

XIII. *Nachtrag zu der Abhandlung:  
Ueber die Anwendung des Satzes vom Virial in der  
kinetischen Theorie der Gase; von H. A. Lorentz.*<sup>1)</sup>

Obgleich die Berechnung des repulsiven Virials für grössere Dichtigkeiten des betrachteten Stoffes sehr schwierig ist, lässt sich doch etwas über die Form angeben, welche das Resultat annimmt. Die Grösse  $A/m = -\sigma/(2\tau) \Sigma(U_n)^2$  kann nämlich nur von dem Volumen  $v$  des Gases, dem vierfachen Molecularvolumen  $b$ , der Molecülzahl  $N$  und dem mittleren Geschwindigkeitsquadrate  $\bar{u}^2$  abhängen, da durch diese Grössen das System elastischer Kugeln vollkommen bestimmt ist. Eine einfache Ueberlegung zeigt nun erstens, dass bei gleichbleibendem  $v$ ,  $b$  und  $N$  die Grösse  $A/m$  proportional mit  $\bar{u}^2$  variirt. Lässt man zweitens bei constantem  $\bar{u}^2$ ,  $v$ ,  $b$  und  $N$  auf das  $p$ -fache wachsen (d. h. betrachtet man von dem nämlichen Stoffe ein  $p$ -mal grösseres Volumen), so wird auch  $A/m$   $p$ -mal grösser. Drittens kann man den betrachteten Stoff  $P$  mit einem zweiten  $Q$  vergleichen, dessen Configuration in jedem Augenblicke derjenigen von  $P$  ähnlich ist, und zwar so, dass alle Dimensionen (auch die der Molecüle) in  $Q$   $q$ -mal grösser sind als in  $P$ . Dann hat in beiden Systemen  $N$  den nämlichen Werth,  $v$  und  $b$  sind in  $Q$   $q^3$ -mal grösser und  $\bar{u}^2$  ist  $q^2$ -mal grösser (soll nämlich für jeden Moment die Aehnlichkeit der Configurationen bestehen, so müssen sich die Geschwindigkeiten wie  $1:q$  verhalten). Da weiter in  $P$  und  $Q$  gleich viel Stösse eintreten, verhalten sich die Werthe von  $A/m$  wie die Werthe von  $\sigma U_n$  für zwei correspondirende Stösse, also wie  $1:q^2$ .

Aus diesen Sätzen lässt sich ableiten, dass:

$$\frac{A}{m} = N \bar{u}^2 f\left(\frac{b}{v}\right)$$

sein muss, wo mit  $f$  eine unbekannte Function bezeichnet ist. Die Beziehung zwischen  $p$ ,  $v$  und  $\bar{u}^2$  wird dann schliesslich:

$$pv = \frac{1}{3} m N \bar{u}^2 \left[ 1 - 2f\left(\frac{b}{v}\right) \right].$$

1) Lorentz, Wied. Ann. 12. p. 127. 1881.

2) Ebenda p. 130.

Zu dieser Berechnung veranlasste mich eine Besprechung mit Hrn. Kamerlingh Onnes in Delft, der durch derartige Betrachtungen über zwei ähnliche Molecülssysteme, aber ohne Einführung des Virials eine gleichbedeutende Gleichung abgeleitet hat. Er hat dieselbe dann weiter benutzt zur Erklärung der Analogien in dem Verhalten verschiedener Stoffe, welche Hr. van der Waals neuerdings hervorgehoben hat.<sup>1)</sup>

Man kann sich bei nicht zu grossen Werthen von  $b/v$  die Function  $f(b/v)$  nach den aufsteigenden Potenzen dieser Grösse entwickelt denken. Der Nutzen des Satzes vom Virial besteht nun eben darin, dass er den Werth des ersten Gliedes in der Entwicklung (nämlich  $-\frac{1}{2}b/v$ ) liefert.

Es ist mir noch nicht gelungen, das zweite Glied der Reihe zu berechnen. Man könnte versuchen, dasselbe zu bestimmen, indem man bei der Berechnung von  $\Sigma(U_n)$  an die Stosszahl die van der Waals'sche Correction anbringt. Soll indess die Theorie genau sein, so muss man für jede Art der Zusammenstösse die dazu gehörige Correction einführen, und dadurch wird die Rechnung sehr erschwert.

Leiden, 15. Januar 1881.

#### XIV. *Ueber einige merkwürdige Erscheinungen an Flammen; von W. Holtz.*

Bei gewissen Versuchen war ich gezwungen, verschiedene Flammen besonders aufmerksam zu beobachten. Hierbei gewährte ich Erscheinungen, welche, meines Wissens, bisher noch nicht öffentlich besprochen sind. Sie treten vorwiegend an Gasflammen auf, und zwar an solchen, wo Gas unvermischt der Oeffnung entströmt, wenn ich auch Andeutungen zu dieser oder jener Erscheinung in anderen Flammen beobachten konnte.

Ich besass unter anderen zwei Brenner mit feiner Oeffnung — selbige war etwa 0,8 mm weit —, welche bei ge-

1) Van der Waals, Naturk. verh. der Akad. v. Wet. te Amsterdam. 20. 1880. Beibl. 5. p. 27. 1881.