Io non oso pronunziarmi sull' interpretazione di questo fatto che mi sembra degno di esame.

c) Finisco col raccomandare l' uso del Wehnelt ad orifizio, specialmente a chi potendo disporre della corrente di città voglia ottenere i raggi del Röntgen. Esso ha certo un andamento regolare e tranquillo a differenza di quello a punta, e si riscalda lievemente. Poi può essere fatto economicamente, e la noia ed il consumo temibili non derivano che dal fendersi dei tubi, pei quali si possono usare tubi per lampade Auer, chiusi inferiormente con tappi di sughero e mastice di gomma lacca e trementina.

Ma un interruttore di tal fatta richiede di poter essere regolato, al che si riesce ottimamente tenendone nel circuito almeno tre *disposti in parallelo*, da inserire successivamente sino a portare la luce a quell' intensità che conviene. Parecchi interruttori di Wehnelt, anche in condizioni non interamente eguali, disposti in parallelo sono sensibilmente sincroni.

R. Istituto tecnico di Ancona.
Dicembre 1902.

LA VELOCITÀ DELLA LUCE NEI CRISTALLI MAGNETICI,
per SCALFARO GENNARO ¹⁾.

(Largo sunto dell'A.).

Ammettendo che le costanti di permeabilità magnetica siano uguali in tutte le direzioni, nella teoria elettromagnetica della luce, si giunge alle leggi di Fresnel. È perciò importante ricercare con misure molto precise se effettivamente nei cristalli magnetici si verificano divergenze dalle leggi di Fresnel. Il Prof. Sella (*Rend. Acc. Lincei*, 1895) che si è occupato delle leggi di propagazione della luce nei cristalli magnetici, studiando il solfato di ferro, non ebbe a constatare

1) Dai *Rend. dell'Acc. dei Lincei*, (5), 10. 1° sem., p. 109, 1901.

alcuna divergenza dalle leggi di Fresnel, e dietro suo consiglio io ripresi la ricerca.

Se in un cristallo si determinano le velocità di propagazione della luce in tutte le direzioni parallele ad un piano di data orientazione, e si conducono da un punto preso come origine i raggi vettori, rappresentanti in grandezza e direzione queste velocità, i punti estremi definiscono una curva, che è la sezione della superficie delle velocità normali col piano suddetto. Per constatare allora se esiste o no alcuna divergenza dalle leggi di Fresnel, bisogna paragonare i raggi vettori, della sezione così ottenuta, con quelli della sezione che si otterrebbe segnando, col medesimo piano, la superficie delle velocità normali risultante dalla teoria di Fresnel.

Io ho fatto le esperienze sui seguenti cristalli:

1° Seleniato di nichel ($\text{NiSeO}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$).

2° Solfato di nichel ($\text{NiSO}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$).

3° Solfato di ferro ($\text{FeSO}^4 + 7\text{H}^2\text{O}$).

4° Solfato doppio di cobalto ed ammonio ($\text{Am}^2\text{SO}^4 + \text{CoSO} + 6\text{H}^2\text{O}$).

I primi due appartengono al sistema dimetrico e gli altri due al sistema monoclinò.

Nel sistema dimetrico ho fatto le osservazioni in un piano normale all'asse ottico ed in un piano contenente l'asse ottico; nel sistema monoclinò: nel piano di simmetria cristallografica, in un altro piano di simmetria ottica, in un piano parallelo alla faccia (001).

Secondo la teoria elettromagnetica l'equazione della superficie delle velocità normali, nel caso del sistema dimetrico, in cui gli assi principali elettrici e magnetici coincidono col sistema di assi coordinati, se l'asse z coincide con l'asse principale, è:

$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

$$v^2 - \frac{m^2 + n^2}{\varepsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\varepsilon_1 \mu_1} = 0$$

in cui v è la velocità di propagazione dell'onda; m, n, p i coseni direttori della normale all'onda; $\epsilon_1 \epsilon_3, \mu_1 \mu_3$ le costanti dielettriche e magnetiche del cristallo moltiplicate per il rapporto della quantità di elettricità in misura elettromagnetica a quella in misura elettrostatica.

La sezione di questa superficie con un piano normale all'asse ottico si compone di 2 cerchi; e quella con un piano contenente l'asse ottico si compone di due ovali:

$$v^2 - \frac{m^2}{\epsilon_1 \mu_3} - \frac{p^2}{\epsilon_1 \mu_1} = 0 \quad v^2 - \frac{m^2}{\epsilon_3 \mu_1} - \frac{p^2}{\epsilon_1 \mu_1} = 0.$$

Secondo la teoria di Fresnel la sezione della superficie delle velocità normali con un piano normale all'asse ottico si compone pure di due cerchi, e con un piano contenente l'asse ottico di un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = a^2 \quad v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0.$$

Nel sistema monoclino supposto l'asse y coincidente con l'asse di simmetria, l'equazione della superficie delle velocità normali, è secondo la teoria elettromagnetica:

$$\begin{aligned} v^4 - v^2 \{ m^2 (\epsilon'_{22} \mu'_{33} + \epsilon'_{33} \mu'_{22}) + n^2 (\epsilon'_{33} \mu'_{11} + \epsilon'_{11} \mu'_{33} - 2 \epsilon'_{13} \mu'_{13}) + \\ + p^2 (\epsilon'_{11} \mu'_{22} + \epsilon'_{22} \mu'_{11}) - 2 m p (\epsilon'_{22} \mu'_{31} + \epsilon'_{31} \mu'_{22}) \} + \\ + [m^2 \epsilon'_{22} \epsilon'_{33} + n^2 (\epsilon'_{33} \epsilon'_{11} - \epsilon_{31}) + p^2 \epsilon'_{11} \epsilon'_{22} - 2 m p \epsilon'_{22} \epsilon'_{31}] [m^2 \mu'_{22} \mu'_{33} + \\ + n^2 (\mu'_{33} \mu'_{11} - \mu'_{31}) + p^2 \mu'_{11} \mu'_{22} - 2 p m \mu'_{22} \mu'_{31}] = 0. \end{aligned}$$

La sezione di questa superficie col piano di simmetria si compone di due ovali:

$$\begin{aligned} v^2 - \epsilon'_{22} (m^2 \mu'_{33} + n^2 \mu'_{11} - 2 m p \mu'_{31}) = 0 \\ v^2 - \mu'_{22} (m^2 \epsilon'_{33} + n^2 \epsilon'_{11} - 2 m p \epsilon'_{31}) = 0. \end{aligned}$$

Secondo la teoria di Fresnel la sezione si compone di un cerchio ed un ovale:

$$v^2 = b^2 \quad v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0.$$

Gli indici di rifrazione e conseguentemente le velocità di propagazione della luce furono determinati col refrattometro

Abbe. Illuminavo lo strumento sempre con luce riflessa, anzichè con quella rifratta, perchè così otteneva maggior precisione nelle osservazioni; come può rilevarsi dai risultati delle numerose serie di osservazioni preliminari fatte, puntando la linea limite del quarzo, ora adoperando la luce riflessa, ora la rifratta, e delle quali ne riporto una:

Luce rifratta	Luce riflessa
3' 20"	3' 20"
3 30	3 20
3 30	3 25
3 25	3 20
3 35	3 30
3 20	3 20
3 30	3 25

Per avere delle misure precise bisogna spesso verificare se lo strumento soddisfa alle condizioni seguenti:

I. La superficie piana della mezza sfera deve essere perpendicolare all'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale, ciò che può ottenersi mediante le viti di correzione. Osservando col cannocchiale, munito della lente piano-convessa, l'immagine d'un oggetto, lontano 200 m. circa, riflesso dalla superficie piana superiore della mezza sfera, facendo girare quest'ultima, al reticolo si aveva una piccolissima deviazione dell'immagine, deviazione che poteva originare un errore trascurabile perchè minore di 10".

II. L'asse di rotazione della mezza sfera deve coincidere col suo asse di simmetria. Osservando un segnale sullo specchietto, col cannocchiale abbassato, mediante le viti di correzione si può soddisfare benissimo alla suddetta condizione.

III. Il centro della sfera deve giacere sull'asse di rotazione del circolo graduato orizzontale. Mediante la determinazione di un indice di rifrazione noto può verificarsi se questa condizione è soddisfatta. Servendomi del confronto coll'indice di rifrazione del vetro della sfera, e con quello del quarzo corressi sufficientemente l'errore. Nel caso del solfato doppio

di ammonio e cobalto la differenza fra l'indice di rifrazione vero e quello osservato era :

$$n - n' = 0,000021.$$

Implicitamente noto che l'influenza di questo errore del resto era trascurabile per la mia ricerca, intesa non a misurare i valori assoluti degli indici, ma differenze in diverse direzioni.

IV. Lo strato liquido interposto fra la sostanza e la superficie piana della mezza sfera è quasi sempre a faccie inclinate. Le misure risultano quindi errate a causa della rifrazione in un prisma di liquido. Per determinare l'indice di rifrazione ¹⁾ si faranno allora due letture, corrispondenti a due posizioni della mezza sfera a distanza fra loro di 180°, la media aritmetica delle due letture, con grande approssimazione può ritenersi il vero angolo limite della riflessione totale. In tutte le misure l'errore dovuto a questa causa era minore di 0,000001.

V. Vediamo l'influenza che un errore d'osservazione esercita sulla determinazione di n . Poichè

$$n = N \sin \phi$$

$$\delta n = n \left\{ \frac{\delta N}{N} + \frac{\delta \phi}{\tan \phi} \right\}$$

l'influenza di δN può essere trascurata essendo N calcolato esattamente fino alla 5^a decimale. Mediante la lettura sulla vite micrometrica ϕ è misurato fino ai 10". Allora per $\delta \phi = 10''$ nel caso del solfato doppio di ammonio e cobalto si ha :

$$n = 1,50259$$

$$\phi = 52^\circ 38' 30''$$

$$\delta n = 0,000057$$

Dunque si ottiene un errore della 5^a decimale di 5 o 6 unità. Da ciò segue che tutti gli errori causati dalla non per-

1) C. Viola. Zeitsch für krys. 1898, 30, p. 437.

fetta correzione dell'apparecchio sono molto più piccoli degli errori di osservazione.

Esaminiamo ora le osservazioni fatte. Nel sistema dimetrico la 1^a serie di osservazioni fatta nel piano normale all'asse ottico, fornisce due cerchi concentrici. Per brevità non riporto i risultati. Prendiamo in considerazione la 2^a serie, cioè quella fatta in un piano contenente l'asse ottico. Nel caso del NiSeO^4 le letture furono fatte di 15° in 15° sul cerchio orizzontale, e dopo esaurito il giro di 360° , furono ben determinate le posizioni dei massimi e minimi, cioè la posizione e grandezza degli assi della curva di sezione. Per la determinazione degli angoli limiti fu adoperato il metodo differenziale, adoperando come termine di paragone l'indice ω del quarzo. I raggi vettori della sezione furono calcolati in base alla teoria di Fresnel, cioè per mezzo della formola:

$$v = \sqrt{m^2 c^2 + p^2 a^2}$$

dove per a e c furono assunti i valori delle velocità principali risultanti dalla esperienza. Nella tabella seguente sono disposti i risultati ottenuti. Da essa risulta che messi a confronto i raggi vettori calcolati con quelli risultanti dalle esperienze, si trova la coincidenza in generale fino alla 4^a decimale.

$\text{NiSeO}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$ — Sezione contenente l'asse ottico.

CERCHIO ORIZZONT.	CURVA ESTERNA			CURVA INTERNA
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenza	Raggi vettori osservati
0	0,659938	0,659817	—0,000121	0,650107
15	0,657280	0,657207	—0,000073	0,650097
45	0,651715	0,651680	—0,000035	0,650120
60	0,650205	0,650270	+0,000065	0,650107
66,30	0,650120	0,650120	0,000000	0,650130
90	0,651833	0,651955	+0,000122	0,650120
120	0,657556	0,657596	+0,000040	0,650130
135	0,660022	0,660115	+0,000093	0,650120
150	0,661604	0,661507	—0,000097	0,650126
156,30	0,661653	0,661653	0,000000	0,650126
165	0,661400	0,661403	+0,000003	0,650107

$\text{NiSO}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$ — Sezione contenente l'asse ottico.

CERCHIO ORIZZONT.	CURVA ESTERNA			CURVA INTERNA
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenze	Raggi vettori osservati
0	0,665700	0,665724	+0,000024	0,622237
15	0,663462	0,663494	+0,000032	0,622269
30	0,662306	0,662340	+0,000034	0,622283
35	0,662260	0,662260	0,000000	0,622270
45	0,662625	0,662581	—0,000044	0,622247
60	0,664102	0,664142	+0,000040	0,622240
75	0,666658	0,666606	—0,000052	0,622268
90	0,669382	0,669302	—0,000080	0,622247
105	0,671482	0,671515	+0,000033	0,622238
120	0,672659	0,672652	—0,000007	0,622293
125	0,672732	0,672732	0,000000	0,622309
135	0,672393	0,672420	+0,000027	0,622293
165	0,668467	0,668425	—0,000042	0,622222

Ora se nel caso dei cristalli dimetrici in una sezione contenente l'asse ottico, indichiamo con E_1 , Ω_1 i valori degli indici di rifrazione secondo l'asse ottico, e con E_2 , Ω_2 quelli corrispondenti al vettore normale all'asse ottico, si avrà evidentemente, indicando con v la velocità della luce nei cristalli, V quella nel vuoto, e con m , n , p i coseni direttori del vettore :

$$\begin{aligned} \text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \quad v_1 &= \frac{V}{E_1} \quad v_2 = \frac{V}{\Omega_1} \\ \text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \quad v_1 &= \frac{V}{E_2} \quad v_2 = \frac{V}{\Omega_2} . \end{aligned}$$

Dalla teoria elettromagnetica si deduce invece :

$$\begin{aligned} \text{per } m=0 \quad n=0 \quad p=1 \quad v_1^2 &= \frac{1}{\mu' \epsilon'} \quad v_2^2 = \frac{1}{\mu'' \epsilon'} \\ \text{per } m=1 \quad n=0 \quad p=0 \quad v_1^2 &= \frac{1}{\mu' \epsilon''} \quad v_2^2 = \frac{1}{\mu'' \epsilon'} \end{aligned}$$

per cui :

$$\frac{V^2}{\Omega_1^2} = \frac{1}{\epsilon' \mu'} \quad \text{e} \quad \frac{V^2}{\Omega_2^2} = \frac{1}{\epsilon' \mu''}$$

e quindi :

$$\frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} = \frac{\mu''}{\mu'}.$$

Ammettendo una differenza di 5 unità nella 5^a decimale fra i valori di Ω_1 e Ω_2 si trova per il seleniato di nichel e per il solfato di nichel :

$$\frac{\mu''}{\mu'} - 1 < 0,000006.$$

Passiamo al caso dei cristalli monoclini. Una prima serie di esperienze fu eseguita nel piano di simmetria cristallografica del solfato doppio di ammonio e cobalto. In questo piano cadono gli assi ottici. Le misure furono eseguite di 10° in 10°, ed in vicinanza degli assi ottici di 5° in 5°. Le curve ottenute rappresentano il cerchio :

$$v^2 = b^2$$

e l'ovale :

$$v^2 - m^2 c^2 - p^2 a^2 = 0.$$

La coincidenza dei raggi vettori osservati con quelli calcolati si verifica anche qui in generale fino alla quarta decimale compresa.

Piano di simmetria cristallografica.

CERCHIO ORIZZONT.	O V A L E			CERCHIO
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenza	Letture fatte sulla vite micrometrica
0	0,665710	0,665783	+0,000073	9' 30"
13	0,665515	0,665515	0,000000	9 30
15	0,665465	0,665522	+0,000057	9 35
30	0,665946	0,665968	+0,000022	9 35
45	0,666980	0,667005	+0,000025	9 30
50	0,667359	0,667439	+0,000080	
55	0,667970	0,667892	-0,000078	
60	0,668408	0,668354	-0,000054	9 20
65	0,668734	0,668810	+0,000076	
70	0,669160	0,669245	+0,000085	9 25
90	0,670394	0,670546	+0,000152	9 20
103	0,670814	0,670814	0,000000	9 20
105	0,670843	0,670807	-0,000036	
115	0,670613	0,670585	-0,000028	9 30
120	0,670280	0,670362	+0,000082	9 30
130	0,669701	0,669725	+0,000024	
135	0,669310	0,669330	+0,000020	9 30
140	0,668858	0,668900	+0,000042	
145	0,668337	0,668447	+0,000110	9 20
150	0,667885	0,667985	+0,000100	
155	0,667445	0,667528	+0,000083	9 35
160	0,667027	0,667091	+0,000064	
165	0,666614	0,666633	+0,000019	9 35
170	0,666220	0,666327	+0,000107	

Una seconda serie di osservazioni fu eseguita in un secondo piano di simmetria ottica, ottenendosi come curve di sezioni il cerchio :

$$v^2 = a^2$$

e l'ovale :

$$v^2 - n^2 c^2 - p^2 b^2 = 0.$$

$\text{Am}_2\text{SO}^4 + \text{CoSO}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$. — *Piano di simmetria ottica.*

CERCHIO ORIZZONT.	O V A L E			CERCHIO
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenza	Raggi osservati
0	0,666694	0,666625	—0,000061	0,670806
15	0,665897	0,665941	+0,000044	0,670811
30	0,665522	0,665560	+0,000038	0,670820
37	0,665515	0,665515	0,000000	0,670800
45	0,665523	0,665574	+0,000051	0,670801
60	0,665799	0,665978	+0,000179	0,670798
75	0,666614	0,666634	+0,000020	0,670801
90	0,667372	0,667450	+0,000078	0,670796
105	0,668045	0,668014	—0,000031	0,670816
120	0,668520	0,678500	—0,000020	0,670801
127	0,668545	0,668545	0,000000	0,670820
135	0,668489	0,668486	—0,000003	0,670820
150	0,668056	0,668083	+0,000027	0,670801
165	0,667354	0,667397	+0,000043	0,670811

Infine la terza serie di esperienze fu eseguita in un piano parallelo alla faccia (001) che è normale al piano contenente gli assi ottici. Per i calcoli mi son servito della orientazione data da Murmann ¹⁾ che anch' io ho verificata. I raggi vettori furono calcolati per mezzo della formola :

$$v^4 - v^2 \{ m^2 (b^2 + c^2) + n^2 (c^2 + a^2) + p^2 (a^2 + b^2) \} + \\ + m^2 b^2 c^2 + n^2 c^2 a^2 + p^2 a^2 b^2 = 0$$

che deducesi dall' equazione della superficie delle velocità normali.

1) Murmann. Seitzber., Wign, Ak. 1859.

$\text{Am}_2\text{SO}_4 + \text{CoSO}_4 + 6\text{H}_2\text{O}.$
Superficie parallela alla faccia (001).

CERCHIO ORIZZONT.	CURVA INTERNA			CURVA ESTERNA		
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenza	Raggi vett. osservati	Raggi vett. calcolati	Differenza
0	0,667422	0,667370	—0,000052	0,670682	0,670707	+0,000025
30	0,666030	0,665948	—0,000082	0,670822	0,670779	—0,000043
52	0,665515	0,665515	0,000000	0,670815	0,670815	0,000000
60	0,665658	0,665574	—0,000074	0,670814	0,670809	—0,000005
90	0,666601	0,666642	+0,000041	0,670788	0,670764	—0,000024
120	0,668095	0,668109	+0,000014	0,670636	0,670659	+0,000023
142	0,668545	0,668566	+0,000021	0,670586	0,670608	+0,000022
150	0,668495	0,668391	—0,000104	0,670687	0,670724	+0,000037

Infine resta la serie di osservazioni fatta sul solfato di ferro. Con questo cristallo era estremamente difficile avere una buona superficie riflettente e la percezione delle curve limiti riusciva assai penosa. Nella serie che segue gli errori d'osservazione influiscono qualche volta anche sulla 4^a decimale.

$\text{FeSO}^4 + 7\text{H}^2\text{O}.$

Faccia parallela al piano di simmetria cristallografica.

CERCHIO ORIZZONT.	O V A L E			CERCHIO
	Raggi vettori osservati	Raggi vettori calcolati	Differenze	Raggi osservati
0	0,674881	0,674900	+0,000019	0,677158
10	0,675834	0,675958	+0,000124	0,676934
20	0,677119	0,677081	—0,000038	0,677197
30	0,678246	0,678133	—0,000113	0,676929
40	0,678990	0,678989	—0,000001	0,676926
50	0,679432	0,679547	+0,000115	0,677120
60	0,679740	0,679740	0,000000	0,677190
70	0,679500	0,679547	+0,000047	0,677101
80	0,678902	0,678989	+0,000087	0,677197
100	0,677193	0,677081	—0,000112	0,677000
120	0,674975	0,674907	—0,000068	0,677209
130	0,674157	0,674045	+0,000112	0,677060
140	0,673267	0,673483	+0,000216	0,676979
150	0,673287	0,673287	0,000000	0,677001
180	0,674796	0,674900	+0,000104	0,677000

Nel caso dei cristalli monoclini, ammettendo una differenza di 5 unità nella 5ª cifra decimale dei raggi vettori, si trova per il solfato di ferro e per il solfato doppio di ammonio e cobalto

$$\frac{\mu_{22}}{\mu_{11}} - 1 < 0,000065 .$$

Dai risultati ottenuti in tutte le serie di esperienze eseguite in cristalli magnetici, risulta che la velocità di propagazione della luce segue le leggi di Fresnel, nei limiti degli errori derivanti dalla osservazione, e questi errori abbiamo visto che influiscono sulla sola quinta decimale dei raggi vettori. Per cui si può concludere che se, per tali cristalli, si verifica una divergenza dalle leggi di Fresnel, questa è piccolissima e solo con mezzi di osservazione molto più precisi può determinarsi.

LIBRI NUOVI

ACHT VORTRÄGE ÜBER PHYSIKALISCHE CHEMIE,

di J. H. VAN 'T HOFF.

(Braunschweig, F. Vieweg und Sohn, 1902).

In occasione delle feste che furono tenute in Chicago per celebrare il decennio dalla fondazione dell'Università, il Van 't Hoff espone, in otto conferenze, l'importanza che ha ormai assunto la fisico-chimica. Dopo un breve cenno storico sullo sviluppo di questa giovane scienza, il Van 't Hoff fece risaltare l'importanza che ha in questi studi il concetto di pressione osmotica, da lui stesso introdotto fino dal 1888, e con esempi opportunamente scelti dimostrò i vantaggi che tale concetto e gli altri che ne derivano, hanno apportato non solo alla chimica e agli studi teorici in genere, ma specialmente all'industria, alla tecnologia, alla fisiologia e alla geologia.