tore della superficie sferica ($\theta = \frac{\pi}{2}$). Le linee di forza il cui parametro V' è compreso fra il primo ed il secondo valore partono tutte dal polo P e vanno al polo P' . Quelle invece il cui parametro V' è compreso fra il secondo ed il terzo valore, vanno da un parallelo della superficie sferica al parallelo simmetrico: l'ultima di queste linee si riduce ad un punto dell'equatore. Denominando ϑ l'angolo che una linea del primo gruppo fa in P od in P' coll'asse prolungato, si trova

$$V' = -\frac{I}{\pi \gamma} \operatorname{sen}^2 \frac{\vartheta}{2} :$$

quindi le linee comuni al primo ed al secondo gruppo sono tangenti alla superficie sferica nei due poli P, P' .

DELLE VARIAZIONI NELLA INTENSITÀ E NELLA FORZA ELETTROMOTRICE
IN UNA COPPIA ELETTRICA AD ACQUA DI MARE; NOTA DEL PROF.
CARLO CATTANEO.

1. Tempo fa mi venne riferita la notizia che stavasi studiando il modo di ottenere, mediante opportuno motore elettromagnetico, il movimento di una nave servendosi direttamente della energia elettrica, data dalla trasformazione dell' energia chimica dell'acqua marina in un sistema di coppie zinco-rame. È ben noto come si possa ottenere la produzione di una corrente elettrica in tale sistema corrispondentemente alle reazioni chimiche, le quali si effettuano particolarmente fra lo zinco ed il cloruro di sodio contenuto nell'acqua salsa, cioè alla separazione del cloro dal sodio ed alla formazione di cloruro di zinco. Il problema proposto alla scienza sarebbe risoluto teoricamente e praticamente, qualora una serie non troppo numerosa di tali coppie elettriche potesse divenire una sorgente costante e vigorosa d'elettricità. Mi parve però che prima di tentare il caso pratico per la risoluzione del problema, non sarebbe stato al tutto inopportuno lo stabilire accuratamente quali fossero le variazioni che una coppia zinco-rame

ad acqua marina subisce nella sua intensità, nella sua resistenza interna e forza elettromotrice, col variare del tempo e delle condizioni esterne del sistema. Epperò la presente Nota si occupa di tale determinazione, senza per altro avere menomamente la pretesa di trarne delle conseguenze immediate applicabili al problema sopra accennato; considerai per ora la cosa solamente dal lato teorico, studiando una pila campione zinco-rame ad acqua di mare, in date dimensioni e condizioni.

Apparecchi adoperati.

2. I reostati da me adoperati furono quello di Hipp e di Dubois-Reymond, di cui in parte verificai la graduazione; d'altronde esisteva già nel Laboratorio calcolata una tabella di correzione per amendue i reostati.

Per reometro mi servii di una sensibile bussola a riflessione di Wiedemann di cui determinai il coefficiente di riduzione, col metodo dell'elettrolisi del solfato di rame, e con tutte le cautele consigliate dal Naccari al paragrafo 369 del suo *Manuale di fisica pratica*.

Potendosi supporre che per piccole deviazioni la bussola di Wiedemann si comporti come una bussola delle tangenti, si può scrivere

$$I = k \tan \alpha$$

essendo I l'intensità della corrente che induce la deviazione α nella calamita e k il coefficiente di riduzione della bussola. Ora se si indica con l la divisione della scala, posta dinnanzi allo specchio della bussola, corrispondente alla deviazione α , e se d è la distanza della scala dallo specchio, sappiamo che

$$\tan 2\alpha = \frac{l}{d}.$$

E se le deviazioni non superano 2° , siccome allora

$$\tan 2\alpha = 2 \tan \alpha,$$

così potremo scrivere, in queste condizioni:

$$I = k \frac{l}{2d}.$$

Ma tale intensità I è pur data dalla relazione :

$$I = \frac{0,5015 \cdot p}{T}$$

essendo p il numero dei milligrammi di rame deposti (mediante l'elettrolisi del solfato cuprico) nel tempo T valutato in minuti primi; e 0,5015 il coefficiente di proporzionalità per passare alle unità elettromagnetiche. Allora avremo infine :

$$I = k \frac{l}{2d} = \frac{0,5015 p}{T}$$

donde :

$$k_d = 1,0030 \frac{p \cdot d}{l T}.$$

Per media di sei determinazioni ottenni per k il valore

$$k = 0,1232,$$

essendo $d = 932$ millimetri, e la bussola venendo adoperata ad un solo rocchetto posto a distanza minima dalla calamita. Il fattore costante $\frac{k}{2d}$ da introdursi in seguito nelle esperienze era quindi

$$\frac{k}{2d} = 0,00006609.$$

Verificai inoltre il valore trovato di k introducendo nel circuito della bussola e del reostato di Hipp una pila campione Daniell, di cui conoscevo altrimenti il valore della forza elettromotrice E in unità Weber-Siemens. Eseguii due letture alla bussola con due resistenze diverse r ed r' registrando le lunghezze l ed l' .

Stando al metodo di Ohm ed adottando la formula corrispondente :

$$E = I \cdot I' \frac{r' - r}{I - I'}$$

questa, nel caso della bussola a riflessione, si trasforma nella

$$E = \frac{k}{2d} \frac{l l'}{(l - l')} \cdot (r' - r)$$

donde :

$$k = 2 E d \frac{l - l'}{l l' (r' - r)}.$$

Essendomi note tutte le quantità E, d, l, l', r, r' trovai per k dei valori quasi coincidenti a quello trovato coll'elettrolisi del solfato di rame.

3. La pila da me studiata era costituita da una tazza di vetro cilindrica del diametro di circa 8 centimetri; nell'acqua di mare in essa contenuta pescavano alla distanza di centimetri 4,2 due laminette ben pulite, una di zinco non amalgamato, l'altra di rame; avevano ciascuna la superficie di centimetri quadri 24,1 ed al punto centrale del margine superiore di ognuna era fortemente saldato un filo di rame (che però non pescava nel liquido) il quale, passando attraverso ad opportuno foro di un tappo di sughero che chiudeva la pila, veniva a congiungersi coll'arco interpolare mediante una morsetta. Tutte le altre congiunzioni del circuito erano fatte a bicchierini di mercurio. L'acqua di mare adoperata apparteneva al bacino del golfo di Catania. Ad ogni determinazione si pulivano con fine sabbia e tazza e lamine, si rinnovava la soluzione e sempre esattamente si manteneva costante la distanza delle lamine; la chiusura a tappo di sughero era sufficiente affinchè non evaporasse sensibilmente il liquido contenuto nella pila.

La bussola era posta su di una solida mensola infissa nel muro, e ad ogni determinazione si verificava lo zero ossia la linea di riposo della calamita: gli spostamenti furono sempre piccolissimi.

Determinazione della intensità.

4. Il circuito della coppia in esame era costituito dalla coppia stessa, dalla bussola, dal reostato di Hipp e da un interruttore. In ogni determinazione si chiuse il circuito dopo aver lasciata la coppia a circuito aperto per 15' minuti, affinchè non si potesse attribuire al diverso stato in cui si trovavano le lamine nell'istante della chiusura del circuito il diverso andamento che per avventura poteva verificarsi nella intensità determinata nelle varie prove; si cominciavano adunque quest'ultime in condizioni perfettamente identiche, meno per le piccole variazioni nella temperatura dell'ambiente. Chiuso il circuito si osservava di tempo

in tempo la deviazione alla bussola; il circuito non veniva assolutamente disturbato da cause esterne durante tutto il corso della determinazione, la quale era compresa nel limite di tempo di tre giornate. Nelle tre tavole seguenti A, B, C che riportano i risultati di tre separate determinazioni, T indica il tempo decorrente dall'istante della chiusura della pila, θ l'intervallo fra due successive osservazioni alla bussola, l la lunghezza in millimetri letta sulla scala, I l'intensità della corrente calcolata colla formola

$$I = (0,00006609) \cdot l.$$

Nessuna resistenza era introdotta nel reostato.

T	θ	TAVOLA A.		TAVOLA B.		TAVOLA C.	
		l	T	l	T	l	T
0	0	arco impuls. grandiss.		arco impuls. grandiss.			
13'	13'	416,0	0,027498	388,0	0,025647	364,0	0,024060
15	2	407,8	0,026955	382,0		358,0	
17	2	399,2	0,026387	379,0	decregono in ragione diretta di l	355,0	decregono in ragione diretta di l .
19	2	392,0	0,025911	376,8		357,0	
21	2	390,0	0,025779	378,0		359,6	
23	2	389,8	0,025766	380,2		363,2	
25	2	386,0	0,025515	381,4		370,0	
30	5	392,0	0,025911	387,0		376,6	
45	15	+396,0	0,026176	+396,4		+375,6	
50	5	+395,0	0,026109	+397,6		+373,8	
55	5	394,0*	0,026043	399,0*		372,0*	
1 ora	5	394,0*	0,026043	399,0*		372,0*	
1.5'	5	391,6	0,025885	398,6		373,6	
1.10	5	398,4	0,026334	400,0		374,0	
1.15	5	384,8	0,025435	426,0		372,8	
1.25	10	378,0	0,024958	397,2		372,4	
1.30	5	376,2	0,024867	396,0		372,0	
1.35	5	375,8	0,024950	392,0		372,0	
1.40	5	374,6	0,024761	384,6		372,0	
1.45	5	374,4	0,024720	380,2		373,2	
25.50	24 ore 5'	234,0	0,015467	239,8		242,4	
49.30	23. 40	246,4*	0,016287	250,0		251,8	

5. Queste determinazioni danno valori abbastanza concordanti fra loro; dalle tavole si scorge come l'intensità della corrente vada rapidamente decrescendo in sul principio per variare poi meno sensibilmente compiendo delle oscillazioni, ora nel senso di

accrescere ora di diminuire, intorno ad un valor medio. La diminuzione nella intensità, anche per un periodo di circa 50 ore non è però molto sentita; di più, dopo aver raggiunto un massimo di diminuzione accenna a crescere un tal poco invece di rimanere costante. Tali risultati non possono ad altro attribuirsi che alle perturbazioni assai facili della corrente di polarizzazione e della resistenza interna della coppia, col variare del tempo e della quantità abbastanza considerevole di cloruro di zinco depositantesi; anzi più precisamente potrebbe tentarsi la spiegazione di questi risultati partendo dal fatto che, dopo la chiusura del circuito, comincia ad accrescersi grado grado, tendente al suo massimo, la corrente di polarizzazione la quale diminuisce così l'intensità della corrente principale; ma in pari tempo la soluzione di cloruro di sodio va trasformandosi in soluzione di cloruro di zinco, la quale potrebbe per avventura presentare minor resistenza elettrica della prima; allora per tal fatto l'intensità della corrente principale potrà subire un certo accrescimento, e quindi oscillare intorno ad un valor medio secondochè, durante l'azione della coppia, ha prevalenza la corrente di polarizzazione o la diminuita resistenza elettrica dell'elettrolito.

6. Ebbi poi a rilevare il fatto che variando la resistenza esterna della coppia, il sistema interno di questa ne veniva assai perturbato, specialmente allorquando essa non era da molte ore attiva. La chiusura del circuito venne fatta con 1000 unità Siemens di resistenza; dopo un certo intervallo di tempo, (sempre però restando chiuso il circuito) si toglieva totalmente la resistenza e si registrava la nuova deviazione alla bussola, la quale avrebbe dovuto essere concordante con quella registrata nel caso delle tavole A, B, C dopo lo stesso intervallo di tempo dalla chiusura del circuito; il che non si avverò. Per cui questa coppia, oltre all'essere incostante come tutte le coppie ad un liquido, non è paragonabile in alcun modo a se stessa quando si varia la resistenza dell'arco interpolare; ciò risulta dalle tavole D ed E ove R denota la resistenza esterna in unità Siemens. Questo fatto potrebbe trovare la sua spiegazione (anzi ne sarebbe quasi conferma) in quella già data sopra per le tavole A, B, C. Infatti stando prima per alcun tempo la coppia a circuito chiuso con grande resistenza esterna, è piccolissima la formazione del clo-

ruro di zinco; la corrente di polarizzazione tendente ad arrivare al suo massimo esiste pur sempre anche in tali condizioni, e quindi i valori registrati nelle tavole D ed E e segnati colla croce + devono essere un tal poco minori dei valori corrispondenti nelle tavole A, B, C, dal momento che la poca formazione di cloruro di zinco tende ad aumentare meno in questo caso l'intensità della corrente principale. Dopo però un lungo intervallo di tempo dalla chiusura del circuito potrebbe (anche con grande resistenza esterna) la formazione di cloruro di zinco essere tale da diminuire la resistenza interna della coppia, in opposizione alla corrente di polarizzazione e quindi l'intensità della corrente principale segnare un leggiero aumento; e ciò si è verificato e risulta dalle tavole D ed E dopo l'intervallo di tempo di 49^{ore.30'}.

T	θ	R	TAVOLA D.		TAVOLA E.	
			l	I	l	I
0	0	1000	130,0	0,008593	128,0	0,008461
30"	30"	»	120,0	0,007932	120,0	decrese in ragione diretta di l .
1'	30"	»	118,0	0,007799	118,0	
3	2'	»	115,0	0,007602	116,0	
13	10	»	108,0	0,007138	108,4	
25	12	»	104,4	0,006901	104,4	
30	5	»	104,0	0,006874	138,8	
40	10	»	101,0	0,006676	101,2	
45	5	0	+244,0	0,016128	+253,0	
50	5	0	+226,0	0,014939	+231,4	
55	5	1000	96,0	0,006346	101,8	
1 ora	5	»	100,0	0,006610	102,0	
25.50'	24 ^{ore.50'}	»	72,0	0,004759	74,0	
25.55	5	0	236,0	0,015599	239,0	
26.0	5	0	238,0	0,015742	241,4	
26.10	10	1000	72,0	0,004759	74,0	
49.25	23. 15	»	72,8	0,004812	74,1	
49.30	5	0	246,0*	0,016261	249,2*	

Determinazione della forza elettromotrice.

7. Tentai con un numero assai grande di prove di determinare la forza elettromotrice col metodo di Ohm; ma l'essere la pila incostante e per di più perturbandosi essa al variare della resistenza esterna, fu la causa per la quale dovetti rigettare i risultati (tutti discordanti) ottenuti con questo metodo.

Mi rivolsi allora al metodo di compensazione di Poggendorff, ma anche questo non mi diede buoni risultati pel fatto che la corrente della coppia campione compensante, attraversando nell'istante della osservazione la coppia in esame, produceva in questa una forte perturbazione tendente a farne crescere la forza elettromotrice, indipendentemente dalle variazioni che per avventura potevano verificarsi nello stato di azione della coppia stessa. Esporrò i risultati ottenuti per mostrare come non si addica nemmeno il metodo di Poggendorff allo studio di questa pila incostante. La figura qui unita rappresenta il circuito adottato. P è la coppia compensata, C la compensante cioè una Daniell

campione a sifone ed a solfato di zinco, verificata ripetutamente e trovata assai costante. G la bussola di Wiedemann, R ed R' i due reostati, B e B' due bicchierini contenenti mercurio, I I' un opportuno interruttore. Tenendo abbassato l'interruttore verso I si aveva chiuso il circuito della P con R ed R' escludendo G; abbassandolo verso I' si aveva il circuito Poggendorff completo. Ad ogni determinazione si abbassava rapidamente il tasto dell'interruttore verso I'; del resto la pila era sempre tenuta a circuito chiuso restando il tasto sempre abbassato verso I, e nell'interruttore le cose erano disposte in modo che nei movimenti del tasto da I verso I' non si aprisse il circuito della coppia in esame. Si determinò a più riprese la resistenza r' della coppia compensante C la cui forza elettromotrice E' si assunse uguale al valore 11,2 in unità Weber-Siemens. Essendo r la resistenza

introdotta in ogni osservazione nel tratto BB' per ottenere la compensazione la formula

$$E = E' \frac{r}{r + r'}$$

diede i valori registrati nelle tavole F, G, H, K.

Da queste si scorge che quanto maggiore è il numero delle determinazioni fatte in un dato intervallo di tempo, tanto maggiore è la perturbazione provocata nella P e precisamente maggiore l'aumento progressivo della E. Per il che non può adottarsi assolutamente il metodo di Poggendorff in questa ricerca.

8. Mi rivolsi quindi al metodo di Fechner il quale mi diede risultati attendibili.

A tal uopo determinai assai accuratamente l'intensità I' della corrente della pila Daniell campione allorquando entrava nel circuito col reostato Hipp e colla bussola, essendo la resistenza totale (esterna ed interna) del circuito $R = 432$ Siemens. Risultò $I' = 0,02578$ per cui essendo $E' = 11,2$ la nota formula:

$$I' = \frac{E'}{R}$$

ci dà (con grande approssimazione):

$$(1) \quad 0,02578 = \frac{11,2}{432}.$$

D'altra parte determinando successivamente le intensità I, in funzione del tempo, della corrente data dalla coppia ad acqua di mare in circuito colla bussola e colla medesima resistenza totale R potei stabilire una serie di formule del tipo:

$$I = \frac{E}{432}$$

le quali combinate ciascuna colla (1) diedero per E (forza elettromotrice della coppia in esame) una serie di valori del tipo:

$$E = 11,2 \frac{I}{0,02578} = (434,45) I$$

registrati nelle tabelle L ed M.

I risultati ottenuti dicono che la forza elettromotrice della coppia ad acqua di mare va gradatamente decrescendo al pari della intensità, per ridursi poi sensibilmente costante ed indi aumentare dopo alquante ore di attività. Questa forza elettromotrice, nei primi istanti, sarebbe di circa 9 rispetto alla Daniell, e quindi paragonabile (con una piccola differenza in meno) alla forza elettromotrice di una coppia zinco-rame immersa nell'acqua acidulata con acido solforico avente il peso specifico 1,838 e misto alla prima nel rapporto di 2,04 a 100 in peso.

T	θ	TAVOLA L.			TAVOLA M.		
		l	I	E	l	I	E
0	0	315,0	0,020821	9,045	317,0	0,020954	9,103
1'	1'	301,0	0,019896	8,642	302,4	decrese in ragione diretta di l.	decrese in ragione diretta di l.
1'.30"	30"	285,4	0,018865	8,195	286,1		
2	30	282,8	0,018693	8,130	283,2		
2'.30"	30	280,8	0,018569	8,061	281,4		
3	30	275,8	0,018230	7,919	276,0		
4	1'	269,8	0,017834	7,747	270,0		
5	»	265,0	0,017752	7,609	266,1		
6	»	260,0	0,017186	7,466	260,9		
7	»	254,8	0,016842	7,316	255,2		
8	»	250,0	0,016525	7,178	250,4		
9	»	245,6	0,016342	7,099	245,8		
10	»	242,0	0,015996	6,949	242,1		
20	10'	201,0	0,013286	5,771	201,4		
30	»	184,4	0,012189	5,295	184,6		
40	»	179,5	0,011865	5,154	180,0		
50	»	176,1	0,011640	5,016	176,4		
60	»	176,9	0,011693	5,085	175,9		
1 ^{re} .10'	»	179,1	0,011839	5,143	180,0		
23.40'	22 ^{re} .30'	194,7	0,012869	5,590	195,2		
48.10	24.30	200,7	0,013266	5,661	201,2		

T		TAVOLA F.		TAVOLA G.	
		r	E	r	E
3'	3'	427,45	9,248	424,5	9,240
11	8	431,85		429,1	
16	5	437,69		432,44	
21	5	444,50	aumenta	441,20	aumenta
26	5	451,52		450,92	
31	5	457,18		456,94	
36	5	461,24		460,90	
46	10	469,78		467,44	
56	10	480,00		474,2	
22 ^{or} 56'	22 ^{or} 0'	223,8	7,986	221,6	7,963
23.11	15	251,8		248,4	
23.26	15	262,5	aumenta	558,4	aumenta
23.41	15	272,7		268,2	
23.56	15	278,8	aumenta	278,0	aumenta
24.11	15	286,68		285,3	
47.41	23.30	211,9	7,862	210,0	7,840
48.1	20	256,9		258,4	
48.11	10	271,3	aumenta	270,3	aumenta
48.26	15	284,3		282,6	
48.41	15	295,9	aumenta	294,7	aumenta

	TAVOLA H		TAVOLA K	
0'	395,42	9,315	397,05	9,322
57'	424,53	9,424	429,40	9,440

9. Dai risultati sperimentali ottenuti in tutte le determinazioni riportate nella presente nota si potrebbe (in vista del problema pratico accennato sopra) concludere intanto: che una coppia zinco-rame ad acqua di mare,

- 1.° Sarebbe assai incostante
- 2.° Avrebbe piccola forza elettromotrice.
- 3.° La corrente di polarizzazione risulterebbe abbastanza energica.

4.° Quando anche (rimutando con opportuno congegno continuamente l'acqua di mare entro i truogoli delle coppie) si giungesse a diminuire gli effetti della corrente di polarizzazione si avrebbe però sempre, oltre la modificazione permanente della lamina attiva, la perturbazione del sistema interno d'ogni coppia

ad ogni variazione di resistenza esterna del circuito giusta i risultati del paragrafo 6.º; ora un circuito elettrico comprendente un motore elettro-magnetico subisce ad ogni istante repentini cambiamenti di resistenza, per il che forse mal si adatterebbe come fonte d'energia elettrica il sistema delle coppie zinco-rame ad acqua di mare.

Catania. Dal Laboratorio di Fisica dell'Università.

N. B. debbo ringraziare vivamente l' esimio prof. Macaluso che mi accolse, per il presente studio, nel suo Laboratorio e mi fu largo dei suoi consigli.

SULLA TEORIA DELL' INDUZIONE MAGNETICA SECONDO *POISSON*;
MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI.

La teoria matematica dei fenomeni d'induzione magnetica, data da Poisson, se, per una parte, è stata sempre ed è tuttavia riguardata come uno dei non minori titoli di gloria dell' eminente geometra francese, ha sollevato, per altra parte, obbiezioni gravissime.

Queste obbiezioni sono di due specie diverse. Le une, promosse principalmente dagli sperimentatori, tendono ad infirmare il principio cardinale della teoria ed hanno un reale fondamento nel non perfetto accordo che regna fra i risultati di essa e quelli dell' esperienza. Le altre, promosse invece dai matematici, prescindono dalla questione di principio, e colpiscono i procedimenti di calcolo coi quali Poisson ha dedotte le equazioni d'induzione dalle ipotesi che servono di base alla sua teoria, procedimenti i quali in molti punti sono indubbiamente privi di rigore.

Questi due ordini di questioni non sono punto indipendenti fra di loro, poichè non si può legittimamente parlare di un confronto della teoria coll' esperienza, se prima non sia stato messo in sodo che le formole teoriche adoperate per tale confronto sono la traduzione esatta delle ipotesi che costituiscono la base della teoria.