$$\iint (1/r^2) \cos \theta dS = 0. \quad (11)$$

But under the refractions, dispersions, retardations, etc., actually occurring along the paths of certain cones, the integral does not vanish, but always reduces to a finite quantity:

$$\iint (1/r^2) \cos \theta dS = A \quad (12)$$

This failure of the integral over the closed surface to vanish, implies that the aethereal medium is stressed by the refractions, dispersions, etc., along the paths of certain cones, thus developing forces, which may become quite large in certain cases.

It is upon this integral (12) that the molecular forces depend: and as the integral for the effects of the redistributed waves over the closed surface is not zero, the wave-principle of Least Action always makes the integral for the sum total of the action of the waves along all their actual paths a minimum. Thus the residue A in (12) is made as small as possible.

Accordingly there are physical limitations imposed by nature upon the geometrical conditions underlying Gauss's theorems that in the theory of the potential:

1. For an internal point

$$\iint d\Omega/dn \cdot dS = -4\pi \lambda_0$$

2. For an external point

$$\iint (1/r^2) \cos \theta dS = 0.$$

1. These celebrated theorems (Allgemeine Lehrsätze, § 22, Gauss's Werke, Bd. V, p. 224) are based upon rectilinear actions in nature which follow the law of the inverse squares, as specifically pointed out by Gauss in his introductory remarks, §§ 1, 2.

2. If, therefore, there be in nature forces due to waves, — which suffer refraction or dispersion when the wave path is through heterogeneous matter, as when a fluid is in contact with a solid or of such shape as to cause refraction or dispersion, — these theorems of Gauss cease to hold rigorously true.

3. It is upon such principles that the fluctuations of the moon depend. And in a different way, the stress arising from wave action gives rise to molecular and atomic forces (cf. section 7 above).

1921 July 4.

T. J. J. See.

Photographische Oppositionshelligkeit des Neptun 1920. Von K. Schütte.

In den Jahren 1920-21 machte ich auf Anregung von Herrn Prof. Wilkens und in Fortsetzung von dessen eigenen, bisher nicht veröffentlichten Beobachtungen extrafokale Aufnahmen der 4 helleren Jupitertrabanten, zwecks Ermittlung ihrer photographischen Helligkeitsschwankungen.

Da im Februar und März 1920 Jupiter und Neptun zur Zeit der Opposition sehr nahe aneinander vorbeigingen, so befindet sich auf mehreren Platten auch der Neptun, womit hier unbeabsichtigt die Gelegenheit gegeben war, seine photographische Helligkeit zu messen. Da die Untersuchungen über die Jupitermonde noch nicht abgeschlossen sind, sei hier — eine spätere ausführlichere Veröffentlichung vorbehaltend — das Ergebnis der Ausmessung, soweit es den Neptun betrifft, mitgeteilt.

Der 8-zöllige Refraktor diente als Richtfernrohr, während die Aufnahmen selbst mit einem der Sternwarte von den Zeiß-Werken zur Verfügung gestellten 4-zölligen photographischen Objektiv von etwa 1.90 m Brennweite ausgeführt wurden. Die Platten (9×12 cm) befanden sich 12-13 mm extrafokal und zeigen kleine Sternscheibchen von ca. 0.6 mm Durchmesser; dieselben sind in der Mitte homogen geschwärzt und haben nur am Rande einen mehr oder weniger dunklen schmalen Ring.

Als Vergleichsterne wurde die in der Nähe des Jupiter

Datum m. Z. Gr.	Pl.	t_α	t_β	e_α	e_β
1920 März 10.468	46	24 ^m	24 ^m	0 ^m 18	0 ^m 22
» 22.390	49	24	24	0.12	0.15
» 24.467	50	10, 24	24	0.30	0.40
» 25.331	51	10, 16	16	0.09	0.09
» 25.474	54	10, 24	24	0.35	0.46
April 17.336	59	10, 16	16	0.28	0.18

Spalte 1 gibt die m. Z. Gr. der Beobachtung, d. h. die Mitte der Expositionszeit; Spalte 2 gibt die Nr. der Platte; Spalte 3, 4 t_α und t_β die zur Ausmessung benutzten Expositionszeiten von Praesepe und Neptun; Spalte 5, 6 e_α und

stehende Praesepe im Krebs gewählt, für welche die Schwarzschild'schen photographischen Größen angenommen wurden¹⁾. Die photographische Extinktion ist gleich der 2.5-fachen visuellen gesetzt. Die Schwärzung jedes Scheibchens wurde 2-4 mal unabhängig voneinander geschätzt und dann gemittelt. Nach dem Schwarzschild'schen Schwärzungsgesetz für gleiche Expositionszeiten folgt²⁾:

$$\delta m = \sigma \cdot (y - s) + e_\alpha - e_\beta$$

wobei σ = Skalenwert der benutzten Skala, nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Praesepesterne bestimmt; y = Schwärzungsmittel der Vergleichsterne; e_α = photographische Extinktion der Vergleichsterne; e_β = photographische Extinktion des Jupiter und Neptun; s = Schwärzungsziffer des Neptun, korrigiert wegen Lage auf der Platte und Skala, und δm die an das Mittel M_0 der photographischen Helligkeit der Vergleichsterne (von Extinktion befreit) anzubringende Größendifferenz des Neptun ist. In unserem Falle, wo 10 der hellsten Praesepesterne benutzt wurden, ist $M_0 = 7^m 14$. Die Entwicklung der Platten geschah mit Rodinal 1:15 acht Minuten lang bei Zimmertemperatur.

Die Daten 6 brauchbarer Platten (Agfa-Isolar-Platten der Emulsion 2672) enthält folgende Tabelle:

Sk.	s	d	y	σ	δm	Δm	m_p
52	2.2	3.1	8.1	0 ^m 244	+1 ^m 40	+0 ^m 06	8 ^m 60
52	1.7	3.6	7.3	0.251	+1.38	+0.05	8.57
52	0.8	3.7	6.3	0.265	+1.36	+0.05	8.55
52	2.2	3.7	7.1	0.261	+1.28	+0.04	8.46
52	2.4	3.8	8.4	0.258	+1.44	+0.04	8.62
58	0.8	3.3	5.3	0.266	+1.30	+0.02	8.46

e_β die zugehörigen photographischen Extinktionen; Spalte 7 die Nr. der zur Ausmessung benutzten Skalenplatte; Spalte 8 die Schwärzungsziffer s des Neptun (korrigiert); Spalte 9 Abstand d des Neptun von der Plattenmitte in cm; Spalte 10, 11

¹⁾ Publikation der Kuffnerschen Sternwarte, Bd. V p. C 99.

²⁾ A. Wilkens, Photographisch-photometrische Untersuchungen. AN 4124-5 p. 335.

γ und σ Schwärzungsmittel der Vergleichsterne und Skalenwert; Spalte 12 δm die Größendifferenz des Neptun gegen $M_0 = 7^m 14$ nach obiger Gleichung; Spalte 13 Δm die Reduktion auf mittlere Entfernung Sonne-Neptun ($\log r = 1.478$); Spalte 14 m_p die heliozentrische photographische Helligkeit des Planeten.

Skala 52 ist von 1920 März 25, und Skala 58 von April 15, Skalenstern beidemale β Leonis.

Als Mittelwert für die heliozentrische photographische Helligkeit des Neptun ergibt sich $m_p = 8^m 54 \pm 0^m 028$. Die Abweichungen der Einzelwerte liegen innerhalb der Genauigkeitsgrenze. Eine merkliche photographische Helligkeitsschwankung des Planeten ist also zur Zeit dieser Beobachtungen nicht zu verzeichnen.

Visuell ist seine mittlere Oppositionshelligkeit von mehreren Beobachtern konstant gefunden, und zwar ist sie bezogen auf das System der Potsdamer Durchmusterung, z. B. nach Baldwin¹⁾ $7^m 09$; nach Müller²⁾ $7^m 07$ und nach Pickering³⁾ $8^m 00$. Dagegen hat M. Hall 1883⁴⁾ und neuerdings wieder 1915⁵⁾ eine visuelle Veränderlichkeit von etwa $0^m 6$ gefunden innerhalb der Rotationsperiode von $7^h 84$. Baldwin hat jedoch gezeigt¹⁾, daß die Schwankungen der ersten Reihe Halls wahrscheinlich auf Beobachtungsfehlern beruhen.

Die Genauigkeit unserer photographischen Neptunshelligkeiten dürfte etwas geringer sein, als es bei der photographisch-photometrischen Methode bekannt ist, weil 1. die Schwärzungs-

ziffer am Anfang der Skala liegt und 2. weil der Planet ziemlich weit von der optischen Achse entfernt stand, womit eine gewisse Ungenauigkeit verbunden ist.

Zum Schluß seien noch die aus obigen Platten sich ergebenden Abweichungen der Praesepesterne gegen ihren Mittelwert M , und die Differenz $S-M$ gegen die Schwarzschild'schen Größen angeführt.

*	Platte Nr.						M	$S-M$
	46	49	50	51	54	59		
96	— 1	— 1	+ 1	— 3	+ 5	— 2	$6^m 52$	+ 6
81	— 6	— 10	+ 14	+ 11	— 1	— 5	6.74	— 7
62	+ 4	— 6	— 2	+ 6	— 2	0	6.95	+ 2
29	— 3	+ 2	— 4	— 4	+ 2	+ 4	7.02	— 3
107	+ 1	+ 3	— 2	— 5	+ 1	0	7.03	— 4
88	+ 5	+ 2	0	— 8	— 3	+ 2	7.09	— 1
102	0	+ 20	— 8	— 5	— 8	+ 2	7.09	— 1
52	— 8	0	0	+ 7	+ 1	+ 3	7.62	+ 8
78	— 11	— 5	+ 14	+ 5	— 1	— 2	7.69	— 2
86	+ 12	— 1	— 1	— 7	0	— 1	7.63	+ 9

Die Einheit ist $0^m 01$; Bezeichnung der Praesepesterne nach Hall.

Der mittlere Fehler einer Platte ergibt sich aus den Abweichungen $S-M$ zu $\pm 0^m 054$ in bester Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Herrn Wilkens (s. AN 4124, p. 313).

Breslau, Sternwarte, 1921, April 18.

K. Schütte.

¹⁾ J. M. Baldwin, Photometric Measurements of Neptune, January to April 1908, MN 68.614.

²⁾ G. Müller, Helligkeitsmessungen des Planeten Neptun. AN 109.121.

³⁾ Observatory, 7.134, 1884 und 8.111, 1885. Harvard Annals 24.265 und 46.11.203.

⁴⁾ M. Hall, Variation in the Light of Neptune, from Nov. 29 to Dec. 14, 1883. MN 44.257.

⁵⁾ M. Hall, The Rotation-period of Neptune. MN 75.626.

Schätzungen der Totalhelligkeit des Kometen 1921a (Reid).

Instrument Feldstecher Zeiß 24 mm, 8fach. Die Vergleichsterne sind der HRP (Harv. Ann. 50, 54) entnommen. Aus den zugrunde gelegten Sterngrößen ergab sich als durchschnittlicher Stufenwert $1^s = 0^m 150$, mit dem die Beobachtungen reduziert sind. M. F. einer einzelnen Schätzung $\pm 0^m 27$, m. F. eines auf 2.5 Schätzungen beruhenden Abendwertes $\pm 0^m 17$, darin enthalten die zufälligen und systematischen Abweichungen der Sterngrößen. Setzt man die auf $r=1$, $\Delta=1$ übertragenen Helligkeiten des Kometen konstant ($6^m 99$) voraus, so folgt der m. F. einer Abendhelligkeit zu $\pm 0^m 25$ und der des Mittels ($6^m 99$) zu $\pm 0^m 07$.

Der Durchmesser des verwaschenen rundlichen Nebelwölkchens wurde an 13 Abenden geschätzt; es ergab sich im Mittel für den mit dem Feldstecher wahrgenommenen Durchmesser 12'.

M. Z. Grw.	Vergleichsterne	Beob. Helligkeit	Red. a. $r=1, \Delta=1$	Reduz. Totalhelligkeit
1921				
April 26.40	$44^\circ 36' 17, 46^\circ 30' 33, 46^\circ 31' 11, 47^\circ 31' 88$	$6^m 18$	$+0^m 91$	$7^m 09$
27.38	$49^\circ 33' 53, 50^\circ 32' 32, 50^\circ 32' 33$	6.15	$+0.92$	7.07
28.41	$52^\circ 28' 59, 55^\circ 24' 62$	6.46	$+0.92$	7.38
29.40	$55^\circ 24' 62, 56^\circ 25' 24, 58^\circ 22' 01$	5.76	$+0.93$	6.69
Mai 1.38	$63^\circ 17' 08, 66^\circ 14' 05$	6.22	$+0.94$	7.16
3.38	$70^\circ 11' 64, 71^\circ 10' 82$	5.76	$+0.87$	6.63
5.38	$76^\circ 8' 33, 78^\circ 7' 96$	6.12	$+0.80$	6.92
7.39	$79^\circ 7' 59, 82^\circ 20, 82^\circ 74' 8$	6.81	$+0.71$	7.52
10.40	$84^\circ 59, 85^\circ 63$	6.23	$+0.54$	6.77
11.42	$85^\circ 63, 85^\circ 80, 86^\circ 51$	6.56	$+0.48$	7.04

M. Z. Grw.	Vergleichsterne	Beob. Helligkeit	Red. a. $r=1, \Delta=1$	Reduz. Totalhelligkeit
1921				
Mai 12.40	$81^\circ 24' 2, 85^\circ 8' 0$	$6^m 30$	$+0^m 41$	$6^m 71$
13.44	$77^\circ 30' 3, 78^\circ 22' 7, 79^\circ 20' 8$	6.59	$+0.35$	6.94
14.48	$77^\circ 30' 3, 78^\circ 22' 7$	6.78	$+0.28$	7.06
16.40	$77^\circ 30' 3, 78^\circ 22' 7$	6.78	$+0.15$	6.93

$6^m 99$

C. Wirtz.

Datum	J. D.	M. Z. Grw.	Vergleichsterne	Helligkeit
1921	2422...			$r=1, \Delta=1$
April 28	808.46	$51^\circ 29' 54, 51^\circ 29' 57, 51^\circ 27' 99$	$6^m 55$	$7^m 50$
Mai 1	811.46	$51^\circ 29' 54, 51^\circ 27' 99$	6.29	7.19
5	815.46	$78^\circ 76' 8, 77^\circ 83' 4, 79^\circ 72' 1, 77^\circ 82' 3$	6.98	7.80
7	817.50	$84^\circ 51' 7, 82^\circ 74' 8$	7.22	7.95
10	820.41	$85^\circ 63, 85^\circ 78, 86^\circ 79$	6.64	7.17
11	821.42	$85^\circ 78, 86^\circ 79, 84^\circ 78, 83^\circ 14' 1$	7.18	7.66
12	822.48	$80^\circ 21' 0, 80^\circ 21' 7, 80^\circ 23' 0$	7.37	7.80
13	823.48	$80^\circ 23' 0, 80^\circ 21' 0, 80^\circ 21' 7$	7.37	7.69
14	824.50	$80^\circ 21' 0, 80^\circ 23' 0$	7.70	7.97
16	826.44	$75^\circ 30' 0, 74^\circ 32' 2$	7.20	7.36

Die Beobachtungen sind mit einem Zeißfeldstecher von 40 mm Öffnung und 8facher Vergrößerung ausgeführt. Die Helligkeiten der Vergleichsterne sind den Harv. Ann. Bd. 50, 54 entnommen, die Helligkeit des Kometen ist mit dem Stufenwert $0^m 10$ berechnet.

J. Hellerich.

Kiel, 1921 Juni.