Rechnerische und experimentelle Untersuchung der Einwirkung von Wanderwellen-Schwingungen auf Transformatoren-Wicklungen.

Von

Otto Böhm.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

I. Rechnerische Untersuchung der Schwingungsvorgänge im Transformator-Eingangskreise.

- a) Resonanzerscheinungen.
- b) Dämpfungsmöglichkeiten.
- c) Einfluß der Dämpfung auf den Schutzwert von Drosselspulen gegen Sprungwellen.

II. Rechnerische Untersuchung des Eindringens von Wellen in die Wicklung.

- a) Die Wicklung als Leitung mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion.
- b) Berücksichtigung von gegenseitiger Kapazität und magnetischer Verkettung benachbarter Windungen.
- c) Zusammentreffen von äußerer und innerer Resonanz.
- d) Die Einwirkung des Eisenkerns.

III. Experimentelle Untersuchung der Schwingungserscheinungen.

- a) Versuchsanordnungen.
- b) Untersuchung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise.
- c) Untersuchung der Spannungsverteilung in der Wicklung beim Eindringen von Wellen.

Zusammenfassung.

Einleitung.

Die theoretische Untersuchung von Erscheinungen, welche beim Auftreffen von Wanderwellen auf Transformatoren- oder Maschinenwicklungen vor sich gehen, legt vielfach die Annahme zugrunde, daß sich die Wicklung wie eine Leitung mit sehr hohem Wellenwiderstand an den viel kleineren Wellenwiderstand der Zu- oder Ableitung direkt anschließt. Diese Anschauung hat zur Feststellung des Schutzwertes vor die Wicklung geschalteter Drosselspulen geführt, die unter allen Umständen die schroffe Stirn auftreffender Sprungwellen abflachen müßten. Die Praxis hat aber recht bald die unzuverlässige Schutzwirkung unüberbrückter Drosselspulen erkannt. Überdies zeigten Versuche, die im Laboratorium der Technischen Hochschule zu Darmstadt angestellt wurden, mit voller Sicherheit, daß unüberbrückte Spulen unter dem Einfluß von Schaltwellen geradezu eine Gefahr für den Transformator bilden, da sie unter Umständen eine recht beträchtliche Erhöhung der Spannung an den zu schützenden Eingangswindungen und an den Klemmen des Transformators zur Folge haben. Diese Erscheinungen lassen sich, wie die Versuche zeigen, nur als Resonanz-Überspannungen deuten und sprechen daher entschieden für das Vorhandensein einer konzentriert wirkenden Kapazität, die an den Transformatorklemmen liegend angenommen werden muß. Dabei ist es für den Resonanzvorgang selbst zunächst gleichgültig, ob diese konzentrierte Kapazität in der Kapazität der Einführungsleitungen und der ersten Transfor-

matorwindungen mit ihrem erhöhten Verschiebungsfluß zu suchen ist, oder ob die ganze Wicklung auf die Anschlußleitung wie eine konzentrierte Kapazität rückwirkt.

Die Auffassung der Wicklung als freie Leitung mit hohem Wellenwiderstande steht noch mit anderen Ergebnissen der Betriebserfahrung und des Experimentes in Widerspruch. In einer freien Leitung würden sich alle Wanderwellen ohne merkliche Verzerrung fortbewegen, der hohe Gradient am Kopfe auftreffender Sprungwellen müßte also, nur durch die Dämpfung allmählich verkleinert, die gesamte Wicklung durchheilen. Die Tatsache, daß beim Auftreffen schroffer Wellen die Eingangswindungen bei weitem am meisten gefährdet sind, könnte im Einklang mit dieser vereinfachenden Auffassung nur durch die Annahme einer abnorm hohen Dämpfung innerhalb der Wicklung erklärt werden. Diese Annahme erscheint jedoch durch nichts gerechtfertigt und steht in krassem Widerspruch mit der gleichfalls experimentell gefundenen Tatsache, daß beim Eindringen längerer Wellen stehende Schwingungen mit beträchtlicher Amplitude als Resonanzerscheinungen innerhalb der Wicklung möglich sind. Bei abnorm hoher Dämpfung müßten derartige Resonanzerscheinungen mit Sicherheit unterdrückt werden.

Die vereinfachende Auffassung der Wicklung als Leitung mit hohem Wellenwiderstand erscheint also für eine Reihe von Vorgängen nicht zulässig¹⁾. In der vorliegenden Arbeit wird versucht, auf dem Wege der Rechnung und des dauernd kontrollierenden Experimentes das wahre Verhalten der Wicklung zu ergründen. Die Versuche wurden vom Verfasser auf Veranlassung und unter gütiger Förderung von Herrn Professor W. Petersen im Hochspannungslaboratorium der Technischen Hochschule zu Darmstadt ausgeführt.

I. Rechnerische Untersuchung der Schwingungsvorgänge im Transformator-Eingangskreise.

Ia. Resonanzerscheinungen.

Schema des Eingangskreises. Die konzentrierte Kapazität, die wir nach den Versuchsergebnissen an den Transformator клемmen annehmen müssen, und die hier „Eingangskapazität“ genannt werden soll, bildet mit den vorgeschalteten Induktivitäten, die in Schutzspulen²⁾, Stromwandlern und Auslösespulen liegen können, einen Thomson'schen Schwingungskreis, den „Eingangskreis“. Versuche zeigen, daß diese Eingangskapazität im untersuchten Frequenzbereich einen konstanten Wert besitzt. Die Transformatorwicklung selbst möge zunächst in roher Annäherung als eine lange Leitung angesehen werden, die der Eingangskapazität parallel geschaltet ist. An den Transformator клемmen liegende Schutzkondensatoren können wir für diese Betrachtung als eine wesentliche Erhöhung der natürlichen Eingangskapazität auffassen, die dann ziffermäßig gegenüber der viel größeren Schutzkapazität in der Regel verschwinden wird. Das Schema des außerhalb des Transformators liegenden Schwingungskreises wird für ein einphasiges System durch Abb. 1a wiedergegeben. Hierin bezeichnet C die Eingangskapazität und L die gesamte Induktivität beider Schutzspulen. Eine in diesem

¹⁾ K. W. Wagner hat neuerdings in mehreren Arbeiten den Einfluß der Kapazität von Windung zu Windung untersucht, jedoch ohne die magnetische Verkettung der Windungen zu berücksichtigen. Bei dem von Wagner untersuchten Sonderfall des Auftreffens einer langen Rechteckwelle spielt die Verkettung allerdings keine wesentliche Rolle, wohl aber beim Auftreffen von periodischen Wellenzügen irgendeiner Form.

²⁾ Die Schutzspulen sind in den nachfolgenden Betrachtungen durchweg als konzentriert wirkende Induktivitäten aufgefaßt worden. Diese Annahme ist zunächst ganz willkürlich und gewinnt nur dadurch Berechtigung, daß die so gewonnenen Rechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen gut übereinstimmen. Als Schutzspulen wurden durchweg lange Spulen von nur 11 cm ϕ verwendet. Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß sich anders gebaute Schutzspulen wesentlich anders verhalten.

Kreise auftretende Resonanzerscheinung, die wir „äußere Resonanz“ nennen wollen, wird unmittelbar nur eine Spannungserhöhung an den Transformatorwicklungen zur Folge haben. Die Wirkungen auf die Transformatorwicklung sind nach dieser Auffassung nur sekundärer Art, da die Schwingungen im Resonanzkreise auch bei abgetrennter Transformatorwicklung, wenn auch weniger gedämpft, so doch im wesentlichen unverändert vor sich gehen müßten.

Da die Eingangskapazität in der Regel vorwiegend aus einer Reihenschaltung der Eingangserdkkapazitäten bestehen wird, können wir für ein- und dreiphasige Systeme die in Abb. 1b und c angegebenen Schemata zugrunde legen.

Handelt es sich um Schwingungen, die in einem Leiter gegen Erde auftreten, so werden sie unmittelbar nur den Erdkreis mit der Selbstinduktion $\frac{1}{2}L$ und der Eingangskapazität $2C$ betreffen, Schwingungsvorgänge zwischen zwei Leitern gehen dagegen in dem aus L und C gebildeten Kreise vor sich. Diesen Zweileiterkreis wollen wir unseren allgemeinen Ableitungen zugrunde legen. Bei Übertragung der so gefundenen Resultate auf Schwingungsvorgänge, die unmittelbar nur zwischen Leiter und Erde vor sich gehen, ist nur zu

beachten, daß im Erdkreise der Schwingungswiderstand $V\sqrt{\frac{1}{2}L} = \frac{1}{2}V\sqrt{\frac{L}{C}}$ halb so groß ist wie im Zweileiterkreise, während beide Kreise die gleiche Eigenfrequenz aufweisen. Beim einpolig geerdeten Transformator schließlich ist die eine Erdkapazität nach Abb. 1d als kurzgeschlossen zu betrachten. Der Zweileiterkreis ist dann, wenn der Drossel-spulenschutz am geerdeten Pole fehlt, mit dem Erdkreise völlig identisch.

In diesem außerhalb des Transformators liegenden Schwingungskreise werden durch jede Spannungsänderung an den freien Spulenenden Schwingungen erzeugt, deren Frequenz die Eigenschwingungszahl des Kreises ist. Treten die erregenden Spannungsänderungen periodisch auf, so steigern sich diese Schwingungen zu einer beträchtlichen Höhe, wenn die Frequenz der Impulse annähernd gleich der Eigenfrequenz des Schwingungskreises ist. Es ist dabei im wesentlichen gleich, welchen zeitlichen Verlauf die erregenden Impulse nehmen. Sie können Rechteckwellen oder Sinusschwingungen sein oder irgendeinem andern zeitlichen Gesetze folgen. In der Praxis haben wir es meist mit angenäherten Rechteckwellen oder mit Sinusschwingungen zu tun. Periodische Rechteckwellen mit zeitlich abnehmender Amplitude treffen den Schwingungskreis bei jedem betriebsmäßigen Schaltprozeß, Erd- oder Kurzschluß. Sinusschwingungen werden ihn z. B. dann erregen, wenn ein vor ihm liegender Schwingungskreis, der durch die Kapazität der Sammelschienen und die Eingangs-drosselspuln einer Freileitung gebildet werden kann, durch die Rechteckwellen der Leitung in Schwingungen gerät.

Höhe der Resonanzüberspannungen bei Erregung durch Sinusschwingungen. Für die rechnerische Betrachtung des Schwingungsvorgangs bei Erregung durch Sinusschwingungen werde die Anordnung zugrunde gelegt, die zur Ausführung der Versuche benutzt wurde und den praktisch vorliegenden Verhältnissen hinreichend genau entspricht (vgl. Abb. 23). Mit dem Eingangskreis ist ein Erregerkreis kapazitiv gekoppelt.

Abb. 1. Schema des „Eingangskreises“.

Da die gemeinsame Kapazität C' der beiden gekoppelten Kreise gegenüber der Kapazität C des Eingangskreises sehr groß gewählt wurde, können die Kreise als extrem lose gekoppelt angesehen werden. Daher ist die Annahme zulässig, daß die Schwingungen im Erregerkreise durch den gekoppelten Kreis nicht merklich beeinflusst werden, also als einfache, zeitlich gedämpfte Sinusschwingungen verlaufen. Bei der Betrachtung des Eingangskreises kann dann angenommen werden, daß eine Wechselspannung von der Form:

$$e = E'_m \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(m_1' t - \varphi) \quad 1)$$

zur Zeit des Funkenüberschlages ($t=0$) auf den Schwingungskreis geschaltet wird. Da der Strom im Erregerkreise im Augenblick des Überschlages null ist, muß als Einschaltmoment die Zeit des Spannungsmaximums angenommen werden. Diese Einschaltspannung E_m ist mit der Amplitude E'_m in Gl. 1) nicht ganz identisch.

Für den Eingangskreis gilt dann die Differentialgleichung:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E'_m \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(m_1' t - \varphi), \quad 2)$$

worin R den Ohmschen Widerstand, L die Selbstinduktion, C die Kapazität des Kreises bedeuten. Das besondere Integral dieser Gleichung gibt uns den Strom im Beharrungszustande, das allgemeine Integral den Strom der freien Schwingung. Durch Superposition erhalten wir den wahren Schwingungsvorgang. Setzt man der Versuchsanordnung entsprechend fest, daß Strom und Stromänderung im Einschaltmoment null sind, so ergibt sich für die Spannung an den Transformatorklemmen die Gleichung:

$$e_c = -E_m \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \left[\frac{m_2}{m_1} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(m_1' t + \varphi_1) - \frac{m_1}{m_2} \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(m_2' t + \varphi_2) \right] \quad . . . 3)$$

Hierin ist:

$$\begin{aligned} m_1 &= \sqrt{m_1'^2 + \alpha^2} & m_2 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \beta &= \frac{R}{2L} & m_2' &= \sqrt{m_2^2 - \beta^2} \\ \varrho &= \sqrt{4 \left[\frac{\alpha(\alpha - \beta)}{m_1^2} + \frac{\beta(\beta - \alpha)}{m_2^2} \right] + \left(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2} \right)^2} \\ \sin \varphi_1 &= \frac{m_1'}{m_1} \cdot \frac{4\alpha(\alpha - \beta) + m_2^2 - m_1^2}{m_1 \cdot m_2 \cdot \varrho} \\ \sin \varphi_2 &= \frac{m_2'}{m_2} \cdot \frac{4\beta(\alpha - \beta) + m_2^2 - m_1^2}{m_1 \cdot m_2 \cdot \varrho} \end{aligned}$$

Formel 3) gibt ein klareres Bild, wenn wir einige Vereinfachungen vornehmen. Wir setzen: $m_1' = m_1$ und $m_2' = m_2$, vernachlässigen also die kleine, durch die Dämpfung bedingte Frequenzänderung. Dann wird aus Gl. 3):

$$e_c = -E_m \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \left[\frac{m_2}{m_1} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(m_1 t + \varphi_1) - \frac{m_1}{m_2} \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(m_2 t + \varphi_2) \right] \quad . . . 4)$$

Wird im Resonanzfalle $m_1 = m_2 = m$, so werden die Winkel φ_1 und φ_2 annähernd null, und die Formel geht über in:

$$e_c = -E_m \cdot \frac{m}{2(\alpha - \beta)} \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \cdot \sin(mt) \quad 5)$$

Für $t=0$ wird jetzt e_c allerdings nicht, der Anfangsbedingung entsprechend, gleich $-E_m$, sondern gleich 0, ein Fehler, der durch die vorgenommenen Vernachlässigungen entstanden, aber für das Wesen des Vorganges belanglos ist.

Interessant ist der Fall, daß $\alpha = \beta$ wird. Dann gibt Formel 5) den unbestimmten Wert 0:0. Durch getrenntes Differenzieren von Zähler und Nenner nach β erhalten wir den Grenzwert für $\beta = \alpha = \gamma$, und es ergibt sich:

$$e_c = -\frac{1}{2} E_m \cdot m t \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(m t) \quad 6)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{m \cdot E_m}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{\alpha - \beta} \\ &= \sim \frac{m \cdot E_m}{2} \cdot t \cdot e^{-\gamma t} \\ \frac{m \cdot E_m}{2} &= 1 \end{aligned}$$

Abb. 2. Amplitudenkurve der Resonanzüberspannung an den Transformatorwicklungen bei Erregung durch schnell abklingende Sinusschwingungen.

Zeichnen wir die beiden Amplitudenkurven der Gl. 5) und 6) für $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,8$ und $\gamma = 0,7$ (Abb. 2), so zeigt sich, daß sie zeichnerisch vollkommen zusammenfallen. Die Funktionen 5) und 6) verhalten sich nämlich bei $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ wie $\sin[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)t]$ zu $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)t$. Sie sind also als gleich zu betrachten, solange $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)t$ hinreichend klein ist. Es ist daher bei nicht abnorm hohen Dämpfungsverhältnissen ohne weiteres zulässig, zur Schätzung der maximalen Überspannung mit einem mittleren Dämpfungsverhältnis $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ nach Formel 6) zu rechnen. Die Amplitudenkurve ist dann:

$$E_c = \frac{1}{2} E_m \cdot m t \cdot e^{-\gamma t} \quad 7)$$

Da diese Kurve bei $t = 1:\gamma$ ihr Maximum hat, ergibt sich als maximale Überspannung:

$$E_c = \frac{1}{2} E_m \cdot \frac{m}{\gamma} \cdot e^{-1} = 0,184 \cdot \frac{m}{\gamma} \cdot E_m \quad 8)$$

Die zu erwartende Überspannung läßt sich jetzt für verschiedene Werte von $\gamma:m$ berechnen. Kurve a) der Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der Überspannung von dem Verhältnis $E_{m1}:E_{m3}$ zweier aufeinanderfolgender gleichsinniger Amplituden der Spannungsschwingung. Die zweite Kurve der Abb. 3 gibt, um Umrechnungen zu erleichtern, den Zusammenhang zwischen Dämpfungsfaktor und Amplitudenverhältnis.

Um in unserem Falle einen Anhaltspunkt für die Höhe der an den Transformatorwicklungen zu erwartenden Überspannungen zu bekommen, müssen wir vor allem die dämpfende Wirkung der an den Kondensatorwicklungen angeschlossenen Wicklung richtig einschätzen. Wenn wir diese Wicklung hier in roher Annäherung als einen hohen Wellenwiderstand ansehen, können wir sie uns durch einen Ohmschen Widerstand ersetzt denken, der dem Kondensator parallel geschaltet ist, und dessen Widerstandswert gleich dem Wellenwiderstand W der Wicklung ist. Ein solcher Parallelwiderstand wiederum ist, wie die Aufstellung der Differentialgleichung ohne weiteres zeigt, einem Reihenwiderstand vollkommen gleichwertig, der die Größe $R = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{W}$ besitzt. Setzen wir

Abb. 3. a) Berechnete Abhängigkeit der Überspannung von der Dämpfung bei Resonanz mit Sinuswellen.
b) Zusammenhang zwischen Dämpfungsfaktor $\gamma:m$ und Amplitudenverhältnis $E_{m1}:E_{m3}$.

den übrigen Ohmschen Widerstand des Eingangskreises vorläufig gleich null, so wird der Faktor $\beta:m$, der einen Maßstab für das Abklingen der Welle gibt:

$$\frac{\beta}{m} = \frac{R}{2L} \cdot \sqrt{LC} = \frac{1}{2W} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \dots \dots \dots 9)$$

Für den mittleren Wellenwiderstand W der Wicklung können wir aus gegebenen Transformatoraten schätzungsweise einen Minimalwert berechnen. Dies möge für einen von uns untersuchten Lufttransformator geschehen, dessen Daten auf S. 416 angegeben sind. Die Gesamtkapazität der Wicklung zweier Schenkel gegeneinander setzt sich zusammen aus der Reihenschaltung der beiden Kapazitäten gegen Eisen und gegen den dritten freien Schenkel, ferner aus der direkten Kapazität der beiden Schenkel gegeneinander. Die Gesamtkapazität kann auf keinen Fall größer werden, als wenn wir uns an Stelle der Wicklungen drei homogene Zylinder denken, deren Durchmesser

Abb. 4. Äußere Abmessungen der Wicklung des Versuchstransformators.

$l = 70,0 \text{ cm}$
 $r_1 = 12,5 \text{ cm}$
 $r_2 = 25,0 \text{ cm}$
 $d = 60,0 \text{ cm}$

gleich dem Spulendurchmesser und deren Länge gleich der Wicklungslänge ist. Aus den Abmessungen der Abb. 4, in der der innenliegende Zylinder die Niederspannungswicklung vorstellt, können wir die Gesamtkapazität leicht berechnen. Ihr Maximalwert beträgt $7,5 \cdot 10^{-11}$ Farad. Die Streuung der Induktionslinien an den Zylinderenden ist hierbei nicht berücksichtigt, da sie eine so konzentrierte Kapazität darstellt, daß sie nur die Größe der Eingangskapazität, nicht aber den mittleren Wellenwiderstand der Wicklung beeinflusst. Die mittlere kilometrische Kapazität berechnet sich demnach, wenn die Wicklungslänge eines Schenkels $2,881 \text{ km}$ ist, zu maximal $2,6 \cdot 10^{-11}$ Farad/km. Der Wert $1/\sqrt{LC}$ muß gleich der Lichtgeschwindigkeit sein, wenn die Dielektrizitätskonstante der Drahtumhüllung gleich 1 gesetzt wird und das Eisen für die entsprechende Frequenz die Permeabilität 1 besitzt. In Wirklichkeit dürfte er etwas geringer sein, da das Eisen den Vorgang wahrscheinlich ein wenig beeinflusst. Wir wollen für unsere Überlegung der Sicherheit halber die Lichtgeschwindigkeit als Maximalwert annehmen. Dann ergibt sich ein Wellenwiderstand von mindestens 128000 Ohm . Nach unserer Messung beträgt, wie schon vorweg genommen wurde, der Wert der Eingangskapazität C ungefähr $0,6 \cdot 10^{-10}$ Farad. Setzen wir diese

Werte für C und W in Gl. 9) ein, so ergibt sich für $\beta:m$ der obere Grenzwert:

$$\frac{\beta}{m} \lesssim 0,5 \cdot \sqrt{L} \quad \dots \dots \dots 10)$$

Abb. 5. Berechnete Abhängigkeit der Überspannung an den Transformator клемmen von der Schutzinduktivität bei Resonanz mit Sinuswellen. $C = 0,6 \cdot 10^{-10}$ Farad
 $W = 128000 \text{ Ohm}$.

Nach dieser Gleichung wächst die Dämpfung durch Energieabgabe an die Wicklung mit der Wurzel aus dem Werte der Schutzinduktivität. Schützen wir den Transformator durch zwei Spulen von je $8 \cdot 10^{-3}$ Henry, ein schon sehr beträchtlicher Wert, so wird der Dämpfungsfaktor maximal $0,063$. Aus Kurve b der Abb. 3 sehen wir, daß dieser Wert einem Amplitudenverhältnis von etwa $0,7$ entspricht. Die Dämpfung durch den bisher vernachlässigten Ohmschen Widerstand des Eingangskreises wird hiergegen kaum in Betracht kommen. Nehmen wir noch an, daß der erregende Wellenzug ein Amplitudenverhältnis von

$0,6$ bis $0,8$ besitzt, so werden wir nach Kurve a der Abb. 3 bei dem mittleren Verhältnis von $0,65$ bis $0,75$ die $2,5$ - bis 4 fache Überspannung zu erwarten haben. In den Kurven

der Abb. 5 ist dieses Verhältnis der Überspannung zur Betriebsspannung für verschiedene Werte der einpoligen Schutzinduktivität aufgetragen, wobei die obere Kurve für ein Amplitudenverhältnis der erregenden Wechselspannung von 0,8, die untere für 0,6 gilt. Als Eingangskapazität wurde der gemessene Wert von $0,6 \cdot 10^{-10}$ Farad zugrunde gelegt¹⁾. Die Rechnung zeigt also, daß eine hinreichende Dämpfung der Resonanzerscheinungen durch Energieabgabe an die Wicklung nicht erzielt wird, abgesehen von Fällen, in denen unverhältnismäßig große Schutzinduktivitäten zur Verwendung kommen. Durch künstliche Erhöhung der Eingangskapazität wird der dämpfende Einfluß der Wicklung noch verkleinert.

Höhe der Resonanz-Überspannungen bei Erregung durch Rechteckwellen. Die Vorgänge beim Auftreffen von Rechteckwellen auf einen Thomsonschen Schwingungskreis sind von Petersen (in dieser Zeitschr. Bd. I, S. 233) äußerst anschaulich dargestellt worden. Wir nehmen an, daß ein ungedämpfter Wellenzug von der Form der Abb. 6a, wie er beim Einschalten einer Spannung über eine Leitung auftritt, den Transformator-Eingangskreis trifft. Die Rechtecke folgen einander im Abstand $4l$, wo l die Leitungslänge bzw. die Entfernung des

Einschaltpunktes vom Transformator bedeutet. Wir können uns diesen Wellenzug in seiner Wirkung auf den Schwingungskreis durch eine Anzahl unendlich langer Wanderwellen ersetzt denken, die im Abstand $2l$ aufeinander folgen und deren Superposition den Wellenzug ergibt (Abb. 6b).

Treffen diese Wanderwellen auf die Drosselspulen der Schutzanordnung, so werden sie unter Verdoppelung der Spannung reflektiert. Die Wirkung jeder einzelnen Wanderwelle ist also gleich der Wirkung einer Gleichspannung von doppelter Höhe der Wellenamplitude, die im Moment des Eintreffens der Welle auf den Schwingungskreis geschaltet wird. Jede Welle mit der Amplitude $+E$ ruft demnach eine Eigenschwingung hervor, die mit der Amplitude $+2E$ um den Grenzwert $+2E$ pendelt. Diese Eigenschwingung wird zunächst durch den Ohmschen Widerstand des Schwingungskreises und durch die Energieabgabe an die Transformatorwicklung gedämpft, deren Einfluß wir im vorigen Abschnitt zahlenmäßig abgeschätzt haben.

Eine weitere Dämpfung ist noch durch die eigentümliche Wirkung der Zuleitung gegeben, deren Wellenwiderstand die Höhe des einziehenden Stromes auf einen bestimmten Wert beschränkt. Wir können uns die Wirkung dieser Erscheinung durch die eines Reihenwiderstandes von der Größe des Wellenwiderstandes ersetzt denken, der dem Eigenwiderstand des Schwingungskreises hinzuzurechnen ist. Herrscht Resonanz zwischen den erregenden Rechteckwellen und den Eigenschwingungen unseres Kreises, so beginnt die Eigenschwingung der zweiten Welle gerade dann, wenn die erste Schwingung

Abb. 6. Einschaltwellenzug (a), in einzelne Rechteckwellen zerlegt (b).

Abb. 7. Entwicklung der Resonanz-Überspannung an den Transformator клемmen bei Auftreffen eines Einschalt-Wellenzuges.

¹⁾ Auftreffende Wellenzüge von Sinusform erzeugen natürlich durch Reflexion an den Klemmen der Schutzspulen Wechselspannungen mit verdoppelter Amplitude. Das Verhältnis der Überspannung zur ursprünglichen Wellenamplitude ist dann doppelt so groß wie in Abb. 5 angegeben.

ihre erste Halbperiode durchlaufen hat. Die Eigenschwingungen addieren sich zu einer Schwingung mit stark wachsender Amplitude, wie sie in Abb. 7 dargestellt ist.

Für die zahlenmäßige Berechnung der maximal auftretenden Überspannung beim Einschalten und beim Kurzschluß bezeichnen wir den Dämpfungsfaktor $R:2L$ der Leitung mit α , den des Schwingungskreises mit β . Der Einfachheit halber nennen wir vorläufig

$$e^{-\beta \frac{T}{2}} = p \quad \text{und} \quad e^{-\alpha \frac{T}{2}} = q.$$

p und q bedeuten also das Verhältnis zweier im Intervall $\frac{1}{2}T$ aufeinander folgender Ordinaten der Amplitudenkurven, worin T die Zeit einer vollen Schwingung, also eines zweimaligen Hin- und Rücklaufes, bedeutet.

Beim Einschalten einer z. B. positiven Spannung E stellt sich, wie aus Abb. 7 ersichtlich, ein positives Maximum der Eigenschwingung als Summe aller bisher entstandenen Eigenschwingungen dar. Wir können also für die n -te Halbperiode (n ist für positive Maxima eine ungerade Zahl) folgende geometrische Reihe aufstellen:

$$E_C = 2E \cdot \sqrt{q} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1 + p^n \\ -q + q \cdot p^{n-1} \\ +q^2 + q^2 \cdot p^{n-2} \\ -q^3 + q^3 \cdot p^{n-3} \\ \dots \dots \dots \\ +q^{n-1} + q^{n-1} \cdot p \end{array} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

Der Ausdruck vereinfacht sich beträchtlich, wenn wir — genau wie vorher bei der Behandlung der Sinusschwingungen — beide Dämpfungsverhältnisse als gleich annehmen. Setzen wir dann für den gemeinsamen Dämpfungsfaktor beider Schwingungen das arithmetische Mittel der beiden wirklichen Dämpfungsfaktoren ($\gamma = \frac{1}{2}[\alpha + \beta]$) ein, so wird sich unser Resultat von dem wirklichen nur ganz geringfügig entfernen. Wir setzen also $p = q$ und erhalten dann als Summe der aufgestellten geometrischen Reihe:

$$E_C = 2E \cdot \sqrt{q} \cdot \left[\frac{q^n + 1}{q + 1} + n \cdot q^n \right] \dots \dots \dots 2)$$

n ist hierin gleich $2t:T$ oder gleich $mt:\pi$, wo m die Vektorgeschwindigkeit bedeutet. Für q können wir in Formel 1), soweit es nicht in der n -ten Potenz vorkommt, ohne großen Fehler 1 setzen. Führen wir noch für q^n den Wert $e^{-\gamma t}$ ein, so ergibt sich:

$$E_C = E \left(1 + e^{-\gamma t} + \frac{2}{\pi} \cdot mt \cdot e^{-\gamma t} \right) \dots \dots \dots 3)$$

Die maximale Überspannung berechnet sich aus dieser Gleichung zu:

$$E_U = E \cdot \left[1 + e^{\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma}{m} - 1 \right)} \cdot \frac{2m}{\pi \cdot \gamma} \right] \dots \dots \dots 4)$$

Beim Vorgang des Kurzschlusses können wir annehmen, daß am Kurzschlußpunkte eine negative Spannung — E über die ruhende Spannung $+E$ geschaltet wird. Die Schwingungsvorgänge superponieren sich über den Anfangszustand $+E$. Wir erhalten eine um den Nullpunkt pendelnde Eigenschwingung, deren Maximalwerte in Abhängigkeit vom Dämpfungsfaktor durch die Gleichung gegeben sind:

$$E_C = E \cdot e^{\left(\frac{\pi \cdot \gamma}{2 \cdot m} - 1 \right)} \cdot \frac{2m}{\pi \cdot \gamma} \dots \dots \dots 5)$$

Die auftretenden Überspannungen sind also durchweg um E kleiner als beim Einschalten. In Abb. 8 sind die Resonanz-Überspannungen beim Einschalten und beim Kurzschluß in Abhängigkeit vom Amplitudenverhältnis aufgetragen. Die zugehörigen Werte $\gamma:m$ können aus Abb. 3 entnommen werden.

Ein Vergleich der Kurven Abb. 8 mit denen der Abb. 3 zeigt, daß die Überspannungen bei Resonanz mit Rechteckwellen beträchtlich höher sind, als die bei Erregung durch Sinuswellen. Bei mittleren Amplitudenverhältnissen von 0,65 bis 0,75 erhalten wir beim Kurzschluß die 3,5- bis 5,5fachen Überspannung gegen die 2,5- bis

Abb. 8. Berechnete Abhängigkeit der Überspannung an den Transformatorklemmen von der Dämpfung bei Resonanz mit Rechteck-Schaltwellen.

Abb. 9. Berechnete Abhängigkeit der Überspannung an den Transformatorklemmen von der Schutzinduktivität bei Resonanz mit Rechteck-Schaltwellen.

$C = 0,6 \cdot 10^{-10}$ Farad $W = 128000$ Ohm.

4fache beim Kurzschluß mit Sinuswellen-Resonanz, beim Einschalten sogar die 4,5 bis 6,5fache Spannung. Eine geringe Verkleinerung des Dämpfungsfaktors führt dann zu ungeheuren Überspannungswerten, denen keine Transformator-Isolation mehr gewachsen ist. In den Kurven der Abb. 9 ist das Verhältnis der Überspannung zur Betriebsspannung in gleicher Weise wie vorher bei Betrachtung der Resonanz mit Sinuswellen in Abhängigkeit von der Induktivität der Schutzspulen aufgetragen.

Ib. Dämpfungsmöglichkeiten.

Da die Eigenschwingungen im Transformator-Eingangskreise eine Gefahr für die Isolation des Transformators darstellen, durch die die eigentliche Sprungwellengefahr unter Umständen völlig in den Schatten gestellt wird, müssen die Schutzkombinationen derart beschaffen sein, daß alle Schwingungen unterdrückt werden. Es gibt nun eine ganze Reihe von Dämpfungsmöglichkeiten, die hier untersucht werden sollen.

Widerstand in Reihe mit der Schutzspule. Die Dämpfung durch einen im Eingangskreise liegenden Reihenwiderstand mit dem Minimalwert $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ist natürlich wegen des Energieverlustes in dem vom Betriebsstrom durchflossenen Widerstand für Leistungstransformatoren unmöglich, wird aber für Spannungswandler die einfachste und wirksamste Dämpfungsart darstellen. Bei künstlicher Erhöhung der Eingangskapazität durch parallel geschaltete Schutzkondensatoren läßt sich der Minimalwert des Reihenwiderstandes beliebig herabdrücken. In Verbindung mit hinreichend großen Schutzkapazitäten wird schon der Wellenwiderstand der Zuleitung vollkommene Dämpfung bewirken. Der Minimalwert der Schutzkapazität ergibt sich dann aus der Beziehung: $C = 4L:W^2$. Ist L die Schutzinduktivität eines Poles, W der Wellenwiderstand der angeschlossenen Leitung, so bedeutet C die erforderliche Schutzkapazität zwischen einer Transformatorklemme und Erde. Für $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Henry ergibt sich:

bei Freileitungen mit $W = 500$: $C = 0,032 \cdot 10^{-6}$ Farad

bei Kabeln mit $W = 50$: $C = 3,2 \cdot 10^{-6}$ Farad

Für Freileitungen dürfte diese Art des Schutzes durchaus möglich sein.

Überbrückung der Schutzspulen durch rein Ohmsche Widerstände. Wie eine einfache Rechnung zeigt, können die Schwingungen auch durch Parallelschalten von Ohmschen Widerständen zu den Drosselspulen vollständig gedämpft werden, ein Verfahren, das die Praxis vielfach anwendet (Campos-Schutz). Als Maximalwert des Parallelwiderstandes für vollkommene Dämpfung ergibt sich dabei der Wert:

$$R \leq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

worin C die natürliche oder durch Schutzkondensatoren verstärkte Eingangskapazität, L die gesamte Schutzinduktivität bedeutet. Bei einer Anordnung nach dem Schema der

Abb. 1a ist dann jeder Drosselspule mit der Induktivität $\frac{1}{2}L$ ein Widerstand $\frac{1}{2}R = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{L}{C}}$ parallel zu schalten. Für Schwingungen, die unmittelbar im Erdkreise vor sich gehen (vgl. die Schemata der Abb. 1 b, c, d) beträgt der richtige einer Drosselspule parallel zu schaltende

Widerstand $R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2}C}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Der gleiche Parallelwiderstand erfüllt also die Bedingung vollkommener Dämpfung bei Schwingungen zwischen 2 Leitern sowie zwischen einem Leiter und Erde. Stromwandler, Auslösespulen usw. werden in einer modernen Anlage natürlich mit ausreichend kleinen Parallelwiderständen versehen sein, so daß eine Resonanzgefahr durch ihre Einwirkung nicht zu befürchten ist.

Elektrisch völlig gleichwirkend ist eine Anordnung, bei der die Schutzspule mit mehreren in sich geschlossenen Windungen von hohem Ohmschem Widerstand magnetisch verkettet ist. Bei vollkommener Verkettung wäre der Widerstand der Kurzschlußwindungen nach der oben angegebenen Beziehung unter Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses zu bestimmen.

Abb. 10. Überbrückung einer Schutzspule durch induktiv-Ohmsche Widerstände. Schema des Schwingungskreises.

Überbrückung der Schutzspulen durch Selbstinduktionen mit hohem Ohmschen Widerstand. Es ist auch möglich, durch Selbstinduktionen mit hohem Ohmschen Widerstand, die zu den Hauptdrosselspulen parallel geschaltet werden, vollkommene Dämpfung zu erzielen. Zur rechnerischen Behandlung dieser Aufgabe werde der in Abb. 10 dargestellte Schwingungskreis betrachtet. L ist die Hauptdrosselspule, die wir als widerstandslos annehmen wollen, L' die Überbrückungsspule mit dem Widerstand R . Aus den beiden simultanen Differentialgleichungen für Haupt- und Nebenstromfluß i_1 und i_2 ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{d^4 i}{dt^4} + \frac{R}{L'} \frac{d^3 i}{dt^3} + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{L'C} \right) \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L'} \frac{1}{LC} \frac{di}{dt} = 0. \quad \dots \quad 1)$$

Die Lösung hat die Form:

$$i = A_1 \cdot e^{w_1 t} + A_2 \cdot e^{w_2 t} + A_3 \cdot e^{w_3 t} + A_4 \cdot e^{w_4 t}. \quad \dots \quad 2)$$

Die erste Wurzel der Gleichung 4. Grades für die Exponentialkoeffizienten wird null. Es bleibt die Gleichung 3. Grades:

$$w^3 + \frac{R}{L'} w^2 + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{L'C} \right) w + \frac{R}{L'} \frac{1}{LC} = 0 \quad \dots \quad 3)$$

Zur Lösung dieser Gleichung ist durch die Substitution $w = x - \frac{R}{3L'}$ der Koeffizient von w fortzuschaffen. Es ergibt sich:

$$x^3 + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{L'C} - \frac{R^2}{3L'^2} \right) x + \left[\frac{2}{27} \cdot \frac{R^3}{L'^3} + \frac{R}{3L'} \cdot \left(\frac{2}{LC} - \frac{1}{L'C} \right) \right] = 0 \quad \dots 4)$$

Nun hat eine Gleichung 3. Grades von der Form:

$$y^3 + 3p y + 2q = 0$$

stets eine reelle Wurzel. Die beiden andern werden imaginär, wenn $p^3 + q^2 > 0$, und reell, wenn $p^3 + q^2 \leq 0$. Bei zwei imaginären Wurzeln würden wir Schwingungen erhalten. Der Fall der 3 reellen Koeffizienten gibt vollkommene Dämpfung, da die Gleichung dann keine periodischen Glieder mehr enthält. Die Beziehung:

$$\left[\frac{1}{3LC} + \frac{1}{3L'C} - \frac{R^2}{9L'^2} \right]^3 + \left[\frac{1}{27} \cdot \frac{R^3}{L'^3} + \frac{R}{6L'} \cdot \left(\frac{2}{LC} - \frac{1}{L'C} \right) \right]^2 = 0 \quad \dots 5)$$

stellt also die Grenzen des Dämpfungswiderstands fest. Die Lösung dieser Gleichung wird:

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{5}{2} \cdot \frac{L'}{L} - \left(\frac{L'}{L} \right)^2} \pm \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\left(1 - 8 \frac{L'}{L} \right)^3} \quad \dots 6)$$

R wird nur dann reell, d. h. es ist nur dann vollkommene Dämpfung möglich, wenn $L' \leq \frac{1}{8} L$ ist. Die Induktivität des Überbrückungskreises darf also höchstens den 8. Teil der Schutzinduktivität betragen. Die beiden Vorzeichen der inneren Wurzel geben die obere und die untere Grenze des Dämpfungswiderstandes an. Diagramm Abb. 11 zeigt den Bereich vollkommener Dämpfung für verschiedene Verhältnisse von $L':L$. Der Grenzfall $L'=0$ gibt die einfache Überbrückung durch Ohmschen Widerstand, wobei

Dämpfung zwischen $R=0$ und $R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ vorhanden ist. Bei Hinzufügen einer vor den Widerstand

geschalteten Selbstinduktion kann der Dämpfungswiderstand nach dem Diagramm ein wenig erhöht werden.

Ist die im Zweileiterkreise befindliche Schutzinduktivität L nach Schema 1a auf 2 Pole verteilt, so ist wieder jeder Spule die Induktivität $\frac{1}{2} L'$ und der Widerstand $\frac{1}{2} R$ parallel zu schalten, zwei Werte, die auch für den Erdkreis richtig bleiben. Die gleiche Überlegung gilt für alle im folgenden besprochenen Dämpfungsanordnungen.

Teilüberbrückung von Schutzdrosselspulen durch Ohmsche Widerstände. Ähnlich verhält sich ein Transformatorenschutz, bestehend aus nur teilweise durch Ohmsche Widerstände überbrückten Drosselspulen. Auch hier ist unter gewissen Bedingungen vollkommene Dämpfung möglich. Zur rechnerischen Untersuchung werde der in Abb. 12 dargestellte Schwingungskreis betrachtet. Von den Teilspulen L_1 und L_2 der Spule L ist nur L_1 durch einen Ohmschen Widerstand R überbrückt. Außerdem nehmen wir gegenseitige Induktion der Spulen an. Den nach beiden Richtungen hin gleichen Koeffizienten der gegenseitigen Induktion bezeichnen wir mit L_{12} . Aus den beiden simultanen Differentialgleichungen für die Teilströme i_1 und i_2 ergibt sich die Gl. 1) für den Gesamtstrom i:

$$(L_1 L_2 - L_{12}^2) \cdot \frac{d^4 i}{dt^4} + R \cdot (L_1 + L_2 + 2L_{12}) \frac{d^3 i}{dt^3} + \frac{L_1}{C} \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{C} \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \dots 1)$$

Um eine recht umständliche Rechnung zu vermeiden, wollen wir nur 3 charakteristische Fälle betrachten und zwar:

Abb. 11. Überbrückung einer Schutzspule durch induktiv-Ohmsche Widerstände. Grenzen des Dämpfungswiderstandes.

Abb. 12. Teilüberbrückung einer Schutzspule durch Ohmsche Widerstände.

- I. den Fall, daß eine gegenseitige Induktion der beiden Teilspulen nicht vorhanden ist,
- II. den Fall vollkommener magnetischer Verkettung bei gleichem und entgegengesetztem Wicklungssinn der beiden Teilspulen,
- III. den Fall gleicher Induktivität der Teilspulen bei beliebiger magnetischer Verkettung.

Fall I. ($L_{12} = 0$). Die Gl. 1) geht über in:

$$\frac{d^4 i}{dt^4} + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \cdot R \cdot \frac{d^3 i}{dt^3} + \frac{1}{L_2 C} \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L_1 L_2 C} \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \dots \quad 2)$$

Der weitere Rechnungsgang ist dem für Überbrückung einer Spule durch Widerstände mit Selbstinduktion genau gleich. Als Lösung ergibt sich für den Dämpfungswiderstand eine ganz gleich gebaute Formel wie dort und zwar:

$$R = \sqrt{\frac{L_1}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{L_2}{L_1} + 1 \right)^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{5}{2} \frac{L_2}{L_1} - \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^2 \pm \frac{1}{8} \sqrt{\left(1 - 8 \frac{L_2}{L_1} \right)^3}} \quad \dots \quad 3)$$

Die beiden Vorzeichen der inneren Wurzel geben wieder die obere und untere Grenze des Dämpfungswiderstands. Das Diagramm Abb. 13 zeigt den Bereich vollkommener Dämpfung für verschiedene Verhältnisse von $L_2 : L_1$.

Abb. 13. Teilüberbrückung einer Schutzspule durch Ohmsche Widerstände ohne magnetische Verkettung der Teilspulen. Grenzen des Dämpfungswiderstandes.

Der Grenzfall $L_2 = 0$ stellt wieder die einfache Überbrückung durch einen Ohmschen Widerstand dar. Die obere Grenze des Widerstandes bleibt für alle Verhältnisse der Induktivitäten nahezu konstant $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{L_1}{C}}$.

Bei Bestimmung des minimal zulässigen Überbrückungswiderstandes braucht also die in Serie geschaltete unüberbrückte Spule praktisch nicht berücksichtigt zu werden. Zu beachten ist nur die Bedingung, daß die

Selbstinduktion der hinzugefügten unüberbrückten Spule höchstens $\frac{1}{8}$ von der der überbrückten Spule betragen darf.

Fall II. ($L_{12} = \pm \sqrt{L_1 L_2}$). Gl. 1) geht für diesen Fall über in:

$$\frac{d^3 i}{dt^3} + \frac{L_1}{C \cdot (\sqrt{L_1} \pm \sqrt{L_2})^2} \cdot R \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C \cdot (\sqrt{L_1} \pm \sqrt{L_2})^2} \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \dots \quad 4)$$

Die erste Wurzel der Gleichung für die Exponentialkoeffizienten ist null. Die beiden anderen Wurzeln werden dann:

$$w = - \frac{L_1}{2RC \cdot (\sqrt{L_1} \pm \sqrt{L_2})^2} \pm \sqrt{\frac{L_1^2}{4R^2 C^2 \cdot (\sqrt{L_1} \pm \sqrt{L_2})^4} - \frac{1}{C \cdot (\sqrt{L_1} \pm \sqrt{L_2})^2}} \quad \dots \quad 5)$$

Vollkommene Dämpfung tritt ein, wenn die Wurzel reell bleibt. Dies ist der Fall, wenn:

$$R \geq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{C}} \cdot \frac{1}{1 \pm \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}} \quad \dots \quad 6)$$

Hierin gilt das positive Zeichen im Nenner für gleichsinnige, das negative für ungleichsinnige Spulen.

Wir betrachten zunächst den Fall der gleichsinnigen Spulen. Die untere Grenze des Widerstands ist null. Es ist also vollkommene Dämpfung vorhanden, wenn die eine der beiden Spulen kurz geschlossen wird; auf das Größenverhältnis der beiden

Spulen kommt es hierbei nicht an. Es scheint sich also für diesen Fall das Resultat zu ergeben, daß es für vollkommene Dämpfung genügt, wenn auch nur eine einzige Windung, die mit den übrigen Windungen der Spule vollkommen magnetisch verkettet ist, kurz geschlossen wird. Dann läge aber die obere Grenze des Widerstands R nach Formel 6) außerordentlich tief, so daß der Eigenwiderstand der Windung in der Regel schon über der oberen Grenze liegen wird. Vollkommene Dämpfung durch direkten Kurzschluß eines Spulenteils wird also wegen des Eigenwiderstands erst dann eintreten, wenn der überbrückte Teil im Verhältnis zur Gesamtspule hinreichend groß ist. Abb. 14a zeigt die Größe des Überbrückungswiderstands nach Formel 6) für verschiedene Werte von $L_2:L_1$. Ist $L_2 = L_1 = \frac{1}{4}L$, so wird

$$R \leq \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \dots \dots \dots 6a)$$

Für den Fall des entgegengesetzten Wicklungssinnes gilt Abb. 14b, die wieder die Größe des Überbrückungswiderstands für verschiedene Werte von $L_2:L_1$ zeigt.

Abb. 14. Teilüberbrückung einer Schutzspule durch Ohmsche Widerstände bei vollkommener magnetischer Verkettung der Teilspulen. Grenzen des Dämpfungswiderstandes:
a) bei gleichsinnigen Spulen. b) bei ungleichsinnigen Spulen.

Wird $L_2 = L_1$, so ist die obere Grenze ∞ , es ist also stets vollkommene Dämpfung vorhanden. Wir haben hier den Fall einer bifilar gewickelten Spule, bei der natürlich Schwingungen niemals auftreten können.

Fall III: ($L_1 = L_2 = L'$. Magnetische Koppelung der Spulen beliebig.) Wir bezeichnen den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion mit $L_{12} = \alpha \sqrt{L_1} \cdot L_2 = \alpha \cdot L'$, worin α jeden Zahlenwert zwischen 0 und ± 1 annehmen kann. Dann geht die Differentialgleichung 1) über in:

$$\frac{d^4 i}{dt^4} + \frac{2R \cdot (1 + \alpha)}{L' \cdot (1 - \alpha^2)} \cdot \frac{d^3 i}{dt^3} + \frac{1}{L' C \cdot (1 - \alpha^2)} \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L'^2 C \cdot (1 - \alpha^2)} = 0 \quad \dots 7)$$

Wenden wir wieder den gleichen Rechnungsgang an, wie bei der Überbrückung einer Spule durch Widerstände mit Selbstinduktion, so ergibt sich für den Dämpfungswiderstand, wenn wir die Beziehung $L = 2L' \cdot (1 + \alpha)$ berücksichtigen:

$$R = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} - \left(\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \pm \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\left(1 - 8 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)^3}} \quad \dots 8)$$

Wir erkennen aus der inneren Wurzel dieser Gleichung, daß nur für Werte von α zwischen $\frac{7}{9}$ und 1 der Ausdruck für R reell wird¹⁾. Nur für nahezu vollkommene magnetische Koppelung der beiden gleich großen Teilspulen bei gleichem Wicklungssinn ist also vollkommene Dämpfung möglich. Als maximaler Dämpfungswiderstand ergibt sich für diesen Fall in Übereinstimmung mit dem Resultat des Falles II für gleiche Teilspulen $R = 0$ bis $R = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$. Für vollkommene Koppelung bei ent-

¹⁾ Werte über 1 haben keine physikalische Bedeutung.

gegengesetztem Wicklungssinn wird zwar die Wurzel imaginär, jedoch ist die Gesamtinduktivität L null. Da die Ausdrücke unter der Wurzel die Werte unendlich annehmen, bleibt der Ausdruck unbestimmt. Eine sinngemäße Umwandlung der Gl. 7) zeigt, daß bei jedem beliebigen Wert von R vollkommene Dämpfung eintritt. Auch dieses Resultat stimmt mit dem für Fall II abgeleiteten überein. Die Untersuchung hat also gezeigt, daß bei gleichen Spulenteilen nur bei nahezu voller magnetischer Koppelung in gleichem oder bei voller Koppelung im Gegensinne vollkommene Dämpfung möglich ist.

Ic. Einfluß der Dämpfung auf den Schutzwert von Drosselspulen gegen Sprungwellen.

Schutzwert des nicht gedämpften Eingangskreises. Trifft eine Sprungwelle mit schroffer Stirn den Schutzkreis des Transformators, so bildet der zeitliche Anstieg der Spannung an der Eingangskapazität ein Kriterium für den Schutzwert der Anordnung. Denn in die Wicklung, die wir als lange Leitung angesehen haben, dringt eine Welle ein, deren örtliche Spannungsverteilung im wesentlichen mit dem Zeitgesetz der Kondensatorspannung übereinstimmt. Einen ziffernmäßigen Maßstab für den Schutzwert einer Anordnung gegen Sprungwellen wird uns also der zeitliche Maximalgradient der Kondensatorspannung geben, der für verschiedene Fälle bestimmt werden soll.

Besitzt der Transformator Schutzspulen ohne jede Überbrückung, so bewirkt jede auftreffende Sprungwelle eine Eigenschwingung des Eingangskreises. Nach dem von Petersen ausgesprochenen Gesetze können wir uns das Auftreffen der Sprungwelle ohne Änderung der Wirkung durch das Einschalten einer Gleichspannung von doppelter Höhe der Wellenamplitude E ersetzt denken. Die Kondensatorspannung wird dann mit der Amplitude $2E$ um den Grenzwert $2E$ pendeln¹⁾. Als Maximalwert der Klemmenspannung ergibt sich daher, unabhängig von der Größe der Schutzinduktivität, nach einer Viertelperiode eine Spannungsamplitude vom 4 fachen Betrage der Wanderwellenspannung, ein Wert, der allerdings der Dämpfung wegen nicht voll erreicht werden kann. Der maximale Gradient dieser Sinuskurve stellt die Größe der Gefahr für die Transformatorwicklung dar²⁾. Er ist außer vom Spannungswerte der Wanderwelle nur von der Wellenlänge der Eigenschwingung abhängig, wird also um so kleiner, je größer die Schutzinduktivitäten sind.

So liegen die Verhältnisse aber nur beim einmaligen Auftreffen einer Sprungwelle. In Wirklichkeit hat man es durchweg mit Wellenzügen zu tun, so daß mit der Möglichkeit einer Resonanzerscheinung stets gerechnet werden muß. Dann kann aber der Gradient der Eigenschwingung mit ihrer hohen Amplitude beträchtlich höher werden, als der der Wanderwellenstirn, die ja auf ihrem Wege über die Unregelmäßigkeiten der Leitung bereits eine Abflachung erfahren hat. Die Schutzanordnung erhöht somit die Gefahr für die Wicklung ganz beträchtlich.

Nach dieser Überlegung ist die Eigenschwingung des Transformator-Eingangskreises durchaus nicht als eine Nebenerscheinung, sondern als die wesentliche Wirkung von vorgeschalteten Induktivitäten aufzufassen. Daß diese Wirkung nur bisweilen eine schützende, unter Umständen aber eine gefährdende ist, macht einen solchen Schutz für die Praxis völlig ungeeignet.

¹⁾ Da die vorgeschalteten Drosselspulen in Wirklichkeit keine konzentrierten Induktivitäten sind, muß die Kondensatorspannung streng genommen einen treppenförmigen Verlauf zeigen. Je kürzer die Wicklungslänge der Spulen und je vollkommener die magnetische Verkettung der Windungen ist, um so mehr wird sich die Treppenkurve einer stetigen Kurve anschmiegen. Da die kleinen Spannungssprünge der Treppenkurve keine Gefahr bedeuten können, wird hier einfach mit der stetigen Mittelkurve gerechnet.

²⁾ Wir werden später sehen, daß dies für sehr hohe Frequenzen nicht mehr gilt.

Schutzwert des gedämpften Eingangskreises. Bei vollkommener Dämpfung der Eigenschwingung wird sich der Vorgang im Eingangskreise nicht mehr in Form einer Schwingung, sondern nach einer aperiodischen Kurve abspielen. Wenn auch vielleicht für Wellenzüge, die zu Resonanzerscheinungen gerade keinen Anlaß geben, die Schutzwirkung einer gedämpften Anordnung kleiner ist als die eines ungedämpften Kreises, so ergibt sich doch ein Schutz, der nicht mehr von den Zufälligkeiten des Betriebes abhängt, sondern unter allen Umständen ein Schutz bleibt. Diejenige Schutzanordnung mit gedämpfter Eigenschwingung wird offenbar die beste sein, die beim Auftreffen einer Sprungwelle den kleinsten Maximalgradienten liefert. Wenn wir untersuchen, wie sich der Verlauf der Exponentialkurven bei den verschiedenen oben besprochenen Dämpfungsanordnungen gestaltet, wollen wir der Einfachheit halber von der natürlichen Dämpfung des Eingangskreises absehen, die durch den Ohmschen Widerstand, das Einziehen der Wellen in die Wicklung und den Einfluß der Anschlußleitung bewirkt wird. Der wirklich auftretende Gradient muß daher in allen Fällen etwas kleiner sein als der berechnete. Relativ jedoch können die Ergebnisse als richtig betrachtet werden. Die einfachen Rechnungen selbst mögen hier übergangen werden, die Resultate jedoch seien für einige Schutzanordnungen in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Kurven des Spannungsanstieges an den Transformatorklemmen sind für die Fälle 1—6 der Tabelle in Abb. 15 dargestellt. Es zeigt sich, daß der Fall der teilüberbrückten Spule bei vollkommener Verkettung mit dem der völlig überbrückten Spule ganz identisch ist, wie groß auch immer der überbrückte Spulenteil sein mag.

Tabelle 1.

Fall	Schutzanordnung	Spannungsanstieg an den Transf.-Klemmen	Dämpfungs-faktor	Maximal-gradient
1	Schutzspule L mit Serienwiderstand R. $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	$e = 2E[1 - e^{-\alpha t}(1 + \alpha t)]$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$0,74 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
2	Schutzspule L ohne Widerstands-dämpfung. (Ohne jede Resonanzerscheinung)	$e = 2E[1 - \cos(mt)]$	0	$2,00 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
3	Schutzspule L, durch Ohmschen Widerstand R überbrückt, in Serie mit einer unüberbrückten Spule $\frac{1}{8}L$. Keine Verkettung zwischen Haupt- und Vorschaltspule. $R = \sqrt{\frac{8}{27}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ (nach Gl. 3, S. 14)	$e = 2E[1 - e^{-\alpha t}(1 + \alpha t - \alpha^2 t^2)]$	$\sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$2,61 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
4	Schutzspule L, durch Ohmschen Widerstand R mit Induktivität $\frac{1}{8}L$ überbrückt. Keine magnetische Verkettung zwischen Haupt- und Überbrückungsspule. $R = \sqrt{\frac{27}{64}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ (nach Gl. 6, S. 13)	$e = 2E[1 - e^{-\alpha t}(1 + \alpha t - \alpha^2 t^2)]$	$\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$2,77 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
5	Schutzspule L, zur Hälfte durch Ohmschen Widerstand überbrückt. Vollkommene magnetische Verkettung der beiden Spulenhälften. $R = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{L}{C}}$ (nach Gl. 6a, S. 15)	$e = 2E[1 - e^{-\alpha t}(1 - \alpha t)]$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$4,00 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
6	Schutzspule L mit rein Ohmschem Parallelwiderstand R. $R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$e = 2E[1 - e^{-\alpha t}(1 - \alpha t)]$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$4,00 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$
7	Schutzspule L ohne Widerstands-dämpfung (bei völliger Resonanz mit Einschalt-Wellenzug)	periodisch mit bis zu 6 facher Überspannung	normale natürliche Dämpfung	bis ca. $12,00 \cdot E \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Der Maximalgradient ist nach dieser Aufstellung in allen Fällen dem Werte $\sqrt{LC}$ umgekehrt proportional. Es sind also möglichst hohe Schutzinduktivitäten zu verwenden, wobei die obere Grenze durch die zulässige Änderung der Transformatorspeisung bei wechselnder Belastung gegeben ist. Genügt der Schutz durch die höchstmöglichen Induktivitäten nicht, so ist die natürliche Eingangskapazität C künstlich zu erhöhen. Hier werden bereits recht kleine Zusatzkapazitäten eine beträchtliche Verbesserung bewirken, da sich die natürliche Eingangskapazität bei allen Transformatoren in der Größenordnung von nur 10^{-10} Farad halten dürfte. Der — abgesehen von der Serien-dämpfung — rechnungsmäßig günstigste Fall der unüberbrückten Schutzspulen ist leider

Abb. 15. Spannungsanstieg an den Transformator клемmen nach Auftreffen einer langen Sprungwelle E bei ungedämpftem oder verschiedenartig gedämpftem Eingangskreis. (Vgl. Tabelle I.)

praktisch unerreichbar, da mit dem Fortfall von Resonanzerscheinungen niemals gerechnet werden kann. Scheinbar könnte der Gradient auch bei erfüllten Resonanzbedingungen (Fall 7) ohne künstliche Dämpfung nur durch eine entsprechend große Zusatzkapazität hinreichend klein gehalten werden. Die Dämpfung durch Energieabgabe an die Wicklung ist aber nach den Ausführungen auf S. 388 der Wurzel aus der Eingangskapazität umgekehrt proportional. Mit wachsender Eingangskapazität wird also sowohl die Amplitude der Resonanzüberspannung wie auch die Wellenlänge wachsen, so daß eine Beeinflussung des Gradienten gleichzeitig in günstigem und ungünstigem Sinne eintritt. Eine Erhöhung der Eingangskapazität ohne gleichzeitige künstliche Dämpfung würde also den Gradienten bei Resonanzerscheinungen unter Umständen nicht genügend herabsetzen können. Anders ist es, wenn bei sehr hoher Schutzkapazität der Wellenwiderstand der Leitung bereits zur Dämpfung ausreicht. (Vgl. S. 391.)

Es müssen also unter allen Umständen Dämpfungsanordnungen getroffen werden. Die Dämpfung durch einen Serienwiderstand (Fall 1), die den wirksamsten Sprungwellenschutz darstellt, kann des Energieverlustes wegen nur für Prüftransformatoren oder Spannungswandler verwendet werden, bei denen der Betriebsstrom sehr gering ist. Die Anordnungen 3 und 4 sind als gleichwertig zu betrachten und der reinen Widerstandsüberbrückung (Fall 5 und 6) vorzuziehen. Die praktische Ausführbarkeit muß also entscheiden, welche der Anordnungen 3 und 4 in Frage kommt. Sehr billig herzustellen dürfte die Überbrückung der Schutzspule durch Induktivitäten von hohem Ohmschen Widerstand sein, da die konstruktive Ausbildung sich äußerst einfach gestaltet. An Stelle der bisher üblichen Überbrückungsstäbe könnten lange Spulen aus dünnem Widerstandsdraht verwendet werden, die auf Stäbe aus Isoliermaterial gewickelt sind. Der Draht kann extrem dünn gewählt werden, da der Betriebsstrom durch die Hauptspule fließt. Die Achsen der Haupt- und Nebenspulen müssen dabei senkrecht zueinander liegen, damit eine magnetische Verkettung vermieden wird. Für einen Transformator, dessen Eingangskapazität etwa $0,5 \cdot 10^{-10}$ Farad beträgt, würde bei doppelpoligem Schutz durch Drosselspulen von je $5 \cdot 10^{-3}$ Henry jede Parallelspeule eine Induktivität von etwa $0,6 \cdot 10^{-3}$ Henry bei einem Widerstand von 4000 Ohm besitzen. Diese Werte lassen sich durch etwa 500 Windungen eines Widerstandsdrahtes von 130 Ohm/m verwirklichen, der auf einen Stabilitätszylinder von 2 cm ϕ gewickelt und auf eine Wicklungslänge von ca. 20 cm verteilt wird.

II. Rechnerische Untersuchung des Eindringens der Wellen in die Wicklung.

IIa. Die Wicklung als Leitung mit gleichmäßig verteilter Kapazität und Selbstinduktion.

Die Differentialgleichungen und ihre Lösung. Die Untersuchung der Spannungsverteilung im Innern einer Wicklung möge zunächst in roher Annäherung von der Annahme ausgehen, daß sich die Wicklung wie eine Leitung mit gleichmäßig verteilter Selbstinduktion und Kapazität verhält. Wir denken uns jeden Wicklungsschenkel durch eine einfache, am Endpunkt geerdete Leitung ersetzt. Dieses Bild kann allerdings nur für den Fall gelten, daß die Schwingungserscheinungen zwischen 2 Leitern vor sich gehen. Dann wird der Transformarmittelpunkt, ob geerdet oder nicht, bei vollkommen symmetrischer Anordnung stets das Erddpotential annehmen. Für Schwingungserscheinungen, die zwischen allen Leitern und Erde vor sich gehen, wäre bei ungeerdetem Transformarmittelpunkt das Ersatzbild der Wicklung eine am Ende offene Leitung. Unsere Rechnungsergebnisse werden sinngemäß auch für diesen Fall Anwendung finden können.

Es bedeute: l = Länge der Wicklung in km,
 L = Selbstinduktionskoeffizient pro km,
 C = Kapazität der Leitung gegen Erde pro km,
 R = Ohmscher Widerstand pro km,
 A = Ableitung pro km.

Mit x werde die Entfernung vom Leitungsanfang bezeichnet, e bedeute die Spannung gegen Erde im Punkte x , i den Strom an der gleichen Stelle.

Allgemein gelten für jeden elektromagnetischen Vorgang auf der Leitung die bekannten Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial x} &= R \cdot i + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad \dots \quad 1) \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= R \cdot e + C \frac{\partial e}{\partial t} \quad \dots \quad 2) \end{aligned}$$

Durch Differenzieren und Einsetzen ergibt sich hieraus die Differentialgleichung 3) für die Spannung:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} - RA \cdot e - (RC + AL) \frac{\partial e}{\partial t} - LC \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = 0 \quad \dots \quad 3)$$

Die Gleichung des Stromes ist für uns ohne Interesse und für die Rechnung auch nicht erforderlich, weil sich die Grenzbedingungen wegen des Kurzschlusses der Leitung am Ende nur auf Spannungswerte beziehen werden. Der Differentialgleichung 3) genügt der allgemeine Ansatz:

$$e = K \cdot e^{ax+bt} \quad \dots \quad 4)$$

Durch Einsetzen erhalten wir die Beziehungen zwischen den Exponentialkoeffizienten a und b :

$$a^2 - RA - (RC + AL) \cdot b - LC \cdot b^2 = 0 \quad \dots \quad 5)$$

Diese Koeffizienten werden im allgemeinen komplexe Zahlen sein und können jeden beliebigen Wert annehmen. Setzen wir:

$$a = p + jq \quad \text{und} \quad b = n + jm,$$

so müssen, wenn wir diese Werte in Gl. 5) einsetzen, die Summen der reellen und der imaginären Glieder für sich null werden. Wir erhalten dann folgende Beziehungen zwischen den Zeit- und Ortskoeffizienten:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= +\frac{m}{v} = +q & p_1 &= +(n + \beta) \cdot LC \cdot v = +p \\ q_2 &= -\frac{m}{v} = -q & p_2 &= -(n + \beta) \cdot LC \cdot v = -p \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad 6)$$

Hierin bedeutet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I}{v} &= \sqrt{LC} \cdot V \frac{I}{2} \cdot \left[\sqrt{\left(1 - \frac{(n+\beta)^2 - \partial^2}{m^2}\right)^2 + 4 \frac{(n+\beta)^2}{m^2}} + \left(1 - \frac{(n+\beta)^2 - \partial^2}{m^2}\right) \right] \\ &= \sim \sqrt{LC} \\ \beta &= \beta_R + \beta_A & \beta_R &= \frac{R}{2L} \\ \partial &= \beta_R - \beta_A & \beta_A &= \frac{A}{2C} \end{aligned} \right\} \quad 7)$$

Zweckmäßig ordnen wir nun jedem partikulären Integral mit dem Zeitkoeffizienten $b = n + jm$ das partikuläre Integral mit dem konjugiert komplexen Zeitkoeffizienten $b = n - jm$ zu. Da allgemein für m und n jeder beliebige Wert eingesetzt werden kann, sind unendlich viele solcher partikulärer Doppelintegrale denkbar, deren Summe das allgemeine Integral darstellt. Durch Einsetzen und zweckmäßiges Zusammenfassen läßt sich dann die Spannungsgleichung in die bekannte allgemeine Form der Wanderwellengleichung bringen:

$$e = e^{nt} \cdot \left\{ A_1 \cdot e^{+px} \cdot \sin[q(x+vt)] + A_2 \cdot e^{+px} \cdot \cos[q(x+vt)] \right. \\ \left. + A_3 \cdot e^{-px} \cdot \sin[q(x-vt)] + A_4 \cdot e^{-px} \cdot \cos[q(x-vt)] \right\} \quad 8)$$

Jeder zeitlich nicht stationäre Vorgang, der sich auf der Leitung abspielt, läßt sich in der üblichen Weise als Übereinanderlagerung von „freien“ und „erzwungenen“ Schwingungen auffassen. Beide Schwingungsgruppen können wir durch Wanderwellen darstellen, die bei Beginn des Vorganges — zur Zeit der völligen Spannungslosigkeit der Leitung — einander gerade aufheben. Es zeigt sich aber, daß diese Art der Darstellung für Wellen, die durch stark gedämpfte Schwingungen erzeugt werden und auch in der Wicklung selbst eine starke Dämpfung erfahren, nicht sonderlich geeignet ist. Vielmehr empfiehlt sich hier eine andere Betrachtungsweise, die zwar mathematisch den Nachteil hat, daß sie die Vorgänge in keine für alle Zeiten gültige Formel faßt, dafür aber ein Bild gibt, durch das unsere Versuchsergebnisse viel leichter erklärt werden als durch die Zerlegung in erzwungene und freie Schwingungen.

Wir gehen von Gl. 8) aus, die für sämtliche innerhalb der Leitung möglichen Wellen gilt. Im Augenblick des Auftreffens einer Welle auf den Leitungsanfang müssen naturgemäß die gleichen Verhältnisse vorliegen, als wenn die Leitung unendlich lang wäre, denn durch den Kurzschluß am Ende kann der Vorgang noch nicht beeinflusst sein. Den Zustand der Spannungslosigkeit der ganzen Leitung zur Zeit $t = 0$ erklären wir uns nicht durch Superposition von vier sich aufhebenden Wellenzügen, sondern in der weit natürlicheren Weise, daß zu dieser Zeit überhaupt keine Wellen auf der Leitung vorhanden sind. Die Koeffizienten A_1 bis A_4 sind also im Bereich der Leitung zu diesem Zeitpunkte gleich null. Rückschreitende Wellen können demnach keine Spannungswerte am Leitungsanfang erzeugen. Daher muß die Amplitudensumme der hinlaufenden Wellen allein im Anfangspunkte dem hier herrschenden Spannungsgesetz gehorchen.

Schalten wir eine gedämpfte Sinuswelle zu beliebiger Phasenzeit auf die Leitung, so erhalten wir demnach die Grenzbedingung:

$$e^{-\alpha t} \cdot [E_{m1} \cdot \sin(mt) + E_{m2} \cos(mt)] = e^{nt} \cdot [-A_3 \sin(mt) + A_4 \cos(mt)] \quad 9)$$

$$n = -\alpha; \quad A_3 = -E_{m1}; \quad A_4 = E_{m2}.$$

Die eindringende Welle hat alsdann die Gleichung:

$$e = e^{\frac{-\alpha + \beta_R + \beta_A}{v} \cdot x} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \left\{ -E_{m1} \cdot \sin\left[\frac{m}{v}(x-vt)\right] + E_{m2} \cdot \cos\left[\frac{m}{v}(x-vt)\right] \right\} \quad 10)$$

Dieser Ausdruck stellt eine Welle dar, dessen örtliches Gesetz mit dem Zeitgesetz am Leitungsanfang übereinstimmt. Nur die Dämpfung innerhalb der Leitung bringt beim Fortschreiten eine Verkleinerung der Amplitude hervor. Diese Übereinstimmung zwischen Zeit- und Ortsgesetz gilt auch für zusammengesetzte Wellenformen, wenn wir die kleinen Geschwindigkeitsunterschiede für Sinuswellen verschiedener Frequenz [vgl. Gl. 7)] vernachlässigen. Ist der Einfluß von Ohmschem Widerstand und Ableitung gleich groß, so werden auch zusammengesetzte Wellenformen völlig unverzerrt einziehen.

Die Vorgänge sind hierdurch erschöpfend dargestellt, wenn der Kurzschlußpunkt so weit entfernt liegt, daß die dort auftreffende Welle auf einen zu vernachlässigenden Betrag gedämpft ist. Versuche zeigen, daß dies für kürzere in eine Wicklung dringende Wellen hinreichend genau gilt. Wenn aber diese Voraussetzung nicht zutrifft, so fordert die Grenzbedingung $e=0$ für den Kurzschlußpunkt das Entstehen einer neuen Welle, die die Spannungswerte der hinlaufenden Welle im Kurzschlußpunkt dauernd aufhebt. Diese neue Welle kann nur eine rücklaufende sein. Wir müssen sie uns im Augenblick des Auftreffens der hinlaufenden Welle auf den Kurzschlußpunkt als deren umgekehrtes Spiegelbild auf der verlängert gedachten Leitung gelagert denken. Sie stellt also für spätere Zeitpunkte innerhalb der Leitung die mit umgekehrtem Vorzeichen rücklaufende Fortsetzung der einziehenden Welle dar: die einziehende Welle ist am Kurzschlußpunkt unter Spannungsumkehr reflektiert worden. Die gleiche Erscheinung tritt auf, wenn die reflektierte Welle wieder den Anfangspunkt erreicht hat, dessen unabänderliches Spannungsgesetz für die rücklaufenden Wellen einen Kurzschluß bedeutet¹⁾. Ist die Leitungslänge ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, so fallen die Maxima aller einziehenden und einfach oder mehrfach reflektierten Wellen zu gewissen Zeiten örtlich zusammen und bilden auf diese Weise Resonanzüberspannungen, die auch als stehende Wellen mit Knotenpunkten in den Enden aufgefaßt werden können.

Die Überspannungen durch „innere Resonanz“. Die hierbei maximal auftretende Überspannung läßt sich sehr leicht durch eine geometrische Reihe ausdrücken. Bezeichnen wir wie früher mit γ das arithmetrische Mittel aus äußerem und innerem Dämpfungsverhältnis, so ergibt sich z. B. für den Fall der Resonanz mit der Grundwelle der Wicklung als Amplitudenkurve für die Spannung E' in der Wicklungsmitte:

$$E' = E_m \cdot \frac{m}{\pi} \cdot e^{-\gamma t}, \dots \dots \dots \text{II})$$

worin E_m die Spannung an den Transformatorklemmen, also den doppelten Wert der Wanderwellenspannung bedeutet. Die zur Zeit $t = 1/\gamma$ auftretende maximale Überspannung wird dann:

$$E_t = 0,116 \frac{m}{\gamma} \cdot E_m \dots \dots \dots \text{I2})$$

Bei einem mittleren Dämpfungsverhältnis von $\gamma:m=0,04$ beträgt die maximale Überspannung das Dreifache der Klemmenspannung, also das Sechsfache der Wanderwellenamplitude.

Auch wenn kein ganzzahliges Verhältnis zwischen Leitungs- und Wellenlänge besteht, muß es zu Überspannungen innerhalb der Leitung kommen. Bei hinreichend stark gedämpften Wellen wird die höchste Überspannung dort erzeugt, wo sich nach der ersten Reflexion das bereits rücklaufende Maximum dem dicht benachbarten, noch auf dem Hinlauf begriffenen überlagert. Dieser kritische Punkt ist vom Kurzschlußpunkt um eine Viertel-Wellenlänge entfernt und wird uns, da er experimentell exakt festzustellen ist, in vielen Fällen die Berechnung des Verhältnisses zwischen Frequenz und Wellenlänge gestatten.

¹⁾ Diese Voraussetzung ist physikalisch nur dann erfüllt, wenn am Speisepunkte eine hinreichend große Kapazität liegt.

II b. Berücksichtigung von gegenseitiger Kapazität und magnetischer Ver- kettung benachbarter Windungen.

Ersatzschema der Wicklung. Das Zustandekommen von Resonanzerscheinungen innerhalb der Wicklung, wie sie experimentell leicht darzustellen sind, wird durch die Auffassung der Wicklung als freie Leitung mit gleichmäßig verteilter Induktivität und Kapazität ausreichend erklärt. Nicht — oder nur durch die unwahrscheinliche Annahme einer abnorm hohen Dämpfung — zu erklären ist aber bei dieser vereinfachenden Auffassung die Tatsache, daß beim Eindringen kurzer Wellen der nachweisbare Spannungsgradient vom Anfang der Wicklung nach dem Ende zu sehr stark abnimmt und bei sehr kurzen Wellen schon in einiger Entfernung vom Anfangspunkte ganz verschwunden erscheint. Es ist von vornherein anzunehmen, daß der Grund für diese scheinbare starke Dämpfung in dem kapazitiven Nebenschluß und der magnetischen Verkettung der Windungen zu suchen ist.

In Abb. 16 sind einige Windungen aus der Mitte einer einschichtigen Wicklung

Abb. 16. Schematische Darstellung einer gleichmäßig verteilten Wicklung.

herausgezeichnet. Innerhalb der Wicklung denken wir uns einen konzentrisch angeordneten geerdeten Metallzylinder, dessen Rolle beim Transformator die innenliegende Niederspannungswicklung oder der Eisenkern übernehmen wird. Mit L bezeichnen wir den Selbstinduktions-Koeffizienten für die Längeneinheit des Wicklungsdrahtes unter der Voraussetzung, daß sämtliche Windungen den gleichen Strom führen, mit C die Erdkapazität der Längeneinheit unter der Voraussetzung, daß die ganze Wicklung die gleiche Spannung gegen Erde aufweist. Verlaufen die magnetischen und elek-

trischen Feldlinien ausschließlich in Luft, so wird das Produkt LC der Lichtgeschwindigkeit entsprechen, bei Mitwirkung des Eisens und eines Mediums höherer Dielektrizitätskonstante wird die Geschwindigkeit kleiner sein, jedenfalls aber stellt uns der Ausdruck $v: \sqrt{LC}$ eine ideelle Geschwindigkeit dar, mit welcher die Ausbreitung elektrischer Erscheinungen längs des Wicklungsdrahtes vor sich geht, wenn nicht die gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Windungen eine Abweichung verursacht. Jedes Windungselement hat nun zu seinen beiden Nachbarelementen, d. h. zu den beiden um je eine Windungslänge entfernten Teilchen der Wicklung eine Kapazität, die — auf die Längeneinheit des Drahtes bezogen — mit C' bezeichnet werden soll, und einen Koeffizienten der gegenseitigen Induktivität, der — gleichfalls für die Längeneinheit — L' genannt werden möge. $C \cdot dx$ ist dann nach der üblichen Ausdrucksweise die Teilkapazität des Elementes gegen Erde, $C' \cdot dx$ die gegenseitige Teilkapazität zweier um eine Windungslänge l_w entfernter Elemente dx . $L \cdot dx$ kann man dementsprechend die Teilinduktivität des Leiterelementes auf Erde bezogen, $L' \cdot dx$ die gegenseitige Teilinduktivität zweier um eine Windungslänge l_w versetzter Elemente nennen.

Berücksichtigen wir in unserer Rechnung den Einfluß, den Strom- und Spannungszustand in den gleichliegenden Elementen der beiden Nachbarwindungen auf das betrachtete Windungselement ausüben, so haben wir damit auch den mittelbaren Einfluß aller übrigen Windungsteilchen in Rechnung gezogen, die auf einer durch das betrachtete Element zur Spulenachse gelegten Parallelen liegen. Die übergreifenden

Kapazitäten sowie die magnetische Beeinflussung durch direkte Verkettung zwischen nicht unmittelbar benachbarten Windungsteilchen dieser Parallelen wollen wir ganz außer acht lassen, ebenso jedwede Beeinflussung durch Elemente, die nicht auf der Parallelen liegen. Wenn wir bei dieser Betrachtung auch die weitaus stärkste Einwirkung der Nachbarschaft in Rechnung ziehen, so stellen wir die Verhältnisse doch noch immer nicht ganz der Wirklichkeit entsprechend dar, können also auch von dem Resultat nur erwarten, daß es der Wirklichkeit näher kommt als das Rechnungsergebnis bei

Abb. 17. Ersatzschema der gleichmäßig verteilten Wicklung.

völliger Vernachlässigung der Windungsbeeinflussung. Nach diesen Erwägungen können wir die Wicklung durch das in Abb. 17 gegebene Ersatzschema darstellen¹⁾.

Die Differentialgleichungen und ihre Lösung. Für das rechnermäßige Vorgehen bezeichnen wir mit e und i Strom und Spannung im betrachteten Element, während die Bezeichnungen e_r , e_l , i_r , i_l für die gleichliegenden Elemente der rechten und linken Nachbarwindung gelten. Für die Aufstellung der Differentialgleichungen beachten wir noch, daß gemäß unserer Definition für die Koeffizienten L und C nur die Abweichungen der in den Nachbarwindungen herrschenden Strom- und Spannungswerte von Strom und Spannung in dem betrachteten Punkte als beeinflussend zur Wirkung kommen. Wir können demnach die Differentialgleichungen in folgender Form schreiben:

$$\frac{\partial e}{\partial x} = R \cdot i + L \frac{\partial i}{\partial t} + L' \frac{\partial (i_r - i)}{\partial t} + L' \frac{\partial (i_l - i)}{\partial t} \quad \dots \dots \dots 1)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = A \cdot e + C \frac{\partial e}{\partial t} + C' \frac{\partial (e - e_r)}{\partial t} + C' \frac{\partial (e - e_l)}{\partial t} \quad \dots \dots \dots 2)$$

Eine einfache Umformung der Gl. 1) und 2) führt uns zu dem Resultat:

$$\frac{\partial e}{\partial x} = R \cdot i + (L - 2L') \frac{\partial i}{\partial t} + L' \frac{\partial (i_r + i_l)}{\partial t} \quad \dots \dots \dots 1a)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = A \cdot e + (C + 2C') \frac{\partial e}{\partial t} - C' \frac{\partial (e_r + e_l)}{\partial t} \quad \dots \dots \dots 2a)$$

Es zeigt sich, daß diesen beiden homogenen Differentialgleichungen der gleiche Ansatz genügt wie den Gleichungen der freien Leitung, nämlich:

$$e, i = K \cdot e^{ax + bt} \quad \dots \dots \dots 3)$$

¹⁾ Bezeichnet man mit L_0 die Eigeninduktivität eines Drahtes pro Längeneinheit und nimmt in ganz roher Annäherung an, daß die Stärke der magnetischen Verkettung mit entfernter liegenden Windungen nach einer geometrischen Reihe abnimmt, so gilt für den Koeffizienten L des quasistationären Zustandes:

$$L = L_0 (1 + 2\alpha + 2\alpha^2 + 2\alpha^3 + \dots 2\alpha^n) = L_0 \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \quad (\text{für } n = \infty),$$

worin α das Verhältnis $L' : L_0$, also den Grad der Verkettung, bedeutet und stets ein echter Bruch sein muß. Für das Verhältnis zwischen den oben definierten Koeffizienten L' und L gilt demnach

$$\frac{L'}{L} = \alpha \cdot \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}.$$

Das Verhältnis $L' : L$ wird dabei sowohl für extrem feste, wie für extrem lose Verkettung gleich null und erreicht bei $\alpha = \sim 0,4$ den Maximalwert $L' : L = \sim 1 : 6$.

Für die Strom- und Spannungswerte in den Nachbarelementen ergibt sich dann:

$$\left. \begin{aligned} e_1 + e_r &= e(e^{a l_w} + e^{-a l_w}) = 2e \cdot \mathfrak{Cof}(a \cdot l_w) \\ i_1 + i_r &= i(e^{a l_w} + e^{-a l_w}) = 2i \cdot \mathfrak{Cof}(a \cdot l_w) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 4)$$

Setzen wir die Werte der Gl. 4) in die beiden Differentialgleichungen ein, so erhalten wir nach Umwandlung der $\mathfrak{Cof}$ -Funktionen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial x} &= R \cdot i + \frac{\partial i}{\partial t} \left[L + 4 L' \mathfrak{Sin}^2 \left(\frac{a \cdot l_w}{2} \right) \right] \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= A \cdot e + \frac{\partial e}{\partial t} \left[C - 4 C' \mathfrak{Sin}^2 \left(\frac{a \cdot l_w}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 5)$$

Wenn wir nun die Anwendbarkeit unserer Formel auf Vorgänge beschränken, bei denen die örtliche Spannungsänderung innerhalb einer Windung nur gering ist, so können wir an Stelle des Sinus hyperb. den Bogen selbst setzen, da der Ausdruck $\frac{1}{2} \cdot a l_w$ eine sehr kleine Größe sein wird. Dann ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial x} &= R \cdot i + \frac{\partial i}{\partial t} (L + L' \cdot a^2 l_w^2) = R \cdot i + \frac{\partial i}{\partial t} \cdot L_k \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= A \cdot e + \frac{\partial e}{\partial t} (C - C' \cdot a^2 l_w^2) = A \cdot e + \frac{\partial e}{\partial t} \cdot C_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 6)$$

Diese Gleichungen haben wieder die Form der bekannten Differentialgleichungen für die freie Leitung, nur sind jetzt die wirksame Selbstinduktion L_k und die wirksame Kapazität C_k Funktionen des Exponentialkoeffizienten des Ortes. Es gilt also mit Berücksichtigung dieser Änderung die gleiche Differentialgleichung für die Spannung allein wie früher:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} - R \cdot A \cdot e - (R \cdot C_k + A \cdot L_k) \frac{\partial e}{\partial t} - L_k \cdot C_k \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = 0. \dots \dots 7)$$

Da die Berücksichtigung der Verluste eine wesentliche Komplizierung der Rechnung bedingt und den klaren Einblick in die Verhältnisse nicht fördern würde, setzen wir Widerstand und Ableitung gleich null und erhalten dann durch Einsetzen folgende Beziehung zwischen den Exponentialkoeffizienten:

$$a^2 - b^2 [(C - C' \cdot a^2 l_w^2) (L + L' \cdot a^2 l_w^2)] = 0 \dots \dots \dots 8)$$

Aus dieser Gleichung 4. Grades ergeben sich 4 Wurzeln für a :

$$\left. \begin{aligned} a_{1,2} &= \pm j \sqrt{\sqrt{\left[\frac{1 + b^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 b^2 l_w^4 \cdot L'C'} \right]^2 + \frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}} + \frac{1 + b^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 b^2 l_w^4 \cdot L'C'}} \\ a_{3,4} &= \pm \sqrt{\sqrt{\left[\frac{1 + b^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 b^2 l_w^4 \cdot L'C'} \right]^2 + \frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}} - \frac{1 + b^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 b^2 l_w^4 \cdot L'C'}} \end{aligned} \right\} \dots 9)$$

Der Koeffizient b kann in dieser Gleichung jeden beliebigen Wert annehmen und wird allgemein eine komplexe Zahl sein. Treffen wir noch neben der Vernachlässigung der Verluste die Vereinfachung, daß die aufgezwungene Spannung eine ungedämpfte sinusartige Schwingung ist, so können auch in der Wicklung nur ungedämpfte Schwingungen auftreten, der reelle Teil des Zeitkoeffizienten b verschwindet also. Wir betrachten wieder als zusammengehörig die Werte $b = +jm$ und $b = -jm$, worin m jeden beliebigen reellen Wert annehmen kann. Nennen wir noch:

$$\left. \begin{aligned} p &= \sqrt{\sqrt{\left[\frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 m^2 l_w^4 \cdot L'C'} \right]^2 + \frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}} + \frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 m^2 l_w^4 \cdot L'C'}} \\ q &= \sqrt{\sqrt{\left[\frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 m^2 l_w^4 \cdot L'C'} \right]^2 + \frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}} - \frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 m^2 l_w^4 \cdot L'C'}} \end{aligned} \right\} \dots 10)$$

so ergibt sich als Spannungsgleichung:

$$e = \left. \begin{aligned} & \Sigma / A_1 \cdot \sin(qx) \cdot \sin(mt) & + A_5 \cdot \sin(px) \cdot \sin(mt) \\ & + A_2 \cdot \sin(qx) \cdot \cos(mt) & + A_6 \cdot \sin(px) \cdot \cos(mt) \\ & + A_3 \cdot \cos(qx) \cdot \sin(mt) & + A_7 \cdot \cos(px) \cdot \sin(mt) \\ & + A_4 \cdot \cos(qx) \cdot \cos(mt) & + A_8 \cdot \cos(px) \cdot \cos(mt) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{II)}$$

Wir erhalten also neben einer sinusartigen Spannungsverteilung noch eine nach hyperbolischem Gesetze verteilte Spannung.

Die kritische Frequenz. Bevor wir auf die Grenzbedingungen näher eingehen, wollen wir durch eine Betrachtung die Gl. 10) für p und q beträchtlich vereinfachen. Setzt man nämlich für die Kapazitäts- und Induktivitätskoeffizienten und für die Windungslänge l_w Werte ein, wie sie annähernd bei Transformatoren vorkommen, so zeigt sich, daß der Summand $\frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}$ in Gl. 10) im allgemeinen verschwindend klein gegen

den Summanden $\left[\frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot (LC' - L'C)}{2 m^2 l_w^4 \cdot L'C'} \right]^2$ ist; nur dann verschwindet er nicht, wenn der Wert des letztgenannten Summanden ganz dicht am Werte Null liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn m den kritischen Wert annimmt:

$$m_{\text{krit}} = \frac{1}{l_w} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC' - L'C}} = \sim \frac{1}{l_w} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC'}} = \frac{1}{l_w} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{C}{C'}} \dots \dots \dots \text{12)}$$

Wir nennen die zu diesem Werte von m gehörige Frequenz „die kritische Frequenz“. Den Wert $L'C$ können wir hier und in allen übrigen Gleichungen gegen den ganz bedeutend größeren Wert LC' vernachlässigen, denn der Koeffizient C' wird in der Regel etwa das 100fache des Koeffizienten C betragen, während L' immer kleiner sein muß als L. Da die Formeln 10) sich wegen des verschwindend kleinen, aber doch wesentlichen Summanden $\frac{LC}{l_w^4 \cdot L'C'}$ zur Berechnung der Werte p und q nicht eignen, müssen diese Gleichungen entsprechend umgeformt werden, wobei sich gleichzeitig eine beträchtliche Vereinfachung ergibt. Wir können schreiben, wenn wir mit α den Quotienten $m : m_{\text{krit}}$ bezeichnen:

für die kritische Frequenz ($m = m_{\text{krit}}$):

$$p_{\text{krit}} = q_{\text{krit}} = \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt[4]{\frac{LC}{L'C'}}; \dots \dots \dots \text{13a)}$$

für Frequenzen unterhalb der kritischen ($m < m_{\text{krit}}$):

$$\left. \begin{aligned} q &= m \cdot \sqrt{\frac{LC}{1 - m^2 l_w^2 \cdot LC'}} = m \cdot \sqrt{\frac{LC}{1 - \alpha^2}} \\ p &= \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{1 - m^2 l_w^2 \cdot LC'}{l_w^4 \cdot L'C'}} = \frac{q_{\text{krit}}^2}{q} \end{aligned} \right\}; \dots \dots \dots \text{13b)}$$

für Frequenzen oberhalb der kritischen ($m > m_{\text{krit}}$):

$$\left. \begin{aligned} p &= m \cdot \sqrt{\frac{LC}{m^2 l_w^2 \cdot LC' - 1}} = m \cdot \sqrt{\frac{LC}{\alpha^2 - 1}} \\ q &= \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{m^2 l_w^2 \cdot LC' - 1}{l_w^4 \cdot L'C'}} = \frac{p_{\text{krit}}^2}{p} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{13c)}$$

Wird m so groß, daß der Summand 1 in der Wurzel verschwindet, so ergibt sich

Grenzwert für sehr hohe Frequenzen:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \\ p &= \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 13d)$$

Die stationär gespeiste Wicklung. Es mögen nun zunächst die erzwungenen Schwingungen untersucht werden, die innerhalb der Wicklung auftreten, wenn an ihrem Anfang das Spannungsgesetz $e = E_m \cdot \sin(mt)$ herrscht. Wir denken uns die Wicklung am Ende geerdet, am Anfang mit der gleichfalls einpolig geerdeten Spannungsquelle verbunden. Den geerdeten Punkt bezeichnen wir wie früher mit $x=1$, den Speisepunkt mit $x=0$.

Wir schließen, daß innerhalb der Wicklung als stationäre Schwingungen nur solche der aufgedrückten Frequenz auftreten können. Als Grenzbedingungen setzen wir fest:

$$e = E_m \cdot \sin(mt) \quad \text{für } x=0 \quad \text{und} \quad e=0 \quad \text{für } x=1.$$

Diese Bedingungen liefern uns die 4 Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} A_3 + A_7 &= E_m \\ A_4 + A_8 &= 0 \\ A_1 \cdot \sin(q1) + A_3 \cdot \cos(q1) + A_5 \cdot \sin(p1) + A_7 \cdot \cos(p1) &= 0 \\ A_2 \cdot \sin(q1) + A_4 \cdot \cos(q1) + A_6 \cdot \sin(p1) + A_8 \cdot \cos(p1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots 14)$$

Eine weitere Grenzbedingung, die uns die noch fehlenden Beziehungen verschafft, müssen wir in den Verhältnissen an den Enden der Spule suchen. Unsere Differentialgleichungen galten für eine Windung, die innerhalb der Wicklung liegt und von den Nachbarwindungen zu beiden Seiten beeinflusst wird. In Wirklichkeit löst sich nach beiden Seiten hin die Leitung allmählich aus der Verkettung. Auf das Spannungsgesetz innerhalb der ganzen Wicklung wird diese Unstetigkeit an den Wicklungsenden keinen bestimmenden Einfluß ausüben können, wohl aber auf die Integrationskonstanten. Für die rechnermäßige Erfassung des Einflusses der Wicklungsenden wollen wir annehmen, daß das Drahtende zwar noch in der Spulenfläche liegt, so daß der Einfluß des Eisens und des Dielektrikums der gleiche ist wie für die Wicklung selbst, daß es aber von den nächstliegenden Wicklungsteilen entfernt genug ist, um statisch und magnetisch nicht merkbar beeinflusst zu werden. Für die Wicklungsenden gilt dann die Spannungsgleichung der freien Leitung:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \dots \dots \dots 15)$$

Der Selbstinduktionskoeffizient des Drahtes wird hier zwar nicht dem von uns definierten Koeffizienten L und die Erdkapazität nicht gleich C sein, das Produkt der beiden dort herrschenden Koeffizienten wird aber gleich dem Produkte LC sein müssen, da bei Fortfall jeder Beeinflussung die ideale Ausbreitungsgeschwindigkeit bestehen muß. In diese Differentialgleichung der freien Leitung setzen wir den Wert für e aus der Spannungsgleichung 11) ein und erhalten für die Punkte $x=1$ und $x=0$ vier weitere Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} A_3 \cdot y + A_7 \cdot z &= 0 \\ A_4 \cdot y + A_8 \cdot z &= 0 \\ A_1 \cdot y \cdot \sin(q1) + A_3 \cdot y \cdot \cos(q1) + A_5 \cdot z \cdot \sin(p1) + A_7 \cdot z \cdot \cos(p1) &= 0 \\ A_2 \cdot y \cdot \sin(q1) + A_4 \cdot y \cdot \cos(q1) + A_6 \cdot z \cdot \sin(p1) + A_8 \cdot z \cdot \cos(p1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots 16)$$

mit $y = m^2 \cdot LC - q^2$
und $z = m^2 \cdot LC + p^2$.

Die 8 Gleichungen der Gruppen 14) und 16) genügen zur Bestimmung aller Unbekannten. Die Konstanten A_2 , A_4 , A_6 und A_8 verschwinden, die andern Konstanten erhalten die Werte:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -E_m \cdot \frac{p^2 + m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2} \cdot \operatorname{ctg}(q1) \\ A_2 &= +E_m \cdot \frac{p^2 + m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2} \\ A_3 &= -E_m \cdot \frac{q^2 - m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2} \cdot \operatorname{ctg}(p1) \\ A_4 &= +E_m \cdot \frac{q^2 - m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17)$$

Setzen wir diese Werte in die Spannungsgleichung 11) ein, so erhält diese nach zweckmäßiger Zusammenfassung die einfache Form:

$$e = \left\{ E_{m1} \cdot \frac{\sin[q(1-x)]}{\sin(q1)} + E_{m2} \cdot \frac{\sin[p(1-x)]}{\sin(p1)} \right\} \cdot \sin(mt) \dots \dots \dots 18)$$

$$\text{mit } E_{m1} = E_m \cdot \frac{p^2 + m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2}$$

$$\text{und } E_{m2} = E_m \cdot \frac{q^2 - m^2 \cdot LC}{p^2 + q^2}.$$

Die aufgedruckte Spannung E_m pflanzt sich also zum Teil als Sinuswelle längs des Drahtes, zum Teil, einem hyperbolischen Gesetze folgend, quer durch die Wicklung fort¹⁾.

Zahlenbeispiel. Die Vorgänge im stationären Zustand der mit Wechselstrom gespeisten Wicklung sind hierdurch rechnerisch festgestellt. Bevor wir auf den Übergangszustand beim Einschalten eingehen, mögen die für den Beharrungszustand gefundenen Resultate an einem Beispiele erörtert werden. Wir legen eine Transformatorwicklung zugrunde, die etwa die gleichen Daten hat wie der zur Untersuchung benutzte Lufttransformator. Tabelle 2 stellt die Rechnungsergebnisse zusammen. Wir können aus ihnen wichtige Schlüsse ziehen:

Bis zu Frequenzen von der Größenordnung 10^4 ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit längs des Drahtes gleich der ideellen. Sie sinkt dann zuerst allmählich, in der Nähe der kritischen Frequenz sehr stark, erreicht schließlich ein geringes Minimum, um dann wieder anzusteigen.

Die Wellenlängenkonstante q wächst demgemäß zunächst proportional der Frequenz, bei Frequenzen über etwa 10^4 stärker als proportional; am stärksten ist der Anstieg in der Nähe der kritischen Frequenz. Schließlich strebt die Konstante asymptotisch einem hohen Grenzwert zu²⁾.

¹⁾ Für die „freien Schwingungen“ innerhalb der Wicklung gelten die Grenzbedingungen 14) und 16) mit dem Unterschiede, daß auch die 1. Gleichung der Gruppe 14) null wird. Es ergibt sich dann, daß als „freie Schwingungen“ in der Wicklung nur Sinusschwingungen auftreten können. Eine eingehende Beschäftigung mit diesen freien Schwingungen ist für die vorliegende Arbeit nicht erforderlich.

²⁾ In Wirklichkeit strebt q keinem Grenzwerte zu, sondern steigt bei extrem hohen Frequenzen nach einem transzendenten Gesetze weiter an. Die Geschwindigkeit schwankt dabei dauernd zwischen einem sehr geringen Minimum und dem ideellen Werte $1 : \sqrt{LC}$. Unser Fehleresultat ist durch die Vernachlässigung am Anfang der Rechnung entstanden ($\sin \frac{a \cdot l_w}{2} \approx \frac{a \cdot l_w}{2}$). Die Untersuchung der wirklichen Vorgänge bei so extrem hohen Frequenzen hat mehr physikalisches als technisches Interesse und soll hier unterbleiben. Aus demselben Grunde werden die Werte p im unteren Frequenzgebiete beträchtlich tiefer liegen als die Rechnung ergibt.

Tabelle 2.
Amplitude der Schwingungen am Wicklungsanfang: $E_m = 1$

Wicklungsdaten	Frequenz	Vektor- geschwin- digkeit	Wellenlänge in Luft	Koeffizient der Sinus- Verteilung	Koeffizient der Hyperbel- Verteilung	Fortpflan- zungs- geschwin- digkeit	Amplitude der eindringenden Sinuswelle	Amplitude der Hyperbel- Verteilung	Gradient am Wick- lungs- anfang
	ν	m	λ km	q 1: km	p 1: km	v_k km/sec	E_{m1}	E_{m2}	G_1 Volt/km
Länge einer Windung: $l_w = 1,6 \cdot 10^{-3}$ km	$0,08 \cdot 10^5$ 0,32	$0,5 \cdot 10^5$ 2,0	37,500 9,400	0,28 1,13	53500 13300	$1,79 \cdot 10^5$ 1,77	1 1	0 0	0,28 1,13
Erdkapazität des Wicklungs- drahtes: $C = 2,5 \cdot 10^{-11}$ F/km	0,96 1,60	6,0 10,0	3,150 1,880	3,57 6,75	4200 2220	1,68 1,48	1 1	0 0	3,57 6,75
Selbstinduktionskoeffizient des Wicklungsdrahtes: $L = 1,25$ H/km	2,08 2,56	13,0 16,0	1,440 1,170	10,70 20,8	1400 720	1,07 0,77	1 1	0 0	10,7 20,8
Gegenseitige Kapazität be- nachbarter Windungen: $C' = 1,00 \cdot 10^{-7}$ F/km	2,71 2,79 2,82	17,0 17,5 17,65	1,100 1,075 1,060	33,8 53,5 122	445 275 122	0,50 0,32 0,15	1 0,91 0,503	0 0,09 0,497	33,8 53,5 172
Gegenseitige Induktivität be- nachbarter Windungen: $L' = 0,2$ H/km	2,87 3,04	18,0 19,0	1,040 0,990	280 550	53,6 27,4	0,10 0,054	0,08 0	0,92 1	53,6 27,4
Ideale Fortpflanzungsgeschwin- digkeit: $1 : \sqrt{LC} = 1,79 \cdot 10^5$ km/sec	3,51 4,79 6,39 9,60	22,0 30,0 40,0 60,0	0,855 0,628 0,470 0,213	900 1220 1360 1450	16,7 12,3 11,0 10,36	0,038 0,040 0,046 0,058	0 0 0 0	1 1 1 1	16,7 12,3 11,0 10,36
Kritische Frequenz: $\nu = 2,82 \cdot 10^5$ Per/sec	12,80 16,00	80,0 100,0	0,235 0,188	1480 1490	10,10 10,05	0,080 0,105	0 0	1 1	10,10 10,05

Der Koeffizient p der hyperbolischen Schwingung ist bei kleinen Frequenzen am höchsten, sinkt sogleich stark ab, um sich schließlich asymptotisch einem geringen Werte zu nähern¹⁾.

Die Teilspannung E_{m1} der Sinusverteilung ist im Gebiete unterhalb der kritischen Frequenz praktisch gleich der vollen Spannung E_m , die Teilspannung E_{m2} der Hyperbelverteilung also verschwindend klein. In unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes tritt ein Umschwung ein. Im kritischen Punkte selbst sind die beiden Teilspannungen nahezu gleich, oberhalb der kritischen Frequenz wird die Teilspannung E_{m1} verschwindend klein, die Teilspannung E_{m2} demgemäß praktisch gleich der vollen Spannung E_m .

Bedeutung der kritischen Frequenz für die Art des Einziehens der Wellen. Die kritische Frequenz hat also eine ganz eigenartige Bedeutung. Sie scheidet zwei Gebiete, in denen die Ausbreitung der elektrischen Vorgänge in ganz verschiedener Weise vor sich geht. Im unteren Frequenzgebiet haben wir abgesehen von der Verringerung der Geschwindigkeit mit wachsender Frequenz im wesentlichen die gleichen Erscheinungen, als wäre eine gegenseitige Beeinflussung der Windungen nicht vorhanden. Im oberen Gebiete dagegen ziehen überhaupt keine Wellen längs des Drahtes in die Wicklung ein. Sämtliche elektrischen Vorgänge dieser Frequenzen pflanzen sich quer durch die Wicklung fort, als bestände sie nur aus in sich geschlossenen Einzelwindungen. Für den oberen Frequenzbereich ist also hierdurch die Tatsache geklärt, daß hohe Gradienten nur am Anfange der Wicklung konstatiiert werden.

¹⁾ Vgl. Anmerkung 2 S. 25.

Die Dämpfungsverhältnisse in der Wicklung. Es möge nun noch auf die bisher vernachlässigten Dämpfungsverhältnisse etwas näher eingegangen werden. Aus den Differentialgleichungen 6) geht hervor, daß als Dämpfungskonstanten die Ausdrücke zu betrachten sind:

$$\beta_R = \frac{R}{2(L + L' \cdot a^2 l_w^2)} \quad \text{und} \quad \beta_A = \frac{A}{2(C - C' \cdot a^2 l_w^2)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 19)$$

Wir wollen die Dämpfung nur für den unteren Frequenzbereich, also für die als Sinuswellen einziehenden Vorgänge, betrachten und setzen demgemäß nach den Gl. 9) und 10) $a = \pm jq$. Genau genommen ist dies nicht richtig, denn bei vorhandener Dämpfung wird a eine komplexe Zahl sein, und nur bei sehr geringer Dämpfung wird der Einfluß des reellen Teiles, der in die Ausdrücke der Dämpfungsfaktoren β_R und β_A imaginäre Glieder hineinbringt, verschwindend klein bleiben. Nennen wir nun noch die Anfangsamplitude einer eindringenden Welle E_{ma} , die Endamplitude nach einmaligem Hinlauf E_{me} , so besteht die Beziehung:

$$\frac{E_{me}}{E_{ma}} = e^{-(\beta_R + \beta_A)T} = e^{-d}, \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 20)$$

worin T die Zeit eines Hinlaufes bedeutet. T ist durch die Beziehung $T = 1/v_k$ gegeben. Für die Geschwindigkeit v_k können wir nach den Differentialgleichungen 6) schreiben:

$$v_k = \frac{1}{\sqrt{(L - L' \cdot q^2 l_w^2)(C + C' \cdot q^2 l_w^2)}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 21)$$

Der Dämpfungsexponent d wird demnach:

$$d = \frac{R \cdot 1}{2} \sqrt{\frac{C + C' \cdot q^2 l_w^2}{L - L' \cdot q^2 l_w^2}} + \frac{A \cdot 1}{2} \sqrt{\frac{L - L' \cdot q^2 l_w^2}{C + C' \cdot q^2 l_w^2}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 22)$$

Wir sehen zunächst, daß bei wachsender Frequenz der Dämpfungsanteil des Ohmschen Widerstandes zunimmt, der Anteil der Ableitung aber kleiner wird. Für den extremen Fall der kritischen Frequenz gilt gemäß Gl. 13 a):

$$d_{krit} = \frac{R \cdot 1}{2} \sqrt{\frac{C + C' \sqrt{\frac{LC}{L'C'}}}{L - L' \sqrt{\frac{LC}{L'C'}}}} + \frac{A \cdot 1}{2} \sqrt{\frac{L - L' \sqrt{\frac{LC}{L'C'}}}{C + C' \sqrt{\frac{LC}{L'C'}}}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 23)$$

Berücksichtigen wir z. B. alle Energieverluste, die mit einem Spannungsverlust verknüpft sind, durch Annahme eines Ohmschen Widerstandes von 20 000 Ohm/km und nehmen an, daß bei kleinen Frequenzen, bei denen noch die ideelle Geschwindigkeit herrscht, die Dämpfungsanteile durch Widerstand und durch Ableitung gleich sind, so ergeben sich für unser Zahlenbeispiel folgende Werte:

a) für kleine Frequenzen:

$$d = 0,129 + 0,129 = 0,258$$

$$\frac{E_{me}}{E_{ma}} = e^{-d} = 0,77;$$

b) für die kritische Frequenz nach Formel 23):

$$d_{krit} = 1,59 + 0,01 = 1,60$$

$$\frac{E_{me}}{E_{ma}} = e^{-d_{krit}} = 0,20.$$

Die Gesamtdämpfung steigt infolge der Windungsbeeinflussung mit wachsender Frequenz beträchtlich. Es muß sich also auch schon im unteren Frequenzbereich die Erscheinung zeigen, daß mit wachsender Frequenz ein immer stärkeres Absinken des Gradienten nach dem Ende der Wicklung zu eintritt.

Bedeutung der kritischen Frequenz für die Beanspruchung der Eingangswindungen. Die kritische Frequenz ist noch insofern von großer Bedeutung, als Schwingungen dieser Frequenz den weitaus höchsten Spannungsgradienten am Wicklungsanfang liefern. Wir finden den Gradienten durch Differenzieren der Spannungsgleichung 18). Er wird für einen beliebigen Wicklungspunkt:

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \left\{ q \cdot E_{m1} \cdot \frac{\cos[q(1-x)]}{\sin(pl)} + p \cdot E_{m2} \cdot \frac{\cos[p(1-x)]}{\sin(pl)} \right\} \cdot \sin(mt) \quad . . . \quad 24)$$

Für den Anfangspunkt ($x=0$) könnte der Gradient der einziehenden Sinuswellen je nach den Resonanzbedingungen jeden beliebigen Wert von null bis unendlich annehmen, wenn wir die Dämpfung vernachlässigen.

Wir haben aber gesehen, daß die Dämpfung gerade bei den gefährlichen kürzeren Wellen, die noch als Sinuswellen einziehen, eine sehr wesentliche Rolle spielt. Kurze Wellen werden also zu keinen erheblichen Resonanzüberspannungen im Transformator führen. Wir wollen daher für die folgende Betrachtung den Gradienten ins Auge fassen, der beim ersten Hinlauf der Wellen auftritt, vernachlässigen also ganz die Reflexion am Wicklungsende. Für die Zeit des ersten Hinlaufs der eindringenden Sinuswelle können wir dann folgende Gleichung anschreiben, die allgemein für sehr lange Wicklungen gilt:

$$e = -E_{m1} \cdot \sin(qx - mt) + E_{m2} \cdot \frac{\sin[p(1-x)]}{\sin(pl)} \cdot \sin(mt) \quad . . . \quad 25)$$

Den Gradienten erhalten wir hieraus durch Differentiation:

$$g = -\frac{\partial e}{\partial x} = q \cdot E_{m1} \cdot \cos(qx - mt) + p \cdot E_{m2} \cdot \frac{\cos[p(1-x)]}{\sin(pl)} \cdot \sin(mt) \quad . . \quad 26)$$

Für den Anfangspunkt $x=0$ ergibt sich hieraus, wenn wir beachten, daß der Wert $\text{Ctg hyp. } (pl)$ bei den hohen Werten von pl ohne Fehler gleich 1 gesetzt werden kann:

$$G = q \cdot E_{m1} \cdot \cos(mt) + p \cdot E_{m2} \cdot \sin(mt) \quad . . . \quad 27)$$

Wir nennen diesen Wert G den „Anfangsgradienten“. In hinreichender Entfernung vom kritischen Punkte wird also im unteren Frequenzgebiete der Anfangsgradient gleich $q \cdot E_m$, im oberen Gebiete gleich $p \cdot E_m$. Für die kritische Frequenz selbst mit $E_{m1} = \sim E_{m2} = \sim \frac{1}{2} E_m$ ergibt sich als Anfangsgradient:

$$G_{\text{krit}} = \frac{1}{2} E_m \cdot \sqrt{p_{\text{krit}}^2 + q_{\text{krit}}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot q_{\text{krit}} \cdot E_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot E_m \cdot \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt[4]{\frac{LC}{L'C'}} \quad . . . \quad 28)$$

Für den Grenzzustand, also für extrem hohe Frequenzen, lautet die Formel des Gradienten am Wicklungsanfang:

$$G_\infty = p_\infty \cdot E_m = E_m \cdot \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt{\frac{C}{C'}} = E_m \cdot \sqrt{LC} \cdot m_{\text{krit}} \quad . . . \quad 29)$$

Es empfiehlt sich schließlich noch die allgemeine Formel für den Gradienten am Wicklungsanfang aufzustellen, die natürlich die bisher angeführten Sonderfälle enthalten muß. Wir finden sie durch Einsetzen der allgemeinen Werte für p und q aus Gl. 10) und für E_{m1} und E_{m2} aus Gl. 18) in Gl. 27). Der Gradient wird dann allgemein:

$$G = E_m \cdot \sqrt{LC} \cdot m \cdot \frac{1}{\sqrt{(m^2 l_w^2 \cdot LC' - 1)^2 + 4 m^2 \cdot LC \cdot L'C' \cdot l_w^4}} \quad . . . \quad 30)$$

Die Kurve dieser Gleichung hat die charakteristische Form einer scharf ausgeprägten Resonanzkurve. Der Resonanzpunkt liegt praktisch genau bei der kritischen Frequenz, für die der erste Summand in der Nennerwurzel verschwindet. In Tabelle 2 ist für unser Zahlenbeispiel der nach Formel 30) berechnete Maximalgradient für verschiedene Frequenzen angegeben und in Abb. 18 als Funktion der Frequenz aufgetragen. Wir erkennen das überaus scharf ausgeprägte Maximum bei der kritischen Frequenz.

Die Gradientengleichung 30) mit den Gleichungen der Sonderfälle gilt wegen der Vernachlässigung der Reflexion am Kurzschlußpunkt genau genommen nur für eine unendlich lange Wicklung. Nur unter dieser Voraussetzung stellt der kritische Gradient der Gl. 28) den bei einer stationär durch Sinuswellen gespeisten Wicklung absolut maximalen Anfangsgradienten dar. Aber selbst bei Berücksichtigung der Reflexion am Kurzschlußpunkte einer normal langen Wicklung wird dieser Gradient kaum übertroffen werden können. Denn gerade bei der kritischen Frequenz werden die einziehenden Wellen sehr stark gedämpft, die einmal hin- und rückgelaufene Welle kann daher am Wicklungsanfang keine sonderliche Erhöhung des Gradienten hervorbringen. Bei Frequenzen im unteren Gebiet mit geringerer Dämpfung werden zwar stärkere Resonanzerscheinungen dieser Art auftreten können, die der geringeren Dämpfung wegen um so ausgeprägter sein werden, je kleiner die Frequenz ist. Der charakteristische Wert q ist dann aber infolge der großen Wellenlänge um so viel kleiner als der kritische Wert für q , daß die Gefährdung im Anfangspunkte kaum größer werden kann als bei der kritischen Frequenz. Dies gilt jedoch nur für den Anfangspunkt der Wicklung. In andern Punkten werden sehr wohl infolge von Resonanzerscheinungen durch Wellenbrechung bei kleineren Frequenzen höhere Gradienten auftreten können als bei der kritischen Frequenz im gleichen Punkte, wenn sie auch den kritischen Anfangsgradienten bei weitem nicht erreichen können.

Die physikalische Bedeutung der kritischen Frequenz¹⁾. Der Schwingungsvorgang bei der kritischen Frequenz stellt sich rein physikalisch betrachtet als die Stromresonanz der Parallelanordnung — gegenseitige Kapazität zweier Windungen und Windungsinduktivität — heraus. Für die Eigenfrequenz dieses Kreises wird der scheinbare Widerstand unendlich, und der kleinste zugeführte Strom dieser Frequenz müßte eine unendlich hohe Spannung an den Klemmen der Parallelanordnung hervorrufen. Die Spannung am Wicklungsanfang würde also in der ersten Windung jäh auf den Nullwert sinken, wenn nicht der hier fließende Strom auch in jeder weiter entfernten Windung eine EMK hervorriefe, die rückwirkend das plötzliche Absinken mildert. Der durch die Windungskapazität fließende Strom ist bei dieser Frequenz etwa gleich dem die Induktivität durchfließenden. Eine nur geringe Abweichung der beiden Teilströme voneinander bringt die magnetische Verkettung der Windungen hervor. Die Schwingungen pflanzen sich also zu fast gleichen Teilen quer durch die Wicklung und längs der Wicklung fort. Bei niedrigeren Frequenzen ist der scheinbare Widerstand der Induktivität kleiner als der der Windungskapazität, und schließlich wird bei sehr kleinen Frequenzen der kapazitive Widerstand unendlich groß gegen den induktiven. Dann pflanzen sich alle Vorgänge, von der Windungskapazität nur unwesentlich beeinflußt, längs des Drahtes fort. Bei Frequenzen über der kritischen tritt das Umgekehrte ein, und bei sehr hohen Frequenzen wird der induktive Widerstand so groß, daß überhaupt keine Wellen mehr längs des Drahtes einziehen.

Das Einschalten einer Hochfrequenzspannung. Wir haben bisher nur den stationären Zustand einer mit Wechselstrom gespeisten Wicklung betrachtet. Für den Übergangszustand beim Einschalten einer sinusförmigen Spannung in ihrem Nullwerte werden wir

Abb. 18. Berechnete Abhängigkeit des Gradienten am Anfange einer stationär gespeisten Wicklung von der Frequenz der speisenden Spannung.

¹⁾ Auf die Existenz einer kritischen Frequenz hat bereits Rüdberg in seiner Arbeit „Entstehung und Verlauf elektrischer Sprungwellen“ hingewiesen (E. u. M. Bd. 32, S. 729, 1914).

im unteren Frequenzgebiete für die einziehenden Sinuswellen ohne weiteres die Resultate anwenden können, die uns die Betrachtung der Wicklung als freie Leitung gab, wobei nur die Abhängigkeit der Geschwindigkeit und der Dämpfung von der Frequenz zu berücksichtigen wäre. Im oberen Gebiet geht das Einschwingen in den Beharrungszustand in einer so kurzen Zeit vor sich, daß eine rechnerische Behandlung zwecklos erscheint. Denn selbst wenn hierbei Überspannungen zu erwarten wären, müßten sie von so kurzer Dauer sein, daß sie in der für die Ionisierung zur Verfügung stehenden Zeit keinerlei Unheil anstiften könnten. In der Nähe der kritischen Frequenz wird das Einschwingen in der Weise vor sich gehen, daß die Windungs-Schwingungskreise in ihren stationären Spannungszustand über eine kleine Überspannung gelangen. Es dürfte aber praktisch keinen Nutzen haben, den Vorgang des Einschwingens hier näher zu erörtern.

Auftreffen einer langen Rechteckwelle. Von besonderer Bedeutung ist noch der viel behandelte Fall, daß eine Rechteckwelle von sehr großer Länge die Transformatorwicklung trifft. Resonanzerscheinungen werden in diesem Falle mangels aller periodischen Impulse nicht auftreten können. Offenbar wird der Maximalgradient am Wick-

Abb. 19. Ersatzschema der gleichmäßig verteilten Wicklung für unendlich rasche Zustandsänderungen.

lungsanfang und zwar beim ersten Auftreffen der Welle zu suchen sein. Beim Einschalten einer Gleichspannung E auf die Wicklung erhalten wir im ersten Augenblick eine überaus rasche Zustandsänderung. Die Induktivitäten werden dabei keine Rolle spielen können, da die Fortpflanzung der Störung viel leichter durch die parallel geschalteten Kapazitäten vor sich geht. Es wird daher

nach einer überaus kurzen Zeit des Einschwingens eine Spannungsverteilung am Transformator bestehen, deren Gesetz nur durch die Anordnung der Kapazitäten gegeben ist. Als Ersatzschema können wir für diesen Fall das in Abb. 19 dargestellte ansehen. Wie sich leicht ableiten läßt, verteilt sich alsdann zur Zeit $t=0$ die Spannung nach folgendem Gesetze:

$$e = E \cdot \frac{\sin \left(\sqrt{\frac{C}{C_1}} \cdot \frac{1-x}{l_w} \right)}{\sin \sqrt{\frac{C}{C_1}} \cdot \frac{1}{l_w}} \dots \dots \dots 31)$$

Der Gradient am Wicklungsanfang hat dabei den durch Differentiation gefundenen Wert:

$$G_{\infty} = E \cdot \frac{1}{l_w} \cdot \sqrt{\frac{C}{C_1}} \dots \dots \dots 32)$$

Er ist also genau so groß wie der durch Gl. 29) gegebene Grenzwert des Anfangsgradienten für sehr hohe Frequenzen und beträchtlich kleiner als der Anfangsgradient bei Sinuswellen der kritischen Frequenz. Die größte Beanspruchung der Eingangswindungen erfolgt also durchaus nicht beim Auftreffen von langen Rechteckwellen, sondern bei solchen Wellenzügen, deren Impulszahl gleich der kritischen Frequenz ist. Wir können ohne weiteres schließen, daß die Impulse hierbei durchaus nicht sinusartig sein müssen. Auch rechteckige und andere Wellenzüge, deren Periodenzahl gleich der kritischen Frequenz ist, werden die Windungen in Stromresonanz versetzen und damit zu hohen Anfangsgradienten führen können. Allgemein wird sich für Wellenzüge beliebiger Form der Resonanzgradient von dem der Sinuswellen nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden, der von τ nicht weit entfernt ist.

Einfluß der Wicklungsdaten auf die Höhe der Windungsbeanspruchung. Der durch Gl. 28) ausgedrückte Anfangsgradient der kritischen Frequenz gibt uns also jedenfalls

ein Maß für die höchstmögliche Beanspruchung der Eingangswindungen. Die Windungsspannung selbst, die für die Gefährdung der Wicklung maßgebend ist, erhalten wir durch Multiplikation des Gradienten mit der Windungslänge. Wir bezeichnen die zum kritischen Gradienten gehörige Windungsspannung mit $E_{w.krit}$. Ihrer Wichtigkeit wegen seien die Formeln für die kritische Frequenz und die kritische Windungsspannung hier zusammen angeführt, ferner die Formel für die durch eine lange Sprungwelle erzeugte Windungsspannung $E_{w\infty}$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kritische Frequenz:} \\ \text{Windungsbeanspruchung durch die} \\ \text{kritische Frequenz:} \\ \text{Windungsbeanspruchung durch eine} \\ \text{auftreffende Rechteckwelle:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_{krit} = \frac{1}{2\pi \cdot l_w \cdot \sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{C}{C'}} \\ E_{w.krit} = E_m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{LC}{L'C'}} \\ E_{w\infty} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{C'}} \end{array} \quad \dots \quad 33)$$

Die Windungsbeanspruchung ist also von der Windungslänge unabhängig. Das Produkt LC ist im wesentlichen durch die Art des Mediums gegeben, in welchem sich die Wicklung befindet, ist also als eine unabänderliche Größe anzusehen, die bei Öltransformatoren beträchtlich höher liegt als bei Lufttransformatoren. Als Richtlinie für die günstigste Konstruktion von Transformatoren mit Rücksicht auf ihre Sicherheit gegen Hochfrequenzüberspannungen sind also nur die beiden Bedingungen zu betrachten:

Möglichst hohe Windungskapazität.

Möglichst starke magnetische Verkettung.

Die Erfüllung dieser beiden Forderungen ist an die gleiche Bedingung für die konstruktive Ausbildung der Wicklung geknüpft.

Bei normal ausgeführten Transformatoren werden die Werte L' und C' nicht allzugroße Verschiedenheiten aufweisen. Da sie in der Gleichung für die absolut maximale Windungsspannung der kritischen Frequenz in der 4. Wurzel auftreten, haben diese Verschiedenheiten nur einen ziemlich geringen Einfluß auf die Höhe der maximalen Windungsspannung. Die Veränderungen dieser Werte müssen also schon recht beträchtlich sein, wenn sie zu einem merkbar günstigen Resultate führen sollen. Stärker ist der Einfluß des Verhältnisses $C:C'$ auf die Höhe der Windungsspannung beim Auftreffen von Sprungwellen.

Die Erfüllung der Forderung einer hohen Windungskapazität bringt gleichzeitig eine Erniedrigung der kritischen Frequenz hervor. Wünschenswert ist jedoch eine Erhöhung dieses Wertes, einmal um die kritische Frequenz möglichst aus dem Bereich der praktisch auftretenden Frequenzen zu bringen, ferner weil die Schutzwirkung von Drosselspulen und Kondensatoren für höhere Frequenzen größer ist als für niedrige. Eine Steigerung der kritischen Frequenz ohne gleichzeitige Erhöhung der Windungsspannung kann nur durch Verkleinerung der Windungslänge erreicht werden. Bei sehr kleinen Transformatoren, z. B. bei Spannungswandlern, wird zumeist die kritische Frequenz so hoch liegen, daß alle praktisch möglichen Frequenzen weit unterhalb dieses gefährlichen Punktes liegen.

Die gegenseitige Kapazität der Windungen kann dadurch erhöht werden, daß man die Spulen aus dünnen Bändern wickelt. Wenigstens die Eingangsspulen, die den größten Verschiebungsfluß zu führen haben, sollten als Bandspulen ausgebildet werden. Allerdings würden bei zu hoher Kapazität der Eingangswindungen die gefahrbringenden Erscheinungen nur weiter nach innen an den Anfang der normal ausgeführten Wicklung verlegt werden. Beachtenswert erscheint es, daß die heute übliche Verstärkung der Eingangswindungen auf die Spannungsverteilung selbst nur ungünstig einwirken

kann, denn sie erniedrigt die Windungskapazität am Wicklungsanfang. Spulen mit erhöhter Windungskapazität ohne Isolationsverstärkung dürften vielleicht bessere Dienste

Abb. 20. Metallische Ringfläche zur Entladung der Eingangswindungen.

leisten. Um die Eingangswindungen auf künstliche Weise von dem hohen Verschiebungsfluß zu entlasten, könnte man metallische Ringflächen von der in Abb. 20 skizzierten Form anbringen, die mit dem Wicklungsanfang metallisch verbunden sind. Sie werden die Beanspruchung der Eingangswindungen beim Auftreffen von Wellen äußerst günstig beeinflussen. Schließlich könnte man noch einzelne Punkte der Wicklung durch Kapazitäten miteinander verbinden, um eine bessere Verteilung der Spannung zu erzielen. Hier wäre aber zu bedenken, daß dadurch Nebenschwingungskreise entstehen, die zu neuen Störungen Anlaß geben können.

Wellenwiderstand und Kapazität der Wicklung. Es möge zunächst der von der Wicklung aufgenommene Strom bei einer speisenden Spannung, die sehr hoch im oberen Frequenzgebiete liegt, betrachtet werden. Aus den Gl. 6) und 18) läßt sich dieser Strom ohne weiteres berechnen, wobei zu berücksichtigen ist, daß der als Sinuswelle einziehende Anteil bei hohen Frequenzen vernachlässigbar klein ist:

$$i_{0D} = -E_m \cdot m \cdot \text{ctg}(p l) \frac{C - C' \cdot p^2 l_w^2}{p} \cdot \cos(mt) \quad 34)$$

Der Wert $K = \frac{C - C' p^2 l_w^2}{p}$ ist für sehr hohe Frequenzen annähernd konstant, da der charakteristische Koeffizient p ziemlich unverändert bleibt. Setzen wir den gefundenen Grenzwert von p für sehr hohe Frequenzen ein, so ergibt sich:

$$K = \frac{C - C' l_w^2}{p} \cdot \frac{C}{C' l_w^2} = 0 \quad 35)$$

Der Transformator würde also bei sehr hohen Frequenzen nach dieser Gleichung keinen Strom aufnehmen, da seine wirksame Kapazität null ist. Dies ist natürlich nicht möglich, denn die Energiemenge der Kapazitäten wird im spannungslosen Zustand nicht von den jetzt gänzlich unbeteiligten Induktivitäten aufgenommen, muß also in die Leitung zurückgewandert sein. Die Erklärung für diesen Widerspruch finden wir durch folgende Überlegung: Die Stromgleichung ist nur für den im Drahte, also für den in der Induktivität fließenden Strom aufgestellt. Dieser muß natürlich bei unendlich hohen Frequenzen null sein. Denjenigen Strom aber, der direkt durch die Windungskapazität seinen Weg nimmt (wobei er allerdings die erste Windung zum Teil passieren muß), gibt uns diese Gleichung nicht. Er muß getrennt berechnet werden, wenn wir den gesamten aufgenommenen Strom feststellen wollen. Sein Wert ist:

$$i_{0C} = C' \cdot l_w \cdot \frac{\partial \frac{\partial e}{\partial x} \cdot l_w}{\partial t} \quad 36)$$

Nach dieser Erkenntnis wollen wir die Gleichungen dieser beiden Teilströme gleich allgemein gültig aufstellen. Wir nehmen die Wicklung als so lang oder die Dämpfung als so stark an, daß wir die Brechung am Ende vernachlässigen können. Dann können wir von der Spannungsgleichung 25) ausgehen und erhalten:

für den in den Draht fließenden Strom:

$$i_{0D} = -E_{m1} \cdot m \cdot \frac{C + C' \cdot q^2 l_w^2}{q} \cdot \sin(mt) - E_{m2} \cdot m \cdot \frac{C - C' \cdot p^2 l_w^2}{p} \cdot \cos(mt) \quad . . . 37a)$$

für den quer in die Wicklung fließenden Strom:

$$i_{0C} = E_{m1} \cdot m \cdot C' \cdot q l_w^2 \cdot \sin(mt) - E_{m2} \cdot m \cdot C' \cdot p l_w^2 \cdot \cos(mt) \quad . . . 37b)$$

Die Summe dieser beiden Ströme gibt den gesamten aufgenommenen Strom:

$$i_0 = - \left[E_{m1} \cdot m \cdot \frac{C}{q} \cdot \sin(mt) + E_{m2} \cdot m \cdot \frac{C}{p} \cdot \cos(mt) \right] \dots \dots \dots 38)$$

Die Teilspannung E_{m1} ist im oberen Frequenzgebiete, die Spannung E_{m2} im unteren Gebiete praktisch null. Wir stellen daher fest:

Im unteren Frequenzgebiete wirkt der Transformator wie ein mit der Frequenz variabler Wellenwiderstand der Größe:

$$W = \frac{q}{mC} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{I}{I - m^2 l_w^2 \cdot LC'}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{I}{\sqrt{I - \alpha^2}} \dots \dots \dots 39)$$

Im oberen Frequenzgebiete wirkt der Transformator wie eine konzentrierte Kapazität von dem mit der Frequenz variablen Werte $K = C:p$. Der kapazitive Widerstand beträgt dann:

$$\frac{I}{mK} = \frac{p}{mC} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{I}{m^2 \cdot l_w^2 \cdot LC' - I}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{I}{\sqrt{\alpha^2 - I}} \dots \dots \dots 40)$$

Hierin bezeichnet α wieder das Verhältnis $m:m_{krit}$.

Mit wachsender Frequenz nähert sich die Transformatorkapazität dem oberen Grenzwerte: $K = l_w \cdot \sqrt{C \cdot C'}$. Mit fallender Frequenz nähert sich der Wellenwiderstand dem unteren Grenzwerte: $W = \sqrt{\frac{L}{C}}$. Dicht in der Nähe der kritischen Frequenz bestehen beide Wirkungen in etwa gleichem Maße nebeneinander. Ihrem Grenzwert nähert sich die Kapazität mit wachsender Frequenz nur sehr allmählich, so daß sie für einen sehr großen Frequenzbereich praktisch als konstant erscheinen mag. Die experimentell konstatierte „Eingangskapazität“ wird daher zum Teil auf dieser Rückwirkung der Transformatorwicklung beruhen. Die mit der Frequenz natürlich unveränderliche Kapazität der Einführungsleiter und der ersten Windungen mit ihrem erhöhten Verschiebungsfluß nach Erde dürften jedoch eine zahlenmäßig nicht zu vernachlässigende Erhöhung dieser Transformatorkapazität bedeuten.

IIc. Zusammentreffen von äußerer und innerer Resonanz.

Eine sehr große Gefährdung der Wicklung wird eintreten, wenn innere und äußere Resonanz zusammentreffen, also bei Drosselspulenschutz ohne jede Überbrückung, wenn die Eigenschwingungszahl des Eingangskreises annähernd gleich der Grundfrequenz oder einer niedrigen Harmonischen der Wicklung ist. Bei Resonanz mit der Grundfrequenz wären dann zwischen Wicklungsmitte und Erde beim Auftreffen kritischer Wellen Spannungen vom etwa zehnfachen Betrage der Betriebsspannung ohne weiteres möglich, zwischen Schenkelmittle und Schenkelmittle also Spannungen vom zwanzigfachen Betrage der Betriebsspannung. Bei einer Wicklung mit 1000 Windungen von je 1 m Länge würden die Windungsspannungen am Anfang und am neutralen Punkt etwa den 30. Teil der normalen Betriebsspannung betragen. Ähnlich hohe Windungsspannungen können beim Zusammentreffen äußerer und innerer Resonanz mit höheren Harmonischen der Wicklung an beliebigen Wicklungspunkten auftreten. Der Fall des Zusammentreffens von äußerer und innerer Resonanz wird allerdings mit völliger Reinheit der Abstimmung im praktischen Betriebe nur ganz ausnahmsweise eintreten können; zu bedenken ist aber, daß auch schon bei ganz unreiner Abstimmung sehr gefährliche Resonanzerscheinungen möglich sind.

Auch bei vollkommen gedämpftem Eingangskreis läßt sich die Gefahr der inneren Resonanz nicht ganz beseitigen. Beim Auftreffen eines rechteckigen Wellenzuges befolgt bei vollkommener Dämpfung die Spannung an den Transformator клемmen das

Abb. 21. Spannungsverlauf an den Transformator клемmen, hervorgerufen durch einen Rechteckwellenzug bei vollkommen gedämpftem Eingangskreise.

in Abb. 21 dargestellte Zeitgesetz. Resonanz mit den Wicklungs-Harmonischen ist also noch immer durchaus möglich. Ebenso kann, wenn die Frequenz der Impulse in der Nähe der kritischen Frequenz liegt, Resonanz mit dem Schwingungskreise einer Windung eintreten. Je größer im vollkommen gedämpften Schutzkreise die Schutzinduktivitäten und je höher die Schutzkapazitäten sind, um so kleiner wird die maximale Amplitude der Spannungsimpulse an den Transformator клемmen sein. Durch große

Schutzkapazitäten und Induktivitäten kann also die Gefahr der inneren Resonanz sehr verringert werden.

II d. Die Einwirkung des Eisenkernes.

Bei unseren Betrachtungen haben wir die Mitwirkung des Eisens nur insofern in Betracht gezogen, als wir eine konstant bleibende Einwirkung auf die ideelle Geschwindigkeit annahmen. Wahrscheinlich wird aber das Vorhandensein des Eisenkerns noch eine andere Wirkung auf die Schwingungsverhältnisse in der Wicklung ausüben. Bei sehr hohen Frequenzen wird wegen der Kraftlinienverdrängung nur die äußerste Haut des Eisens einen Fluß führen, der Einfluß des Eisens dürfte also verhältnismäßig gering sein. Es ist aber anzunehmen, daß es eine mit abnehmender Frequenz stark wachsende Rolle spielt. Besonders dann wird es auf die Verhältnisse wesentlich einwirken können, wenn den Kraftlinien ein geschlossener Eisenkreis zur Verfügung steht, wenn z. B. zwei Schenkel eines Dreiphasen-Transformators mit der Grundfrequenz zur Resonanz gekommen sind: Dann wirken die AW je eines Schenkels in gleichem Sinne magnetisierend, und der gesamte Kraftfluß beider Schenkel kann sich durch den dritten schließen. Abgesehen von derartigen Sonderfällen ist zu erwarten, daß die Mitwirkung des Eisens bei abnehmender Frequenz eine Vergrößerung der Selbstinduktion hervorbringt, also eine Verkleinerung der Geschwindigkeit. Sie wirkt daher im umgekehrten Sinne wie der kapazitive Nebenschluß der Windungen. Diese Wirkung dürfte aber erst bei recht niedrigen Frequenzen in Erscheinung treten, bei denen eine merkbare Wirkung der Windungsbeeinflussung nicht mehr besteht.

Bei langen Wellen wird demnach durch die Mitwirkung des Eisens das proportionale Anwachsen der inneren Wellen mit den auftretenden äußeren sicherlich stark beeinträchtigt, eine Erscheinung, die dadurch schädlich werden kann, daß für Wellen, die mit einer niedrigen Wicklungs-Harmonischen zur Resonanz kommen können, der kritische Bereich ganz beträchtlich erweitert wird.

III. Experimentelle Untersuchung der Schwingungserscheinungen.

III a. Versuchsanordnungen.

Die benutzten Transformatoren. Für die Versuche standen ein Luft- und ein Öltransformator zur Verfügung. Der Lufttransformator war speziell für Laboratoriumszwecke gebaut. Sein Übersetzungsverhältnis betrug 220/33000 Volt, seine Schaltung war: Stern/Stern. Jeder Schenkel trug hochvoltseitig drei verschiedene Spulensorten. Die 8 Eingangsspulen von je 29 Windungen besaßen besonders verstärkte Isolation, es folgten 8 Mittelspulen von je 56 Windungen mit verstärkter Isolation, die 14 Endspulen von je 80 Windungen waren normal isoliert. Die mittlere Länge einer Windung betrug 1,6 m, die gesamte Wicklungslänge eines Schenkels 2881 m. Die Verbindungen zwischen den einzelnen Spulen waren zu Meßzwecken leicht zugänglich.

Der Öltransformator war für normalen Betrieb gebaut. Sein Leistungsschild trug

die Angaben: „20 KVA dauernd, 50 Perioden, 25000—20000—19500/400 Volt, Schaltungsart C.“ Abb. 22 zeigt die Klemmenanordnung. Zwischen U und I, V und I, W und I lagen die verstärkten Eingangsspulen. Die Umschaltstücke lagen bei den Versuchen dauernd zwischen I und I, so daß sich zwischen allen Klemmen aktive Wicklungstücke befanden.

Die Versuche wurden durchweg mit Einphasenstrom ausgeführt. Der freie Schenkel wurde beim Lufttransformator hochspannungsseitig abgetrennt, beim Öltransformator blieb er mit dem Sternpunkt verbunden.

Schaltungen. Da für die experimentelle Untersuchung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise nur verhältnismäßig wenige Kabelstrecken verschiedener Länge zur Verfügung standen, hätte die Untersuchung der Eigenschwingungen bei Erregung durch Rechteckwellen nur bei wenigen Frequenzen vorgenommen werden können. Um die Untersuchungen auf einen größeren Bereich der Wellenlängen ausdehnen zu können, wurden für eine Reihe von Versuchen Sinusschwingungen als erregende Impulse benutzt. Die Schwingungen wurden in einem besonderen, mit dem

Eingangskreise kapazitiv gekoppelten Erregerschwingungskreis erzeugt. Die Abbildungen 23a und b zeigen das Schema dieser Versuchsanordnung für ungeerdete Transformatoren. NW und HW bedeuten Niederspannungs- und Hochspannungswicklung, C die natürliche, unverstärkte Transformator-Eingangskapazität, L die Schutzdrosselspulen. C' und L' sind Kapazität und Selbstinduktion des Erregerschwingungskreises. Zu Versuchen mit Rechteckwellen standen 2 Drehstromkabel von 117 und 75 m Länge zur Verfügung. Die beiden Kabel wurden

Abb. 22. Klemmenanordnung eines Öltransformators.

a) Transformator ungeerdet und doppelpolig geschützt.

b) Transformator einpolig geerdet und einpolig geschützt.

Abb. 23 a und b. Anordnungen zur Untersuchung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise bei Erregung durch Sinusschwingungen.

a) Transformator ungeerdet, doppelpolig geschützt. Phasenschluß.

b) Transformator ungeerdet, einpolig geschützt. Phasenschluß.

c) Transformator ungeerdet, doppelpolig geschützt. Erdschluß.

d) Transformator einpolig geerdet, einpolig geschützt. Phasenschluß.

Abb. 24 a—d. Anordnungen zur Untersuchung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise bei Erregung durch Rechteckwellenzüge.

einzelnen und hintereinander geschaltet nach den Schaltbildern der Abb. 24 a bis d über Drosselspulen an den Transformator angeschlossen. Bei beiden Versuchsanordnungen wurden die Schwingungen durch Überslag an einer fein einstellbaren Zinkfunkenstrecke F eingeleitet, die aus 3 in Reihe geschalteten Funkenstrecken bestand. Die Überschlagespannung, die im Niedervoltkreise des Transformators gemessen wurde, blieb hinreichend konstant, wenn die Funkenstrecke eine Zeitlang gearbeitet hatte. Die Überschläge wurden dadurch hervorgerufen, daß die Zuleitung zur Niedervoltwicklung nach Einstellung einer bestimmten Überschlagespannung vielfach hintereinander kurzzeitig geschlossen wurde.

Zur Untersuchung der Erscheinungen beim Eindringen von Sinuswellen in die Wicklung wurde zuerst eine größere Kapazität an die Klemmen des Transformators gelegt, die sich über eine Selbstinduktion mit in Reihe liegender Funkenstrecke entladen

Abb. 25. Anordnung zur Untersuchung der Spannungsverteilung in der Wicklung beim Eindringen langer Wellen.

konnte. Das Schema der Anordnung ist in Abb. 25 dargestellt. Bei kurzen Wellen führte diese Anordnung zu keinem befriedigenden Ergebnis, weil der Einfluß der vor dem Überslag auf der Wicklung ruhenden Spannung die Klarheit des Bildes beeinträchtigte. Bessere Resultate wurden bei einer Anordnung nach Abb. 23 a erzielt, wobei nach Feststellung des Resonanzpunktes

der beiden gekoppelten Schwingungskreise die bei Resonanz auftretende Spannungsverteilung in der Wicklung beobachtet wurde. Die natürliche Eingangskapazität C wurde zur Erzielung längerer Wellen durch Zusatzkapazitäten beträchtlich verstärkt. Da hierbei die ruhende Spannung im Verhältnis zu der maximalen Amplitude der durch Resonanz erzeugten eindringenden Sinuswelle verhältnismäßig klein war, konnte der Einfluß der Sinuswellen deutlich beobachtet werden.

Die auftretenden Überspannungen wurden durch eine Meßfunkenstrecke mit Kugeln von 2 cm ϕ festgestellt. Die so gewonnenen Spannungswerte sind wohl bei großen Überschlagsweiten etwas zu niedrig, weil die auftretenden Überspannungen oft zu kurzzeitig sein dürften, um die Ionisierungsarbeit der langen Funkenstrecke vollbringen zu können.

IIIb. Untersuchung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise.

Beweis für das Vorhandensein der Eingangskapazität durch Resonanz mit Rechteckwellen. (Versuche am Lufttransformator.) An den Lufttransformator wurden Kabelstrecken von 75, 117 und 192 m Länge, ferner eine Freileitung von etwa 140 m Länge über variable Schutzdrosselspulen von maximal je 8 Millihenry nach Schaltbild 24 a angeschlossen. Der Überslag an der Funkenstrecke F am Ende des Kabels, der praktisch den Fall eines Kurzschlusses bedeutet, erfolgte bei 10000 Volt. Diese Spannung ist also als Betriebsspannung aufzufassen. Gemessen wurden die beim Kurzschluß auftretenden Überspannungen an den Transformator клемmen, ferner die Spannungen an den 3 Eingangsspulen mit insgesamt 87 Windungen.

Die Abb. 26 bis 29 zeigen das Ergebnis. Der besseren Anschaulichkeit wegen sind die auftretenden Überspannungen über der Wurzel der einpoligen Schutzinduktivität $\frac{1}{2}L$ als Abszisse aufgetragen, da die Wurzelwerte bei konstanter Kapazität den Eigenwellenlängen des Schwingungskreises direkt proportional sein müssen. Die Kurven sind ausgesprochene Resonanzkurven mit einem sehr scharf ausgeprägten Maximum. Die Resonanzabszissen $\sqrt{\frac{1}{2}L}$, also auch die Resonanzwellenlängen, sind bei den Kurven 26 bis 28 der Kabellänge proportional, ein Beweis dafür, daß die mitschwingende Kapazität im Untersuchungsbereich eine unveränderliche Größe ist. Außer dem stark ausgeprägten Resonanzpunkt ist eine Vorresonanz bei den beiden kurzen Kabeln angedeutet, bei dem längsten Kabel deutlich zu erkennen. Sie tritt beim dritten Teil der Hauptresonanz-

Abb. 26. Versuchsanordnung nach Abb. 24a. Kabellänge: 75 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Abb. 27. Versuchsanordnung nach Abb. 24a. Kabellänge: 117 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Abb. 28. Versuchsanordnung nach Abb. 24a. Kabellänge: 192 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Abb. 29. Versuchsanordnung nach Abb. 24a. Freileitungslänge: 140 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Abb. 30. Versuchsanordnung nach Abb. 24b. Kabellänge: 117 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen:
// zwischen geschütztem Pol und Erde.
/// zwischen ungeschütztem Pol und Erde.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen der geschützten Seite.

Abb. 31. Versuchsanordnung nach Abb. 24c. Kabellänge: 117 m.

- a) Spannung an den Transformator-klemmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen der Erdschlußseite.
c) Spannung an den 3 Eingangsspulen der Gegenseite.

Abb. 32. Versuchsanordnung nach Abb. 24d. Kabellänge: 117 m.
Spannung an den Transformator-klemmen.

Abb. 26—32. Resonanzüberspannungen am Transformator beim Auftreffen von Rechteckwellenzügen in Abhängigkeit von der Schutzinduktivität.

Betriebsspannung: 10000 Volt.

Schutzspulen unüberbrückt.

Versuche am Lufttransformator.

abszisse auf, die Rechteckwelle hat also bei dieser Vorresonanz die dreifache Länge der Eigenwelle des Eingangskreises¹⁾. Für die Resonanzabszisse des Freileitungsversuches (Abb. 29) kann natürlich nicht das gleiche Proportionalitätsgesetz zwischen Leitungslänge und Resonanzwellenlänge gelten, das sich aus den Kabelversuchen ergab, da die Ausbreitungsgeschwindigkeit in beiden Leitungen beträchtlich verschieden sein muß.

Die Höhe der Resonanzklemmenspannung schwankt bei den Kabelversuchen zwischen dem fünf- und sechsfachen Werte der Normalspannung. Mit wachsender Kabellänge scheint die maximale Überspannung abzunehmen; dieses Verhalten entspricht dem Rechnungsergebnis, nach welchem die Dämpfung durch die in die Wicklung ziehenden Wellen mit wachsender Schutzinduktivität zunimmt (vgl. Abb. 9). Die Resonanzspannung beim Freileitungsversuch ist beträchtlich niedriger. Der hohe Wellenwiderstand dieser Leitung, der etwa 700 Ohm betragen dürfte, verhindert das Zustandekommen der hohen Überspannung. Immerhin ist auch hier noch die dreifache Betriebsspannung an den Transformatorklemmen zu konstatieren.

Die Kurven der Dreispulenspannungen verlaufen ganz analog den Klemmspannungskurven.

Das Schaubild der Abb. 30 läßt uns die Art des Schwingungsvorganges deutlicher erkennen. Der Transformator war hier nur einpolig durch eine Schutzinduktivität geschützt, blieb aber ungeerdet (Schaltung Abb. 24b). Am Ende des angeschlossenen 117 m-Kabels wurden Kurzschlüsse erzeugt. Ein Vergleich mit Abb. 27 zeigt, daß der Resonanzpunkt trotz des Fortfallens einer Induktivität im Eingangskreis bei der nahezu gleichen einpoligen Schutzinduktivität liegt wie dort. Die Resonanzspannung ist allerdings viel geringer geworden. Mißt man im Resonanzpunkte die beiden Teilspannungen zwischen jeder Transformatorklemme und Erde, so zeigt sich, daß die ungeschützte Klemme bei allen Induktivitäten auf der Gegenseite die nahezu unveränderte Spannung gegen Erde aufweist, die etwa gleich der halben Normalspannung ist, während die geschützte Klemme beträchtliche Resonanzüberspannungen gegen Erde erhält. Die beiden Teilspannungen sind in Abb. 30 durch verschiedene Schraffierung gekennzeichnet. Die Überspannungen der geschützten Klemme gegen Erde betragen etwa die Hälfte der Klemmenüberspannungen beim doppelpolig geschützten Transformator. An den drei Eingangsspulen des ungeschützten Schenkels sind keine nennenswerten Überspannungen festzustellen, der geschützte Schenkel jedoch zeigt die gleichen Überspannungen wie bei doppelpoligem Schutz. Es ist klar ersichtlich, daß hier nur die Eingangserdkapazität des geschützten Poles an den Schwingungen teilnimmt. Die Schwingungen gehen also merkbar nur zwischen Wicklung und Erde vor sich. Da hiernach jeder Eingangserdkreis ohne wesentliche Änderung der Frequenz ganz getrennt für sich zu schwingen vermag, kann die gegenseitige Kapazität der Eingangswindungen und der Einführungsleiter gegenüber der Erdkapazität dieser Teile nur eine ganz unwesentliche Rolle spielen.

Beim Erdschluß des doppelpolig geschützten, ungeerdeten Transformators (Schaltbild Abb. 24c) hat sich die Resonanzlage, wie aus Abb. 31 zu ersehen, wieder kaum verändert. Die Resonanzspannung ist beträchtlich kleiner als beim Kurzschluß, weil ja — genau wie beim letzten Versuch — nur der eine Eingangserdkreis durch Rechteckwellen der halben Betriebsspannung in Schwingungen versetzt wird. Dementsprechend zeigen auch nur die Eingangswindungen der Erdschlußseite nennenswerte Überspannungen. Der Schwingungsvorgang scheint also genau so vor sich zu gehen wie beim Kurzschluß des einpolig geschützten Transformators.

Wird eine der beiden Phasen am Transformator selbst und am Kurzschlußende des Kabels geerdet und der Transformator nur auf der ungeerdeten Seite geschützt (Schaltbild 24d), so ist ein Phasenkurzschluß am Kabelende mit Erdschluß identisch. Abb. 32 zeigt das Versuchsergebnis: Die Resonanzlage hat sich wieder nicht wesentlich

¹⁾ Die 3. Harmonische des Rechteckwellenzuges stimmt hier mit der Eigenfrequenz des Eingangskreises überein.

verschoben. Der Eingangserdkreis auf der Erdschlußseite wird jetzt durch eine Rechteckwelle der vollen Betriebsspannung getroffen. Es tritt daher ungefähr die gleiche Überspannung auf wie beim Kurzschluß des doppelpolig geschützten Transformators, wo beide Erdkreise durch Rechteckwellen von halber Normalhöhe in Schwingungen versetzt wurden. Entfernt man die Erdung nur am Kabelende, so hören beim Kurzschluß die Resonanzüberspannungen ganz auf. Die auf das Leitungsende geschaltete Entladewelle eilt jetzt als negative und positive Halbwelle auf beiden Leitungen fort, da die Verteilung der Entladewelle durch den Erdschluß an der Transformator клемme noch nicht beeinflußt werden kann. Während die eine Entladewelle an der Induktivität unter Verdoppelung reflektiert wird, trifft die andere den Kurzschlußpunkt und wird unter Spannungsumkehr zurückgeworfen. Beide Leitungen werden jetzt vollkommen spannungslos, und der Lichtbogen verlöscht nach einmaligem Hin- und Rücklauf der Welle. Resonanzerscheinungen kommen also nicht zustande.

Die Existenz der Eingangskapazität und die Gefährlichkeit unüberbrückter Schutzspulen ist durch diese Versuche bewiesen. Die Versuche zeigen, daß noch in beträchtlicher Entfernung vom Punkte reiner Abstimmung sehr große Überspannungen auftreten können. Bei einer gegebenen Größe der Schutzinduktivität wird also ein recht großer Bereich von Leitungslängen als kritisch anzusehen sein.

Bestimmung der Größe der Eingangskapazität durch Resonanz mit Sinuswellen. (Versuche am Lufttransformator.) Da die Geschwindigkeit im Kabel nicht genau be-

Abb. 33. Versuchsanordnung nach Abb. 23 a. Spannung an den Transformator клемmen in Abhängigkeit von der Induktivität des Erregerkreises (Erregerwellenlänge) bei verschiedenen Schutzinduktivitäten.

Abb. 35. Spannung an den Transformator клемmen in Abhängigkeit von der Induktivität des Erregerkreises (Erregerwellenlänge).

Schutzinduktivität: $\frac{1}{2} L = 5 \cdot 10^{-3}$ Henry.

- a) Transformator ungeerdet, Versuchsanordnung nach Abb. 23 a.
b) Transformator einpolig geerdet, Versuchsanordnung nach Abb. 23 b.

Abb. 34. Induktivität des Erregerkreises in Abhängigkeit von der zugehörigen Schutzinduktivität bei völliger Resonanz. (Aus Abb. 33 bestimmt.)

Abb. 36. Spannung an den Transformator клемmen in Abhängigkeit von der Induktivität des Erregerkreises (Erregerwellenlänge).

Schutzinduktivität: $\frac{1}{2} L = 1,7 \cdot 10^{-3}$ Henry.

Versuchsanordnung nach Abb. 23 a.

- a) Spannung an den Transformator клемmen.
b) Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Abb. 33—36. Resonanzüberspannungen am Transformator bei Erregung durch Sinuswellen variabler Frequenz und bei konstanter Schutzinduktivität.

Betriebsspannung: 10000 Volt.

Schutzspulen unüberbrückt.

Gemeinsame Kapazität der gekoppelten Kreise: $C' = 0,005 \cdot 10^{-6}$ F.

kannt ist, läßt sich die Größe der Eingangskapazität aus den Kabelversuchen nicht bestimmen. Beim Freileitungsversuch ist der Resonanzpunkt so wenig ausgeprägt, daß er für eine sichere Berechnung nicht geeignet ist. Es wurden daher eine Reihe von Versuchen nach Schaltbild 23a mit Erregung durch Sinusschwingungen vorgenommen. Da die verwendeten Selbstinduktionen und Kapazitäten genau geeicht waren, konnten die Wellenlängen des erregenden Kreises mit Sicherheit bestimmt werden. Als gemeinsame Kapazität der beiden Schwingungskreise wurde für diese Versuche ein Kondensator von 0,005 MF benutzt.

Abb. 33 zeigt das Ergebnis. Die Resonanzkurven, von denen jede für einen bestimmten Wert der Schutzinduktivität gilt, sind in Abhängigkeit von der Wurzel der Meßinduktivität aufgetragen. Die Resonanzpunkte sind deutlich ausgeprägt. Tragen wir die Resonanzinduktivitäten des Erregerkreises in Abhängigkeit von der zugehörigen Schutzinduktivität auf, so zeigt sich, daß die Punkte sehr nahe einer geraden Linie O—A liegen (Abb. 34). Wir erkennen wieder, daß die Eingangskapazität — wenigstens im Bereich unserer Untersuchung — als eine unveränderliche Größe angesehen werden kann. Aus der Mittelgeraden O—A ergibt sich ein Wert von $0,56 \cdot 10^{-10}$ Farad für die Kapazität zwischen Pol und Pol, also von $1,12 \cdot 10^{-10}$ Farad für die Erdkapazität. Schützen wir den Transformator nach Schaltbild 23b nur einpolig und erden ihn auf der ungeschützten Seite, so verschiebt sich, wie aus Abb. 35 zu ersehen, die Resonanzlage nur sehr wenig gegenüber doppelpoligem Schutz bei ungeerdetem Transformator. Es zeigt sich also auch hier, daß die direkte Kapazität zwischen Pol und Pol beim Schwingungsvorgang nur eine untergeordnete Rolle spielen kann. In Abb. 36 sind für eine bestimmte Schutzinduktivität Klemmspannung und Dreispulenspannung für variable Erregerwellenlänge aufgetragen. Die Maxima der Kurven fallen genau zusammen.

Die Höhe der auftretenden maximalen Resonanzspannung schwankt zwischen dem drei- und fünffachen der Normalspannung, ist also niedriger wie bei Resonanz mit Rechteckwellen, ganz wie es die theoretischen Überlegungen voraussagen ließen. Nach den Kurven der Abb. 33 sinkt die maximale Resonanzspannung mit zunehmender Wellenlänge beträchtlich. Es liegt zunächst die Möglichkeit vor, daß die Dämpfung im Erregerkreise die Ursache davon ist; denn mit zunehmender Induktivität L' wird der Entladestrom kleiner und dadurch die Funkendämpfung größer. Um diesen Einfluß zu prüfen, wurden die erste und die letzte Resonanzkurve der Abb. 33 nochmals bei andern gemeinsamen Kapazitäten C' aufgenommen, die erste beim dritten Teil, die letzte beim dreifachen Wert der zuerst gewählten Kapazität. Es ließ sich jedoch kein nennenswerter Einfluß der variablen Funkendämpfung konstatieren. Das Abnehmen der Resonanz-Amplitude könnte als eine Folge der Vergrößerung der Schutzinduktivität erscheinen, wie es die theoretischen Erwägungen voraussagen ließen (vgl. Abb. 5). Es ist aber viel wahrscheinlicher, daß wir bei diesen Versuchen die Grenze der kritischen Frequenz überschritten haben, und daß die recht plötzliche Vergrößerung der Dämpfung durch das beginnende Einziehen der Wellen längs des Drahtes hervorgerufen wird. Auffallend ist dann allerdings, daß auch in diesem Gebiet die Eingangskapazität so konstant erscheint. Daraus wäre zu schließen, daß der konstante Teil dieser Kapazität, herrührend vom Verschiebungsfluß der Einführungsleiter und der Eingangsspule, die variable eigentliche Wicklungskapazität bedeutend überträgt. Die kritische Frequenz des Transformators würde bei dieser Annahme in der Größenordnung $2,5 \cdot 10^5$ Per/Sek. zu suchen sein.

Das wichtigste Ergebnis dieser Versuchsreihe liegt in dem sichern Nachweis der Existenz einer meßbaren „Eingangskapazität“, die im Untersuchungsbereich unveränderlich erscheint. Wir bewegten uns bei diesen Versuchen, wie sich durch Rechnung aus den Werten der Kapazitäten und Induktivitäten ergibt, zwischen $1,8 \cdot 10^5$ und $5,7 \cdot 10^5$ Perioden pro Sekunde.

Dämpfung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise. (Versuche am Lufttransformator.) Eine Reihe von Versuchen zeigt die Dämpfung der Resonanzerschei-

nungen im Eingangskreise durch Ohmsche Widerstände, die zu den Drosselspulen parallel geschaltet sind.

Abb. 37. Resonanz mit Sinuswellen. Versuchsanordnung nach Abb. 23a.

Spannung an den Transformator-klemmen in Abhängigkeit von der Induktivität des Erregerkreises (Erreger-Wellenlängen).

Gemeinsame Kapazität der gekoppelten Kreise:
 $C' = 0,005 \cdot 10^{-8}$ F.

Schutzinduktivität pro Pol: $\frac{1}{2} L = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Hy.

Abb. 38. Spannung an den Transformator-klemmen.

Abb. 38 und 39. Resonanz mit Rechteckwellenzügen. Versuchsanordnung nach Abb. 24a mit Kabel von 117 m Länge. Spannungen in Abhängigkeit von der Schutzinduktivität.

Abb. 37—39. Dämpfung der Resonanzerscheinungen im Eingangskreise durch Überbrückung der Schutzspulen mit Ohmschen Widerständen.

Versuche am Lufttransformator.

Betriebsspannung: 10000 Volt.

Abb. 39. Spannung an den 3 Eingangsspulen.

Zunächst wurde die Dämpfung bei Sinuswellenerregung nach dem Schaltbild der Abb. 23a untersucht. Die Schutzinduktivität $\frac{1}{2} L$ betrug an jedem Pole $1,7 \cdot 10^{-8}$ Henry, die gemeinsame Kapazität C' des Eingangskreises und des erregenden Kreises wie früher 0,005 MF. Variiert wurde die Induktivität L' des erregenden Kreises. Abb. 37 zeigt das Ergebnis. Ohne Überbrückung der Drosselspulen tritt die 4,2 fache Überspannung an den Transformator-klemmen auf. Bei Parallelschaltung von je 20000 Ohm zeigt sich noch immer die etwa 3 fache Überspannung, bei Verkleinerung des Überbrückungswiderstandes wird die Kurve immer flacher, bei 5000 Ohm beträgt die Überspannung nur noch etwa 35%, und bei 2500 Ohm ist sie praktisch verschwunden. Theoretisch ergibt sich für vollkommene Dämpfung aus den angegebenen Werten ein Parallelwiderstand von höchstens 2000 Ohm pro Spule. Es ist aber schon bei beträchtlich höheren Werten eine ausgezeichnete Dämpfung vorhanden. Man wird also praktisch ohne Bedenken das 2- bis 3 fache des theoretisch richtigen Wertes zulassen können. Die Maxima der Resonanzkurven wandern in unserm Schaubild mit abnehmendem Überbrückungswiderstand nach rechts: Die Eigenfrequenz des Schwingungskreises nimmt mit wachsender Dämpfung ab, Resonanz erfolgt also bei längeren Erregerwellen.

Abb. 38 zeigt die Ergebnisse der Dämpfungsversuche bei Erregung des Eingangskreises durch Kurzschluß-Rechteckwellen im 117 m-Kabel. Die Versuchsanordnung entsprach dem Schema der Abb. 24a. Variiert wurde bei konstantem Überbrückungswiderstand die Schutzinduktivität beider Pole. Ohne Parallelwiderstand tritt die etwa 6fache Überspannung auf bei einer Induktivität von etwa $2 \cdot 10^{-3}$ Henry pro Pol. Der theoretisch richtige Überbrückungswiderstand beträgt wie vorher etwa 2000 Ohm pro Spule. Der Abfall der Resonanzamplitude mit abnehmendem Widerstand geht genau so vor sich wie bei der Erregung durch Sinusschwingungen. Nur wandert in diesem Schaubild der Ort des Maximums nach links: Da hier im Gegensatz zum vorigen Versuch die Frequenz der erregenden Impulse konstant bleibt, kommt die Einwirkung der Dämpfung auf die Frequenz des Eingangskreises darin zum Ausdruck, daß mit wachsender Dämpfung bei immer größeren Werten der idealen Eigenfrequenz $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ Resonanz-

abstimmung vorhanden ist. Das gleiche Bild gibt die Aufnahme der Drei-Spulen-spannungen (Abb. 39).

Die Kurve der Abb. 40 zeigt, daß auch durch Ohmsche Parallelwiderstände, die

Abb. 40. Dämpfung der Resonanzerscheinungen durch Überbrückung der Schutzspulen mit induktiv-Ohmschen Parallelwiderständen. Schutzinduktivität pro Pol: $\frac{1}{2} L = 5 \cdot 10^{-3}$ Hy. Die übrigen Versuchsbedingungen wie bei Abb. 37.

- a) Schutzspulen unüberbrückt.
b) Schutzspulen überbrückt durch je 4000 Ohm bei $0,5 \cdot 10^{-3}$ Hy.

mit Induktivität behaftet sind, vollkommene Dämpfung erzielt werden kann. Bei dem durch Sinusschwingungen erregten Eingangskreise mit $5 \cdot 10^{-3}$ Henry pro Pol wurde jede Schutzspule durch eine Induktivität von $0,5 \cdot 10^{-3}$ Henry bei 4000 Ohm überbrückt. Diese Werte stellen ungefähr die theoretisch günstigsten dar. Die Schwingungen erscheinen praktisch vollkommen gedämpft.

Die Wirkung der Dämpfungsüberbrückung auf den Sprungwellenschutz wurde durch einige möglichst genaue Messungen festgestellt. Dabei wurden die Spannungen an den 3 Eingangsspulen mit insgesamt 87 Windungen gemessen. Die Schaltung entsprach dem Schema der Abb. 24a. Angeschlossen war das 117 m-

Kabel. Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

Schutzinduktivität pro Pol:				a	b	c	d
				0	$2,5 \cdot 10^{-3}$ Hy	$5 \cdot 10^{-3}$ Hy	$8 \cdot 10^{-3}$ Hy
unüberbrückt				4400 V.	15000 V.	4800 V.	2200 V.
überbrückt durch je	b	c	d		3200 V.	2900 V.	2900 V.
	2500 Ω	5000 Ω	5000 Ω				
überbrückt durch je	b	c	d	4400 V.	3000 V.	2400 V.	2400 V.
	2500 Ω $0,3 \cdot 10^{-3}$ Hy	5000 Ω $0,6 \cdot 10^{-3}$ Hy	5000 Ω $1,0 \cdot 10^{-3}$ Hy				

Die Drei-Spulen-Spannung des ungeschützten Transformators betrug danach 4400 Volt bei 10000 Volt Betriebsspannung. Bei unüberbrückten Spulen von $2,5 \cdot 10^{-3}$ Henry pro Pol stieg die Drei-Spulen-Spannung auf 15000 Volt, den $3\frac{1}{2}$ fachen Wert des ungeschützten Zustandes. Bei gleichmäßiger Verteilung auf die 87 Windungen von je 1,6 m Länge entspräche diese Spannung einer Windungsspannung von 173 Volt oder einem Gradienten von

216 Volt pro m. Infolge ungleichmäßiger Verteilung der gemessenen Spannung dürften aber einzelne Windungen dieser Gruppe noch beträchtlich höher beansprucht worden sein. Bei dem annähernd richtigen Überbrückungswiderstand von 2500 Ohm waren die Resonanzerscheinungen beseitigt. Die Drei-Spulen-Spannung betrug nur noch 73% der Spannung des ungeschützten Zustandes. Trotz völliger Übereinstimmung der Kabellänge mit der Eigenwelle der Schutzordnung wird also bei richtiger Überbrückung nicht nur jede Resonanzerscheinung beseitigt, sondern sogar noch eine Schutzwirkung erzielt.

Eine allerdings recht kleine weitere Verbesserung brachte die Einschaltung einer Zusatzinduktivität von $0,3 \cdot 10^{-3}$ Henry in den Überbrückungskreis. Nach den theoretischen Erwägungen mußte der Gradient durch die Zusatzinduktivität um etwa 30% reduziert werden. Jedoch kann sich diese Verbesserung, wie aus den Schaubildern der Abb. 15 zu ersehen ist, über eine größere Anzahl von Windungen hin kaum bemerkbar machen.

Bei Verwendung zweier Schutzspulen von je $5 \cdot 10^{-3}$ Henry haben wir uns vom Resonanzpunkt merklich entfernt. Allerdings zeigt sich auch hier noch ohne Spulenüberbrückung eine geringe Erhöhung der Drei-Spulen-Spannung gegenüber dem ungeschützten Zustand. Bei annähernd richtiger Überbrückung durch rein Ohmsche Widerstände ist die Schutzwirkung der Anordnung besser als bei kleinen Spulen, da der jetzt höhere Ohmsche Widerstand den Anfangswert des Stromes und damit den Spannungsgradienten herabsetzt. Eine kleine Verbesserung ist auch hier bei Verwendung von induktiv-Ohmschen Widerständen zu konstatieren.

Bei unüberbrückten Spulen von je $8 \cdot 10^{-3}$ Henry beträgt die Drei-Spulen-Spannung nur die Hälfte von der des ungeschützten Zustandes. Es sind keine Spuren einer Resonanzerscheinung mehr vorhanden und jede Überbrückung beeinträchtigt die Schutzwirkung. Natürlich würden sich bei entsprechend längeren Kabeln die Verhältnisse derart verschieben, daß gerade bei höheren Induktivitäten die jetzt bei $2,5 \cdot 10^{-3}$ Henry pro Pol konstatierten Resonanzerscheinungen auftreten.

Untersuchung der äußeren Resonanz beim Öltransformator. Infolge der konstruktiven Ausbildung der Spulenzapfungen konnte der Eingangskreis des Öltransformators nicht wie ein einfacher Thomsonscher Schwingungskreis wirken. Die 4 Spulenzapfungen waren durch einen gemeinsamen Porzellan-Isolator hinausgeführt, besaßen also eine nicht unerhebliche Kapazität gegeneinander und gegen Erde. Die zwischen 2 Zapfungen gelegenen Spulenteile bildeten so mit den zugehörigen Durchführungsbolzen Nebenschwingungskreise, die mit dem früher definierten Eingangskreis kapazitiv gekoppelt waren. Das Schema des ziemlich komplizierten schwingungsfähigen Systems ist in Abb. 41 angegeben. Als erste Wirkung dieser Anordnung zeigte sich, daß die Versuche an dem für 20 000 Volt Betriebsspannung gebauten

Abb. 41. Kapazitätsschema der Einführungen des Öltransformators.

Transformator mit höchstens 6000 Volt ausgeführt werden konnten. Bei Spannungen über 6000 Volt brachte jede Sprungwelle und überhaupt jede hochfrequente Schwingungserscheinung, die an den Transformator клемmen vor sich ging, kräftige Überschläge zwischen den Klemmen der einzelnen zu einem Pol gehörigen Durchführungsbolzen hervor. Die Konstruktion der Klemmen war unter dem Gesichtspunkte entworfen worden, daß bei Benutzung jeder Zapfung die verstärkten Eingangswindungen am Wicklungseingang blieben. Erreicht wurde, daß sich bei jeder hochfrequenten Erscheinung, selbst wenn ihre Spannungsamplitude nur halb so groß wie die Betriebsspannung war, die Eingangswindungen durch Funkenüberschlag automatisch ausschalteten. Zapfungen dürfen also zweckmäßig nur am Nullpunkt vorgesehen werden, wie das bei gut gebauten Transformatoren wohl durchweg geschieht. Auch bei 6000 Volt Betriebsspannung hörten

die Überschläge noch nicht völlig auf. Sie traten aber nur an kritischen Punkten auf, so daß ihre Ursachen sich gut erkennen ließen.

Der Transformator wurde zunächst in der Anordnung nach Schaltbild 23a untersucht. Von den aufgenommenen Resonanzkurven sind in Abb. 42 bis 44 drei Gruppen wiedergegeben, die bei drei verschiedenen Schutzinduktivitäten und bei Verwendung verschiedener Parallelwiderstände aufgenommen wurden. Die Kurven zeigen je 2 Maxima, von denen das eine bei Variieren der Schutzinduktivität wandert, während das zweite, kleinere, unter allen Umständen bei der gleichen Frequenz der erregenden Impulse auftritt. Wir erkennen ohne weiteres, daß das wandernde Maximum den Resonanzpunkt des durch Schutzspulen und Eingangskapazität gebildeten Hauptkreises darstellt. Durch Rechnung geht hervor, daß auch hier die Eingangskapazität im Untersuchungsbereich konstant erscheint. Ihr Wert beträgt $1,05 \cdot 10^{-10}$ Farad. Einpolige Erdung des Transformators zeigt, daß die Eingangserdkapazität wie beim Lufttransformator genau doppelt so groß ist. Die beiden Kapazitätswerte betragen also etwa das Zweifache der für den Lufttransformator festgestellten Werte, und da diese beiden Transformatoren nach Bauart und äußeren Dimensionen recht verschieden waren, kann man schließen, daß wenigstens die Größenordnung der Eingangskapazität bei allen Transformatoren die gleiche sein wird. Die Parallelschaltung von Widerständen zu den Schutzspulen bringt wieder die gleichen Dämpfungserscheinungen hervor, die wir beim Lufttransformator beobachteten. Auch das unveränderliche Nebenmaximum wird gedämpft.

Abb. 42. Schutzinduktivität pro Pol: $\frac{1}{2} L = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Hy.

Abb. 43. Schutzinduktivität pro Pol: $\frac{1}{2} L = 5 \cdot 10^{-3}$ Hy.

Abb. 44. Schutzinduktivität pro Pol: $\frac{1}{2} L = 20 \cdot 10^{-3}$ Hy.

Abb. 42—44. Resonanz-Überspannungen an den Transformatorklemmen bei Erregung durch Sinusschwingungen variabler Frequenz. Versuche am Öltransformator nach Abb. 23a. Betriebsspannung: 6000 Volt. Dämpfung durch Ohmsche Parallelwiderstände. Gemeinsame Kapazität der gekoppelten Kreise: $C' = 0,005 \cdot 10^{-6}$ F. bedeutet Überschläge an den Anzapfdurchführungen.

Die Funkenüberschläge, die an den Klemmen der stärker isolierten Eingangsspulen auftraten, sind durch Schraffierung der Kurvenlinie angedeutet. Sie treten beim Haupt-

maximum nur in der Spitze, also bei verhältnismäßig hohen Spannungen auf. Mit zunehmender Dämpfung verschwinden sie hier. Beim Nebenmaximum erscheinen sie bei viel kleineren Spannungen, verschwinden auch mit zunehmender Dämpfung nicht, ja sie hören sogar dann nicht auf, wenn die Schutzspulen ganz kurz geschlossen werden, wenn also an den Transformatorklemmen eine Spannungserhöhung überhaupt nicht mehr eintreten kann. Wir erkennen in dieser Erscheinung einen Schwingungsvorgang, der in der Eingangsspulen-Gruppe vor sich geht. Die Erhöhung der Spannung an den Transformatorklemmen bei vorgeschalteten Spulen (das Nebenmaximum) ist nur eine sekundäre Erscheinung, die durch die kapazitive Koppelung der Systeme verursacht wird. Es ist aber nicht klar, ob wir es mit der Eigenschwingung des Kreises zu tun haben, der von den Eingangsspulen als Induktivität und ihren Durchführungsbolzen als Kapazität gebildet wird, oder ob hier die Wirkungen der kritischen Frequenz, also die Stromresonanz zwischen der Induktivität jeder Eingangswindung und ihrer Kapazität zur Nachbarwindung, in Erscheinung treten. Wenn die zweite Annahme richtig ist, hätten wir die kritische Frequenz für diesen Transformator festgestellt. Sie beträgt dann rechnerungsmäßig $2,65 \cdot 10^5$ Perioden.

Abb. 45 zeigt das Versuchsergebnis für eine Schaltung nach Schema 24 d). Angeschlossen war das 117 m-Kabel, der Transformator war geerdet und einpolig geschützt, der Phasenschluß am Kabelende also mit Kurzschluß identisch. Die Überspannungen betrugen ohne Überbrückung etwa das 4fache der Normalspannung. Nebenmaxima traten nicht auf, da ja hier die Zahl der erregenden Impulse konstant blieb und zufällig nicht im kritischen Bereich lag. Daher waren auch Funkenüberschläge nur bei den höchsten Spannungen zu bemerken. Die Dämpfungerscheinungen zeigen das gleiche Bild wie bei den entsprechenden Versuchen am Lufttransformator.

Abb. 45. Resonanz-Überspannungen beim Auftreffen von Rechteckwellen in Abhängigkeit von der Schutzinduktivität. Versuche am Öltransformator nach Abb. 24 d). Betriebsspannung: 6000 Volt. Dämpfung durch Ohmsche Parallelwiderstände.

III c. Untersuchung der Spannungsverteilung in der Wicklung beim Eindringen von Wellen.

Kriterien für die Beurteilung der Versuchsergebnisse. Bevor wir die Ergebnisse der Experimente betrachten, soll untersucht werden, durch welche charakteristische Merkmale wir die Art der Spannungsverteilung erkennen werden. Dies wird bisweilen schwierig sein, da wir ja nur den Höchstwert der an einem Punkte auftretenden Spannung messen können.

Denken wir uns eine sinusförmige Welle, deren Amplitudenkurve eine beliebige Funktion der Zeit ist, ohne wesentliche Verzerrung in die unendlich lang gedachte Wicklung einziehen, so wird die maximale Amplitude dieser Welle an allen Punkten der Wicklung auftreten, nach dem Wicklungsende zu durch die innere Dämpfung verkleinert. Eine Kurve, die uns die Spannung der einzelnen Wicklungspunkte gegen Erde oder gegen das als geerdet zu betrachtende, sehr weit entfernte Wicklungsende angibt, wird daher eine reine Dämpfungskurve sein. Die aufgenommene Kurve wird uns daher nur den Grad der Dämpfung erkennen lassen, irgendeinen Schluß auf die Wellenlänge im Innern der Wicklung erlaubt sie uns nicht. Das Gleiche gilt für eine Wicklung endlicher Länge, wenn die Dämpfung entsprechend hoch ist.

Sinkt die aufgenommene Kurve nicht stetig nach dem Wicklungsende zu, sondern zeigt irgendwelche örtliche Maxima, so haben wir es mit Resonanzerscheinungen zu tun, vorwiegend mit den Wirkungen der Wellenbrechung am Wicklungsende. Die Erscheinung der Wellenbrechung wird sich in jedem Falle — auch beim Fehlen einer nur angenähert reinen Resonanz mit einer Wicklungsharmonischen — in einer Spannungserhöhung kurz vor dem Wicklungsende äußern. Wir müssen ein ausgeprägtes Maximum dort erhalten, wo das Maximum der hinlaufenden Welle mit dem nächstliegenden Maximum der rücklaufenden, unter Spannungsumkehr reflektierten Welle zusammentrifft. Können wir in der aufgenommenen Kurve diesen Punkt genau erkennen, so läßt sich daraus mit Sicherheit die innere Wellenlänge berechnen: Der Punkt des Maximums liegt um eine Viertel-Wellenlänge vom Wicklungsende entfernt. Tatsächlich werden wir auf diese Weise die Wellenlänge in einigen Fällen mit großer Genauigkeit bestimmen können.

Dieses Mittel versagt aber, sobald es sich um sehr stark gedämpfte Wellen handelt, die kein ausgeprägtes Maximum in der Nähe des Wicklungsendes mehr liefern. Dann wird uns die Betrachtung der Spannungen gegen Wicklungsanfang helfen. Denken wir uns am Wicklungsanfang gerade das höchste negative Maximum der einziehenden Welle, so werden alle Punkte der Wicklung, in denen gerade positive Maxima sich befinden, die also um eine halbe Wellenlänge oder ein geradzahliges Vielfaches davon vom Anfang entfernt liegen, eine Spannung gegen den Wicklungsanfang aufweisen, die gleich der doppelten Amplitude der einziehenden Welle ist. Dabei wird nicht nur die Dämpfung im Wicklungsinern, sondern auch das Gesetz der einziehenden Welle einen Abfall der einzelnen Maximalwerte nach dem Ende zu verursachen. Zwischen diesen örtlichen Maxima liegen Punkte, die einem gradzahligen Vielfachen der Halbwellenlänge entsprechen, und die ohne vorhandene Dämpfung und bei konstanter Amplitude des eindringenden Wellenzuges zu allen Zeiten die Spannung Null gegen den Wicklungsanfang aufweisen würden. In Wirklichkeit werden sie jedenfalls ein örtliches Spannungsminimum zeigen.

Der Gradient der Spannung, den wir als Spulenspannung messen und dann als Mittelwert für den laufenden Meter der Wicklung berechnen können, wird sich ohne Brechung am Wicklungsende gleichfalls als eine einfache Dämpfungskurve darstellen, da alle Punkte der Wicklung vom maximalen Gradienten der einziehenden Welle beansprucht werden. Bei Wellenbrechung am Wicklungsende muß er nach dem Wicklungsende zu wieder ansteigen und dort einen Maximalwert erreichen. Kommt es zu ausgeprägten Resonanzerscheinungen, so werden auch an irgendwelchen andern Punkten im Innern der Wicklung örtliche Maxima des Gradienten auftreten.

Bei einer rein hyperbolischen Spannungsverteilung werden wir gegen Erde eine Verteilungskurve von der Form $A \cdot \sin(px)$, gegen Wicklungsanfang eine Kurve von der Form $A \cdot [1 - \sin(px)]$ erhalten. Der Gradient müßte sich in einer Kurve $B \cdot \cos(px)$ zeigen. Spannungserhöhungen durch Wellenbrechung sind ausgeschlossen.

Ob eine hyperbolische Spannungsverteilung mit einer darüber einziehenden Sinuswelle auftritt, wird sich bisweilen schwer feststellen lassen. Die Spannung gegen Erde gibt uns bei kleiner, stark gedämpfter Überlagerung ohne ausgeprägte Wellenbrechung sicher keinen Anhaltspunkt. Bei der Spannung gegen Wicklungsanfang aber werden wir ein Kurvenbild erhalten, bei welchem die örtlichen Spannungsminima schon in der Nähe des Wicklungsanfangs sehr hohe absolute Werte zeigen. Es wird sich in manchen Fällen nicht entscheiden lassen, ob diese Erscheinung von einer enorm hohen Dämpfung bei rein sinusartigem Eindringen der Welle oder von einer übergelagerten hyperbolischen Verteilung herrührt. Einen unbedingt sichern Schluß können wir nur dann ziehen, wenn der absolute Wert der örtlichen Maxima nach dem Wicklungsende hin zunimmt. Bei rein sinusförmiger Spannungs-

verteilung könnte dieser Fall nie eintreten; er ist ein unbedingt sicheres Kriterium für die Überlagerung einer einziehenden Sinuswelle über die sonst hyperbolische Verteilung. Das Bestehen dieses Kriteriums können wir aber nur dann erhoffen, wenn der Anstieg der Hyperbelkurve verhältnismäßig flach ist, also eher bei sehr hochfrequenten Schwingungen als bei solchen niedrigerer Frequenz.

Erzeugung der einziehenden Sinuswelle durch oszillatorisches Abklingen der Klemmenspannung. (Versuche am Lufttransformator, Anordnung nach Abb. 25.) Die Versuchsanordnung nach dem Schema der Abb. 25 lieferte für die Betrachtung der Spannungsverteilung in der Wicklung beim Eindringen von Sinuswellen nur dann ein einigermaßen klares Bild, wenn es sich um Wellen handelte, die zu beträchtlichen Resonanzerscheinungen mit einer Wicklungsharmonischen führten, also nur bei Wellen verhältnismäßig geringer Frequenz. Bei kürzeren Wellen wurde das Bild durch die vor dem Kurzschluß auf der Wicklung ruhende Spannung derart beeinflusst, daß es die Vorgänge nicht deutlich erkennen ließ. Von den mit dieser Versuchsanordnung gewonnenen Ergebnissen sollen daher nur die Resultate einiger Versuche mit längeren Wellen zusammengestellt werden.

Von besonderem Interesse ist der Fall, daß die eindringende Welle mit der Grundwelle der Wicklung zur Resonanz kommt. Zur Feststellung der Resonanz-Wellenlänge führte die Überlegung, daß bei Resonanz mit der Grundwelle der Wicklung die Spannungen zwischen Wicklungsmitte und den beiden Wicklungsenden annähernd gleich sein müssen, daß ferner der Gradient am Wicklungsanfang, bei verschiedenen in der Nähe dieses Punktes liegenden Frequenzen gemessen, im Fall völliger Resonanz einen Maximalwert annehmen wird. An die Klemmen des Transformators wurde für diesen Versuch eine Kapazität von $0,005 \cdot 10^{-6}$ Farad gelegt, variiert wurde die Induktivität. Das Versuchsergebnis, das in Abb. 46 dargestellt ist, zeigt einen recht scharfen Resonanzpunkt des Gradienten bei einer auf Luft bezogenen Wellenlänge von 9,6 km. Wie zu erwarten war, sind bei dieser Wellenlänge die beiden Teilspannungen zwischen Wicklungsmitte und -enden einander gleich.

Abb. 46. Feststellung der Grundfrequenz der Wicklung. Versuchsanordnung nach Abb. 25. (Lufttransformator.) Betriebsspannung: 10 000 Volt.

- a) Spannung zwischen Wicklungsmitte und Wicklungsanfang.
- b) Spannung zwischen Wicklungsmitte und Wicklungsende.
- c) Spannung an den 4 Eingangsspulen.

zeigt einen recht scharfen Resonanzpunkt des Gradienten bei einer auf Luft bezogenen Wellenlänge von 9,6 km. Wie zu erwarten war, sind bei dieser Wellenlänge die beiden Teilspannungen zwischen Wicklungsmitte und -enden einander gleich.

Die Untersuchung der Spannungsverteilung bei dieser Frequenz führte zu den Kurven der Abb. 48. Die beiden Kurven geben die Spannungsverteilung gegen Erde und gegen Wicklungsanfang an und verlaufen vollkommen symmetrisch. Die maximale Spannung in der Schenkelmittle ist etwa gleich der doppelten Klemmspannung gegen Erde, zwischen Schenkelmittle und Schenkelmittle tritt also die doppelte Betriebsspannung auf.

Die Kurven der Abb. 47, 49 und 50 sind bei Wellenlängen von 8, 13,7 und 16 km (auf Luft bezogen) aufgenommen. Das örtliche Maximum der Spannung gegen Erde entfernt sich mit wachsender Wellenlänge vom Wicklungsende. Aus dieser Entfernung können wir die innere Wellenlänge und durch Vergleich mit der Frequenz die Geschwindigkeit im Wicklungsinnern berechnen. Die 4 letzten Reihen der Tabelle 4 stellen diese Werte zusammen. Das starke Abnehmen der Geschwindigkeit mit kleiner werdender Frequenz ist nur durch die wachsende Mitwirkung des Eisens zu erklären.

Abb. 47. Frequenz: $3,8 \cdot 10^4$ Per/Sek. Abb. 48. Frequenz: $3,12 \cdot 10^4$ Per/Sek. Abb. 49. Frequenz: $2,19 \cdot 10^4$ Per/Sek. Abb. 50. Frequenz: $1,88 \cdot 10^4$ Per/Sek.

Abb. 47—50. Untersuchung der Spannungsverteilung in der Wicklung des Lufttransformators beim Eindringen von Sinuswellen. Versuchsanordnung nach Abb. 25. Betriebsspannung: 10000 Volt.

fall innerhalb der Wicklung eintritt, dagegen ist aus der Kurve der Spannung gegen Wicklungsanfang deutlich zu erkennen, daß eine Sinuswelle in die Wicklung dringt. Die Amplituden der örtlichen Minima zeigen sehr hohe absolute Werte, die Amplituden der örtlichen Minima wachsen nach dem Innern zu. Nach den angestellten Betrachtungen ist diese Erscheinung ein Kriterium dafür, daß im wesentlichen eine hyperbolische Spannungsverteilung mit ziemlich flachem Abfall vorliegt, über die sich eine Sinuswelle mit kleiner Amplitude lagert. Diese Sinuswelle erscheint sehr stark ge-

Erzeugung der einziehenden Sinuswelle durch Resonanz mit einem kapazitiv gekoppelten Schwingungskreis. (Versuche am Lufttransformator, Anordnung nach Abb. 23 a.)

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe sind in den Fig. 51 bis 65 dargestellt. Zur Erzielung der höchsten Frequenzen wurde ohne Zusatzkapazität an den Transformator клемmen gearbeitet, so daß im Eingangskreise nur die natürliche Eingangskapazität des Transformators wirksam war. Zur Erzeugung der niedrigeren Frequenzen wurde diese beträchtlich verstärkt. Als gemeinsame Kapazität der beiden gekoppelten Schwingungskreise wurde stets ein sehr beträchtliches Vielfaches der an den Transformator клемmen liegenden Kapazität benutzt. Nach genauer Einstellung des Resonanzpunktes wurde die Spannungsverteilung an der Wicklung in der Weise untersucht, daß die Spannungen der einzelnen Wicklungspunkte gegen Schenkelenende (Erde) und gegen Schenkelanfang, ferner die einzelnen Spulenspannungen festgestellt wurden. Da die Maximalamplitude der Sinusschwingung an den Transformator клемmen beträchtlich höher war als die vor dem Überschlag ruhende Betriebsspannung (diese betrug durchweg 10000 Volt), geben die Versuchsergebnisse ein sehr reines Bild von der Wirkung der einziehenden Wellen.

Die Schaubilder der Abb. 51 und 52 sind bei $5,5$ und $4,46 \cdot 10^5$ Perioden aufgenommen. Die Kurve der Spannung gegen Erde zeigt nur, daß ein überaus rascher Ab-

Abb. 51—65. Untersuchung der Spannungsverteilung in der Wicklung des Lufttransformators beim Eindringen von Sinuswellen. Versuchsanordnung Abb. 23a.

Kurve a): Spannung der Wicklungspunkte gegen Wicklungsanfang.

Kurve b): Spannung der Wicklungspunkte gegen Wicklungsende.

Kurve c): Spannungsgradient.

Abb. 51. Frequenz: $5,50 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 0,200$ km.

Abb. 52. Frequenz: $4,46 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 0,240$ km.

dämpft. Aus der Entfernung der beiden Maxima, die einer ganzen Wellenlänge gleich ist, läßt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle berechnen. Die Kurve der rein hyperbolischen Verteilung ist als Mittelkurve durch eine gestrichelte Linie dargestellt. Die für den Gradienten aufgenommenen Punkte liegen nicht genau auf einer stetigen Kurve. Im Schaubild ist die Mittelkurve durch die Schar der aufgenommenen Punkte hindurchgelegt, obgleich es nicht wahrscheinlich ist, daß die Abweichungen nur auf Messungsgenauigkeiten beruhen. Die Genauigkeit der Messung bei der Aufnahme der Spannungen gegen Erde und gegen Wicklungsanfang sowie die Wiederkehr der Abweichungen bei allen Versuchen sprechen dafür, daß es sich nicht nur um Meßfehler handelt.

Abb. 53. Frequenz: $3,56 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 0,320$ km.

Abb. 54. Frequenz: $2,36 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 0,530$ km.

Abb. 55. Frequenz: $1,85 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 0,720$ km.

Die Kurven der Abb. 53 bis 55, die für Frequenzen von $3,56$ bis $1,85 \cdot 10^5$ gelten, zeigen ein ähnliches Bild. Wir beobachten wieder deutlich die sinusförmige Verteilung der Spannungen gegen Wicklungsanfang. Die örtlichen Minima haben sehr hohe absolute Werte, ein Wachsen der Maxima nach dem Innern zu ist allerdings nicht zu beobachten. Bei den jetzt schon viel niedrigeren Frequenzen kann diese Erscheinung auch nicht mehr erwartet werden. Trotzdem nach den früheren Erwägungen ein absolut sicheres Kriterium fehlt, können wir annehmen, daß noch genau wie bei den ersten beiden Versuchen eine Überlagerung von sinusförmiger und hyperbolischer Spannungsverteilung vorliegt. Die Mittelkurven der Hyperbelverteilung sind wieder gestrichelt eingezeichnet. Der Anteil der eindringenden Sinuswelle ist schon beträchtlich größer als bei den ersten beiden Versuchen mit höheren Frequenzen, die eindringenden Wellen erscheinen auch nicht so stark gedämpft. Wir erkennen bei den Kurven der Abb. 55 bereits deutliche Spuren von Resonanzerscheinungen. In Abb. 53 zeigt die Spannung gegen Erde ein Maximum in der Nähe des Wicklungsanfangs, ein sicherer Beweis für Wellenbrechung im Wicklungsinern. Durch Reflexion am Wicklungsende kann jedoch diese Spannungserhöhung kaum hervorgerufen sein, weil die Dämpfung der einziehenden Welle zu stark erscheint, um so ausgeprägte Resonanzerscheinungen in der Nähe des Anfangs noch aufkommen zu lassen. Da das Maximum gerade am Trennpunkt der ersten und zweiten Spulengruppe liegt, dürfte es auf eine Reflexionserscheinung an diesem Punkte zurückzuführen sein. Die Windungskapazität ist ja in den stärker isolierten Eingangsspulen beträchtlich kleiner als in der zweiten Spulengruppe. Die innere Wellenlänge läßt sich bei den zuletzt besprochenen Versuchen wieder aus der Lage der örtlichen Maxima deutlich erkennen. Beim Gradienten beobachten wir die Erscheinung, daß er nicht am Wicklungsanfang sein Maximum hat; das Maximum rückt vielmehr um so weiter ins Innere, je kleiner die Frequenz ist, eine Erscheinung, die durch unser Rechnungsergebnis nicht erklärt ist. Die Höhe des maximalen Gradienten sinkt beträchtlich mit abnehmender Frequenz.

Die Kurven der Abb. 56 bis 59 sind bei Frequenzen von $1,14$ bis $0,5 \cdot 10^5$ aufgenommen. Eine hyperbolische Spannungsverteilung kann bei Abb. 56 noch vorliegen, doch ist sie nicht mehr sicher festzustellen. Die eindringende Sinuswelle erreicht bei allen 4 Versuchen merkbar das Wicklungsende. Es zeigt sich deutlich das für die Brechung charakteristische Maximum der Spannung gegen Erde in der Nähe des Wicklungsendes, von diesem um eine Viertelwellenlänge entfernt. Wir benutzen jetzt die auf diese Weise festgestellte innere Wellenlänge zur Berechnung der Geschwindigkeit. Alle Kurven zeigen ferner deutlich das Maximum der Spannung gegen Wicklungsanfang, um eine Halbwellenlänge vom Wicklungsanfang entfernt. Bei einigen Versuchen erreichen wir nahezu den theoretischen doppelten Wert der Schwingungsamplitude zwischen Transformatorklemme und Erde. Deutlich zu erkennen ist der durch Reflexion erzielte Anstieg des Gradienten am Wicklungsende. Auch innerhalb der Wicklung treten ausgesprochene Maxima des Gradienten auf, ein Beweis dafür, daß durch Reflexion schon stehende Wellen entstanden sind.

Abb. 60 gilt für eine Frequenz, die der Grundfrequenz der Wicklung nahezu entspricht. Die Kurven der Spannung gegen Erde und gegen Wicklungsanfang sind fast symmetrisch geworden. Wir erkennen darin die stehende Welle, deren halbe Länge gleich der Schenkelwicklungslänge ist. Der Gradient hat in der Wicklungsmitte ein ausgesprochenes Minimum und steigt nach beiden Enden zu stark an. Die Maximalwerte liegen wieder nicht in den Wicklungsenden, sondern in einiger Entfernung von diesen.

Für eine etwas längere Welle von $0,3 \cdot 10^5$ Perioden gilt Abb. 61, für eine noch längere von $0,175 \cdot 10^5$ Perioden Abb. 62. Bei dieser niedrigsten Frequenz sind alle gefährlichen Einwirkungen auf die Wicklung bereits verschwunden. Die Spannungsverteilung nähert sich schon der geradlinigen, die sie bei sehr niedrigen Frequenzen völlig erreichen muß.

Abb. 56. Frequenz: $1,14 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 1,240$ km. Abb. 57. Frequenz: $0,78 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 2,04$ km. Abb. 58. Frequenz: $0,707 \cdot 10^5$ Per/Sek. Innere Wellenlänge: $\lambda_w = 2,400$ km.

Tabelle 4 stellt für diese Versuchsreihe die wichtigsten Werte zusammen. Hinzugefügt sind die völlig übereinstimmenden Resultate der Versuche mit abklingender

Abb. 63. Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_k der eindringenden Wellen in Abhängigkeit von der Frequenz. (Aus den Kurven der Abb. 51—62 berechnet.)

Klemmspannung. Abb. 63 zeigt die aus den Versuchen errechnete Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Frequenz. Wir erkennen das Abnehmen der Geschwindigkeit mit wachsender Frequenz bei Wellen, die kürzer sind als die Grundwelle der Wicklung. Bei niedrigeren Frequenzen sollte die Geschwindigkeit konstant gleich der ideellen bleiben. Ihr Abnehmen ist auf die Wirkung des Eisens zurückzuführen. Dabei ist anzunehmen, daß die Einwirkung des Eisens auch schon oberhalb der Grundfrequenz mit-

spielt, so daß ohne diesen Einfluß wahrscheinlich der Abfall der Geschwindigkeit mit wachsender Frequenz beträchtlich stärker wäre.

Tabelle 4.

	Frequenz	Wellenlänge (in km)		Geschwindigkeit	Anfangsgradient Klemmspannung
	Per. pro Sek. ν	in Luft λ	in d. Wicklung λ_w	km pro Sek. v_k	Volt/m Volt
Versuchsanordnung Abb. 23 a	$5,50 \cdot 10^5$	0,545	0,200	$1,10 \cdot 10^5$	$6,65 \cdot 10^{-3}$
	$4,46 \cdot 10^5$	0,672	0,240	$1,07 \cdot 10^5$	$6,85 \cdot 10^{-3}$
	$3,56 \cdot 10^5$	0,843	0,320	$1,14 \cdot 10^5$	$6,50 \cdot 10^{-3}$
	$2,36 \cdot 10^5$	1,270	0,530	$1,25 \cdot 10^5$	$3,48 \cdot 10^{-3}$
	$1,85 \cdot 10^5$	1,620	0,720	$1,33 \cdot 10^5$	$2,98 \cdot 10^{-3}$
	$1,14 \cdot 10^5$	2,635	1,240	$1,42 \cdot 10^5$	$1,98 \cdot 10^{-3}$
	$0,78 \cdot 10^5$	3,850	2,040	$1,59 \cdot 10^5$	—
	$0,71 \cdot 10^5$	4,250	2,400	$1,69 \cdot 10^5$	—
	$0,50 \cdot 10^5$	6,000	3,520	$1,76 \cdot 10^5$	—
	$0,34 \cdot 10^5$	8,820	5,450	$1,84 \cdot 10^5$	—
	$0,30 \cdot 10^5$	10,000	6,000	$1,80 \cdot 10^5$	—
	$0,18 \cdot 10^5$	17,100	?	?	—
Versuchsanordnung Abb. 25	$0,38 \cdot 10^5$	8,000	4,890	$1,83 \cdot 10^5$	—
	$0,31 \cdot 10^5$	9,500	5,760	$1,81 \cdot 10^5$	—
	$0,22 \cdot 10^5$	13,700	6,890	$1,51 \cdot 10^5$	—
	$0,19 \cdot 10^5$	16,000	7,280	$1,37 \cdot 10^5$	—

Abb. 64. Verhältnis des Gradienten an den einzelnen Wicklungspunkten zur Klemmspannung bei Auftreffen eines Rechteckwellenzuges auf den ungeschützten Lufttransformator.

Für einen rechteckigen Wellenzug, der, durch Kurzschluß des Kabels von 117 m Länge bei 10 000 Volt erzeugt, den ungeschützten Transformator traf, gibt Abb. 64 den Gradienten an den einzelnen Wicklungspunkten im Verhältnis zu der gemessenen Maximalspannung zwischen Klemme und Erde.

Abb. 65 stellt das aus den Schaubildern bestimmte Verhältnis des maximalen Anfangsgradienten zum Höchstwert der eindringenden Welle, zwischen Transformator-

klemme und Erde gemessen, dar. Der Anfangsgradient steigt mit wachsender Frequenz stärker als proportional, erreicht dann einen Höchstwert und scheint schließlich wieder abzufallen. Der Höchstwert dürfte der kritischen Frequenz entsprechen. Er ist aller-

dings nicht annähernd so hoch wie der berechnete Wert. Dies war auch nicht zu erwarten, denn die bei der Berechnung vernachlässigte Dämpfung im Innern der Spule muß sehr stark mildernd auf die Höhe des durch Eigenschwingungen erzeugten Gradienten wirken. Dazu kommt noch, daß dieser Resonanzgradient, wie früher dargelegt, durch die gegenseitige magnetische Verkettung der Windungen erniedrigt wird. Unsere Rechnung berücksichtigte aber als unmittelbaren Einfluß nur die Verkettung mit der Nachbarwindung, während in Wirklichkeit die Windungen einer ganzen Spule durch starke direkte Verkettung miteinander gekoppelt sind.

Die kritische Frequenz dürfte also für unsern Transformator in der Nähe von $4,0 \cdot 10^5$ Perioden zu suchen sein¹⁾.

Auffallend ist es, daß der Übergang von der Sinusverteilung zur hyperbolischen bei weitem nicht so kraß vor sich geht, wie ihn die Rechnung erwarten ließ. Auch diese Abweichung wird durch die vielen Vernachlässigungen zu erklären sein, die wir in der Rechnung bei Annahme des Wicklungsbildes machen mußten. Von beträchtlichem Einfluß dürfte dabei die Tatsache sein, daß der untersuchte Transformator aus 3 Spulengruppen mit sehr abweichender Windungskapazität besteht.

Im wesentlichen stehen aber die Rechnungsergebnisse durchaus im Einklang mit den Resultaten der Versuche.

Abb. 65. Verhältnis des Gradienten am Wicklungsanfang zur Klemmenspannung in Abhängigkeit von der Frequenz. (Aus den Kurven der Abb. 51—62 berechnet.)

Zusammenfassung.

1. Das Eindringen hochfrequentiger Schwingungsvorgänge in Transformatorwicklungen geht bei Frequenzen, die unterhalb einer „kritischen Frequenz“ liegen, längs des Wicklungsdrahtes — wie bei freien Leitungen — vor sich, mit dem Unterschiede, daß mit wachsender Frequenz eine starke Abnahme der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und eine starke Zunahme der Dämpfung im Wicklungsinnern auftritt. Bei Frequenzen oberhalb der kritischen breiten sich die Störungen quer durch die Wicklung aus, wobei sich die Spannung nach einem hyperbolischen Gesetz über die Wicklung verteilt. Schwingungen, die nahe der kritischen Frequenz liegen, pflanzen sich zum Teil längs des Drahtes, zum Teil quer durch die Wicklung fort.

2. Die größte Beanspruchung der Eingangswindungen tritt nicht beim Auftreffen einer langen Rechteckwelle, sondern beim Auftreffen von Wellenzügen der kritischen Frequenz auf. Diese Frequenz stellt den Zustand der Stromresonanz eines Kreises dar, bestehend aus gegenseitiger Kapazität zweier benachbarter Windungen und Windungsinduktivität. Beim Überschreiten der kritischen Frequenz nähert sich die Windungsbeanspruchung einem viel tiefer liegenden Grenzwert, der zugleich für den Fall des Auftreffens einer einzigen Sprungwelle gilt.

3. Die Windungsbeanspruchung kann durch Vergrößerung der Windungskapazität und die damit verknüpfte Vergrößerung der magnetischen Verkettung herabgesetzt werden. Vom Windungsdurchmesser ist sie unabhängig. Trotzdem sind aber Transformatoren von sehr kleinem Windungsdurchmesser weniger gefährdet als solche von großem Durchmesser, weil ihre kritische Frequenz sehr hoch, wahrscheinlich außerhalb

¹⁾ Dieser Wert stimmt mit dem aus anderen Gründen als wahrscheinlich angenommenen Werte $2,5 \cdot 10^5$ Per/Sek. (vgl. S. 422) gut überein.

des Bereiches der praktisch möglichen Frequenzen liegt. Eine Entlastung der Eingangswindungen von dem sie durchsetzenden Verschiebungsfluß durch konstruktive Maßnahmen kann die Spannungsverteilung günstig beeinflussen.

4. Bei Frequenzen oberhalb der kritischen wirkt die Wicklung wie eine konzentrierte Kapazität, die sich mit der Frequenz verändert und bei wachsender Frequenz allmählich einem Grenzwert zustrebt. Diese scheinbar an den Transformatorklemmen konzentrierte Kapazität wird durch den Verschiebungsfluß der Einführungsleiter und den elektrischen Streufluß der Eingangsspule vergrößert. Sie bildet mit diesen Kapazitäten zusammen die „Eingangskapazität“, die nach den Versuchsergebnissen in einem sehr großen Bereich hoher Frequenzen konstant erscheint. (Größenordnung 10^{-10} Farad.)

5) Die Eingangskapazität bildet mit vorgeschalteten Induktivitäten den „Eingangskreis“. In der Fähigkeit, zusammenwirkend mit der Eingangskapazität Eigenschwingungen auszuführen, ist die Schutzwirkung vorgeschalteter Drosselspulen gegen lange Sprungwellen begründet. Diese Schutzwirkung wächst proportional dem Werte $\sqrt{L \cdot C}$, worin L die Schutzinduktivität und C die natürliche oder durch Schutzkondensatoren verstärkte Eingangskapazität bedeutet.

6. Die Schutzwirkung der Spulen verschwindet und wird zur stark gefährdenden, wenn der Transformator von periodischen Wellenzügen getroffen wird, deren Frequenz auch nur annähernd gleich der Eigenfrequenz des Eingangskreises ist. Die an der Eingangskapazität — den Transformatorklemmen — auftretenden Resonanzüberspannungen werden hierbei durch die Energieabgabe an die Wicklung nur sehr unvollkommen gedämpft. Experimentell wurden bei Schaltwellenzügen Überspannungen bis zum 6fachen Betrage der Normalspannung festgestellt. Die Windungsbeanspruchung steigt dabei auf vernichtende Werte.

7. Die gefährlichen Resonanzüberspannungen müssen durch Dämpfung des Eingangskreises vollkommen unterdrückt werden. Dies ist allerdings nur auf Kosten der Schutzwirkung gegenüber krassen Spannungssprüngen zu erreichen. Die Dämpfung erfolgt für Leistungstransformatoren am besten durch Überbrückung der Spulen mit rein Ohmschen oder zweckmäßiger mit induktiv-Ohmschen Widerständen. Die Daten der Überbrückung sind aus Schutzinduktivität und Eingangskapazität zu berechnen. Die Herabsetzung der Schutzwirkung gegen Spannungssprünge beträgt bei theoretisch richtiger Überbrückung durch rein Ohmsche Widerstände 50%, durch induktiv-Ohmsche Widerstände nur etwa 30%. Bei sehr hohen Schutzkapazitäten und kleinen Schutzinduktivitäten kann der als Serienwiderstand wirkende Wellenwiderstand der Leitung zur Dämpfung ausreichen.

8. Das Auftreffen von Wellenzügen, die der Grundwellenlänge der Wicklung oder einer nicht allzu hohen Harmonischen entsprechen, führt zur „inneren Resonanz“ mit Ausbildung stehender Wellen und hoher Gradienten an verschiedenen Teilpunkten der Wicklung. Bei richtig gedämpftem Eingangskreis nimmt die Gefahr mit wachsendem Produkte $\sqrt{L \cdot C}$ ab.

9. Ein Transformator ist also durch möglichst hohe Kapazitäten und möglichst hohe, richtig überbrückte Induktivitäten gegen alle Einwirkungen hochfrequentiger Schwingungen zweckmäßig geschützt.