1 \cdot dc$$

$$P \cdot nc = Pmc$$

daher

$$p = \frac{g_1 \cdot dc}{nc}.$$

Die Waage wird also um so empfindlicher seyn, je kleiner p ist, woraus die bekannten Bedingungen für eine gute Waage sich auf sehr einfache Weise ergeben. Auch ist leicht einzusehen, daß der Schwerpunkt m des ganzen Systems um so näher nach f zu liegen kommt, je stärker die Waage belastet wird, daß also die Empfindlichkeit der Waage mit ihrer Belastung abnimmt, von der Reibung ganz abgesehen.

Miscellen.

a) Um Anfängern durch ein Experiment zu zeigen, daß im Schwerpunkt eines Körpers das ganze Gewicht desselben vereinigt gedacht werden muß, kann man sich eines Hebels ab (Taf. I, Fig. 15) von Holz bedienen, welcher gleichförmig gearbeitet ist, so daß sein Schwerpunkt möglichst nahe in den Mittelpunkt c zu liegen kommt.

Kann sich nun der Körper an irgend einem Punkt d um eine horizontale Axe bewegen, so wird ein Gewicht p , am Punkte a befestigt, dem Hebel, dessen Gewicht x im Mittel- oder Schwerpunkte vereinigt gedacht werden muß, das Gleichgewicht halten.

Die Bedingung für dasselbe ist nun nach dem Gesetze des Hebels:

$$x \cdot dc = p \cdot ad$$

$$x = \frac{p \cdot ad}{dc}$$

Die Zahl x muß nun dem Gewichte des ganzen Hebels gleich seyn, was man durch Abwägen des Hebels auf einer guten Waage nachweisen kann.

b) Daß die Bahn eines schief geworfenen Körpers, wenn man den Luftdruck unberücksichtigt läßt, eine Parabel sey, kann man einfach so beweisen:

Sey ad die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers und α der Elevationswinkel; man zerlege ad in die beiden Seitenkräfte r und p ; der geworfene Körper wird einen höchsten Punkt c erreichen und ebenso lang zum Fallen

als zum Steigen brauchen (was natürlich schon vorher bewiesen seyn muß), daher ist die Höhe $x = t^2 \cdot \frac{g}{2}$ (1); in der Zeit t wird aber der Körper den horizontalen Weg $y = t \cdot p$ zurücklegen, woraus $t = \frac{y}{p}$ (2); führt man diesen Werth von t in die Gleichung (1) ein, so erhält man;

$$x = \frac{y^2}{p^2} \cdot \frac{g}{2},$$

oder

$$y^2 = \frac{2p^2}{g} \cdot x,$$

was die Gleichung einer Parabel ist.

XII. Ueber Vergoldung des Glases zur Herstellung optischer Spiegel; von W. Wernicke.

Methoden der Glasversilberung für die Herstellung optischer Spiegel sind in den letzten zehn Jahren mehrere angegeben worden, welche in der Praxis für verschiedene Zwecke mit Erfolg benutzt werden. Auch pflegt man jetzt, nach dem Vorschlage Foucault's, um bei Sonnenbeobachtungen die Wirkung der Sonnenstrahlen abzuschwächen, die Objective der Fernröhre mit dünnen durchsichtigen Silberschichten zu belegen, ein Verfahren, welches an mehreren Sternwarten bereits eingeführt ist. Einer längeren Benutzung des Metallspiegels steht aber die Natur des Silbers entgegen, welches an der atmosphärischen Luft in Folge ihres Gehalts an fremden Gasen nach nicht sehr langer Zeit seinen Glanz verliert.

Man hat daher mehrfach versucht, das Silber für die genannten Zwecke durch Gold zu ersetzen, aber die angegebenen Methoden haben sich bei näherer Prüfung als unsicher herausgestellt. Im 140. Bande der Ann. der Chemie und Pharm. hat J. v. Liebig ein Verfahren der Glasver-