**3. Bestimmung des Thomsoneffektes aus dem
thermischen Gleichgewicht an einem
stromdurchflossenen Drahte;
von G. Borelius.**

§ 1. Einleitung.

Die Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Thomsonwärme, besonders bei tiefen Temperaturen, ist für die ganze Lehre der Thermoelektrizität von fundamentaler Bedeutung. Die Thomsonwärme scheint aber nur einmal unterhalb 0°C . gemessen worden zu sein, nämlich von Berg¹⁾, der bei Pt, Fe und Cu zu -75° bis -100°C . hinunterging. Direkte Messungen, die in das tiefe Temperaturgebiet hineinragen, wo für eine ganze Reihe anderer thermischen und elektrischen Erscheinungen die wichtigen Abweichungen von den bei höheren Temperaturen gültigen Gesetzmäßigkeiten auftreten, fehlen somit noch fast vollständig. Nur auf indirektem Wege sind wir über die Thomsonwärme bei tiefen Temperaturen orientiert. Man kann nämlich die Differenz der Thomsonkoeffizienten σ_1 und σ_2 zweier Metalle aus ihrer Thermokraft e_{12} gemäß der Thomsonschen Gleichung:

$$(1) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = T \frac{d e_{12}}{d T}$$

berechnen. Das Studium dieser Differenzen²⁾ macht zwar bestimmte Gesetzmäßigkeiten wahrscheinlich, zeigt aber, daß die Temperaturfunktion so verwickelt ist, daß direkte Messungen von σ zur vollen Klärung der Sache notwendig erscheinen.

Für Messungen bei tiefen Temperaturen scheint nun keine der bis jetzt benutzten Methoden geeignet zu sein, und das Suchen nach einer passenden Methode hat mich dazu geführt, den Einfluß des Thomsoneffektes auf dem thermischen Gleich-

1) O. Berg, Ann. d. Phys. 32. S. 477. 1910.

2) G. Borelius, Ann. d. Phys. 57. S. 278. 1918.

gewicht an einem stromdurchflossenen Drahte rechnerisch zu studieren und experimentell auszunutzen. Ehe ich zu der Mitteilung der erhaltenen Resultate übergehe, möchte ich aber die verschiedenen Methoden für die Messung der Thomsonwärme, die in der Literatur vorhanden sind, übersichtlich zusammenstellen und die wichtigsten experimentellen Schwierigkeiten und Fehlerquellen, auf die bei der Entwicklung einer neuen Methode geachtet werden muß, kurz besprechen.

§ 2. **Verschiedene Methoden zur Messung des Thomsons effektes und deren wichtigsten Fehlerquellen.**

Unter den Methoden, die zur Messung oder Demonstration des Thomsons effektes vorgeschlagen worden sind, können wir zwei Hauptgruppen unterscheiden.

In der ersten Gruppe wird ein nahe lineares Temperaturgefälle in den untersuchten Stäben durch eine besondere Heizvorrichtung hergestellt. Nach dem Vorgang von Le Roux¹⁾ sind bei allen späteren Messungen zwei gleiche Stäbe nebeneinander gelegt, in denen die Temperaturgefälle in verschiedenen Richtungen von dem Strome durchflossen werden. Im allgemeinen wird die während einer bestimmten Zeit von dem Strome hervorgebrachte Temperaturdifferenz der Stabmitten mittels eines Thermoelementes observiert und dazu die Temperaturgefälle in diesen Punkten durch seitlich angebrachte Thermoelemente bestimmt. Absolute Werte werden erhalten durch Vergleich mit der Wirkung einer bekannten, unter gleichen Bedingungen entwickelten Joulewärme. In hauptsächlich dieser Weise haben außer Le Roux auch Battelli²⁾, Haga³⁾, Laws⁴⁾, Schoute⁵⁾, Lecher⁶⁾, Aalderink⁷⁾, Cermak⁸⁾, Koenigsberger und Weiss⁹⁾ gearbeitet. Berg macht

1) E. P. Le Roux, *Ann. Chim. Phys.* 10. S. 201. 1867.

2) A. Battelli, *Phys. Revue* 2. S. 722. 1888.

3) H. Haga, *Wied. Ann.* 28. S. 179. 1886.

4) S. C. Laws, *Phil. Mag.* 7. S. 560. 1904.

5) C. Schoute, *Diss., Groningen* 1905, *Arch. Néerl.* 12. S. 175. 1907.

6) E. Lecher, *Ann. d. Phys.* 19. S. 853. 1906.

7) A. Aalderink, *Arch. Néerl.* 15. S. 321. 1910.

8) P. Cermak, *Ann. d. Phys.* 33. S. 1195. 1910.

9) J. Koenigsberger u. J. Weiss, *Ann. d. Phys.* 35. S. 1. 1911 und 38. S. 696. 1912.

die Stromstärke in den beiden Stäben etwas verschieden, so daß die Differenz der Joulewärmen die Thomsonwärme gerade kompensiert. Nettleton¹⁾ kompensiert die Thomsonwärme durch ein Strömen des von ihm untersuchten Quecksilbers. Hall²⁾ beobachtet statt der Temperaturen der Stabmitten die Temperaturgradienten an deren Enden.

Die Meßmethoden der zweiten Gruppe gehen von dem thermischen Endzustand an einem stromdurchflossenen Drahte aus. Das nötige Temperaturgefälle und die Thomsonwirkung werden dabei von demselben Strome erzeugt. Die hierhergehörigen Methoden unterscheiden sich durch die verschiedenen Weisen, auf den die kleinen, von der Thomsonwärme herrührenden, mit der Stromrichtung umkehrbaren Temperaturdifferenzen der beiden Drahthälften gemessen werden. Bei sehr hohen Temperaturen sind die Variationen der Lichtwirkung von König³⁾ zur Demonstration des Effektes benutzt worden. Worthing⁴⁾ hat in dieser Weise auch quantitative Werte abgeleitet. King⁵⁾ benutzte die Widerstandsänderung mit der Temperatur, um die Thomsonwirkung in einem Kupferdrahte zu messen. An der einen Drahthälfte waren mit geeigneten Abständen zehn Konstantandrähte angelötet, um die Widerstandsänderung zu messen und die Temperaturverteilung thermoelektrisch festzustellen. Die Messungen scheinen jedoch nur die Größenordnung des Effektes richtig gegeben zu haben. Kučera⁶⁾ hat vorgeschlagen, den Thomsoneffekt durch die in einer Brückenschaltung observierte relative Widerstandsänderung der Drahthälfte zu demonstrieren. Nach dem Referate in der Fortschritte der Physik soll sich der Effekt bei Umkehrung der Stromrichtung am Galvanometer zeigen. Dies trifft aber nicht zu, weil, wie ich später in § 5 zeigen werde, der von dem Thomsoneffekte herrührende Galvanometerausschlag der vierten Potenz des Stromes proportional ist und sich somit nicht umkehrt. Die Umkehreffekte rühren von der Asymmetrie der Joulewärme

1) H. R. Nettleton, Proc. Phys. Soc. 25. S. 44. 1912.

2) E. H. Hall, Contr. Jofferson Lab. 4. Nr. 12. 1906.

3) W. König, Phys. Ztschr. 11. S. 913. 1910 und 17. S. 227. 1916.

4) A. G. Worthing, Phys. Rev. 5. S. 445. 1914.

5) R. O. King, Proc. Amer. Acad. 33. S. 353. 1898.

6) B. Kučera, Cas 41. S. 400. 1912; Fortschr. 1912. II. S. 75.

her. Selbst habe ich¹⁾ den Thomsoneffekt derart ermittelt, daß ich die von den Drahtenden abfließenden Wärmemengen kalorimetrisch maß. Weiteres hierüber wird in § 5 gesagt werden. Eine gute Übereinstimmung der Resultate mit der Gl. (1) scheint für die Brauchbarkeit dieser Methode zu sprechen. In § 6 und 7 möchte ich nun noch eine andere Methode in Vorschlag bringen.

Wir haben guten Grund, zu vermuten, daß mehrere der vorliegenden quantitativen Angaben über die Thomsoneffekte mit bedeutenden Fehlern behaftet sind. Teils weichen sie oft stärker voneinander ab, als was auch noch die chemischen und mechanischen Unterschiede verursachen können und teils ist oft eine Übereinstimmung mit der Thomsonschen Gl. (1) gar nicht vorhanden. Es ist zwar mehrmals behauptet worden, daß das letztere auf eine Ungültigkeit der Thomsonschen Theorie deuten würde. Die gut bestätigte Erfüllung der von dieser Theorie hervorgesagten Beziehung zwischen Peltierwärme und Thermokraft¹⁾, die wegen des Energieprinzipes mit Gl. (1) äquivalent ist, macht dies aber wenig wahrscheinlich. Jedenfalls sind wir nicht auf dem heutigen Stand der experimentellen Erforschung des Thomsoneffektes zu solchen weitgehenden Schlüssen berechtigt. Die Fehlerquellen, die nach meiner Ansicht zu den erwähnten Unübereinstimmungen die Schuld haben, dürften besonders die folgenden sein.

1. Wenn man, wie bei den älteren Messungen, die Thomsonwirkung eines eine Zeitlang dauernden Stromes auf einem Drahtelemente bestimmen will, kann man nicht vermeiden, daß auch die thermoelektrischen und Jouleschen Wärmewirkungen in anderen Teilen des Drahtes durch die Wärmeleitung störend hinzutreten. Der Einfluß dieser Störungen ist auch sehr schwer zu schätzen. Berg hatte diese Schwierigkeit in der Weise beseitigt, daß er die etwas verschiedenen Stromstärken in den beiden Stäben so regulierte, daß, nachdem mit Strom in der einen Richtung die Verhältnisse konstant geworden waren, nach Umlegung des Stromes im ersten Augenblicke keine Temperaturdifferenz hervortrat. Bei den Methoden, die einem thermischen Gleichgewicht zugrunde

1) G. Borelius, *Ann. d. Phys.* 56. S. 388. 1918.

liegen, wird es viel leichter, die Temperaturverteilung im ganzen Drahte zu berücksichtigen, und die Methoden unserer zweiten Gruppe haben in dieser Hinsicht einen bedeutenden Vorteil.

2. Bei den Differentialmethoden, die am meisten benutzt worden sind, tritt bei der Temperaturmessung eine besondere Schwierigkeit hinzu. Wenn man die Temperaturdifferenz, während der Strom geht, mit Thermoelementen messen will, muß jedenfalls die eine Lötstelle isoliert angebracht werden. Wenn der Stab nicht sehr dick ist, kann es aber kaum vermieden werden, daß die Temperaturmessung durch die Isolierung sehr unsicher gemacht wird. Nach dem Vorgang von Schoute haben daher mehrere Forscher, um nicht isolierte Thermoelemente benutzen zu können, die Temperaturdifferenz erst nach dem Aufhören des Stromes gemessen, was jedenfalls eine neue Unsicherheit hervorbringt. Berg maß die Temperaturdifferenz bolometrisch. Bei meiner früheren Methode wurden die Thermoelemente nicht an den Drähten, sondern an zwei Kalorimetern angebracht. Da ich in der später beschriebenen Methode das Thermoelement an dem Drahte anbringen möchte, habe ich es aus erwähnten Gründen zweckmäßig gefunden, die Differentialmethode ganz zu verlassen.

3. Mechanische, kristallinische oder chemische Inhomogenität der untersuchten Drähte, wie sie leicht durch Bearbeitung und Erwärmung hervorgebracht werden kann, macht eine Fehlerquelle aus, die wohl von den meisten Forschern anerkannt, vielmals aber sicher unterschätzt worden ist. Eine quantitative Besprechung der Sache erscheint daher zweckmäßig.

Die im Drahtelemente dx pro Einheit der Stromstärke und pro Einheit des Temperaturgradienten entwickelte Thomsonwärme, der scheinbare Thomseffekt, wollen wir mit σ_s bezeichnen. Das Energieprinzip gibt die bekannte Gleichung:

$$(2) \quad \sigma_s = e + \frac{d\pi}{dT},$$

wo e und π Thermokraft und Peltierwärme bezeichnen. Wenn der Draht homogen ist, ist σ_s natürlich gleich dem wahren Thomseffekte σ_w . Ist nun eine allmähliche Zustandsvariation vorhanden, ist der Mittelwert e für die Thermokraft in dem

kleinen Drahtelemente dx immer noch bis auf kleinere Größen zweiter Ordnung mit der Thermokraft in der Mitte von dx übereinstimmend und nur eine Funktion von t und x . $\frac{d\pi}{dT}$ wird dagegen auch von $\frac{dT}{dx}$ abhängig, wir haben:

$$(3) \quad \frac{d\pi}{dT} = \frac{\partial \pi}{\partial T} + \frac{\partial \pi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dT}.$$

Der wahre Thomsonoeffekt im Punkte x

$$(4) \quad \sigma_w = e + \frac{\partial \pi}{\partial T}$$

ist jetzt von dem observierten Werte σ_s verschieden, und wir finden aus (2), (3) und (4):

$$(5) \quad \sigma_s - \sigma_w = \frac{\partial \pi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dT}.$$

Diese Größe kann einen beträchtlichen Wert annehmen. Denken wir uns z. B. einen Stab, dessen eines Ende bei Zimmertemperatur gehalten wird, während das andere auf eine hohe Temperatur erhitzt wird, wie z. B. bei den Messungen von Lecher, so treten leicht, falls der Stab ursprünglich kalt gearbeitet war, und auch sonst nach der Abkühlung zurückbleibende Änderungen auf, die wir einfach nur als eine Funktion der von den verschiedenen Stabteilen erreichten Höchsttemperaturen Θ behandeln wollen. Weiter setzen wir voraus, daß bei einer späteren Bestimmung von σ die Höchsttemperatur des Stabendes $T_{\max.} < \Theta_{\max.}$ gewesen ist, und daß das Temperaturgefälle im Drahte linear erfolgt. Ersetzen wir ferner die Peltierwärme π gemäß der Thomsonschen Gleichung $\pi = eT$ durch die mehr bekannte Thermokraft pro Grad e , so können wir (5) auch schreiben:

$$(6) \quad \sigma_s - \sigma_w = T \cdot \frac{\partial e}{\partial \Theta} \cdot \frac{\frac{d\Theta}{dx}}{\frac{dT}{dx}} = T \frac{\partial e}{\partial \Theta} \cdot \frac{\Theta_{\max.}}{T_{\max.}}.$$

Aus Untersuchungen über die nach Erhitzung auf verschiedenen Temperaturen zurückbleibenden Änderungen der Thermokraft, die ich neulichst¹⁾ vorgenommen habe, ergibt sich, daß $\frac{\partial e}{\partial \Theta}$

1) G. Borelius, Ann. d. Phys. 60. S. 381. 1919.

im Temperaturgebiete zunächst über die Zimmertemperatur Werte von einigen Tausendstel Mikrovolt pro Grad annehmen kann. Da weiter $T > 300$ und $\frac{\theta_{\max.}}{T_{\max.}} > 1$ ist, sehen wir, daß die Fehler $\sigma_s - \sigma_w$ in ungünstigen Fällen von der Größenordnung 1 Mikrovolt pro Grad werden kann, dieselbe Größenordnung, die der Thomseffekt selbst bei den besten Leitern hat.

Es mag in diesem Zusammenhange bemerkt werden, daß die größten scheinbaren Abweichungen von der Thomsonschen Theorie eben an technischen Eisen gefunden worden sind, deren thermoelektrische Eigenschaften durch thermische Behandlung außerordentlich stark beeinflußt werden können.

Um die Wirkungen der Inhomogenität zu eliminieren, haben mehrere Forscher nach dem Vorgang von Le Roux ihre Stäbe in beiden Richtungen untersucht. Bei den von mir vorgeschlagenen Methoden braucht die Drahtmitte nie mehr als einige Zehner Grade über die Temperatur der Enden erwärmt zu werden, was die behandelte Fehlerquelle viel weniger gefährlich macht als bei den älteren Methoden. Übrigens werden die störenden Peltierwirkungen der Stromstärke proportional, während die Thomsonwirkungen mit der dritten Potenz derselben ansteigen, so daß sie durch Messungen mit verschiedenen Stromstärken getrennt werden können.

§ 3. Berechnung des thermischen Gleichgewichtszustandes.

Wir wollen den thermischen Zustand an einem von dem Strome s Ampere durchflossenen Drahte von der Länge 2 l cm und dem Querschnitt q qcm berechnen, wenn die Enden des Drahtes an derselben Temperatur, T Grad absolut, gehalten werden. Die verschiedenen Punkte des Drahtes bestimmen wir durch eine x -Koordinate, die von dem Ende gerechnet wird, wo der positive Strom eintritt. Die Temperaturerhöhung im Punkte x gegenüber den Enden bezeichnen wir mit t . Wegen des Thomseffektes, der in einer Drahthälfte eine Erhöhung, in der anderen eine Erniedrigung der Temperatur hervorruft, ist t nicht ganz symmetrisch in bezug auf die Drahtmitte. Die durch Umkehrung des Stromes hervorbrachte Temperaturerhöhung in einem Punkte sei 2τ .

Weiter setzen wir in angenäherter Übereinstimmung mit den wahren Verhältnissen voraus, daß im Temperaturbereiche T bis $T + t_{\max}$. die spezifische Wärmeleitfähigkeit λ Watt/Grad cm konstant ist, der spezifische Widerstand durch $\varrho + \frac{d\varrho}{dT}t$ ausgedrückt werden kann, wo $\frac{d\varrho}{dT}$ konstant ist, und die pro Längeneinheit des Drahtes nach außen abgegebene Wärmemenge gleich $k\eta t$ ist, wo η die konstant angenommene Wärmeleitfähigkeit der Luft ist und k von den Draht- und Apparatdimensionen abhängt. In der Tat ist die Konstanz von λ bei höheren Temperaturen meist eine ausgezeichnete. Bei ganz tiefen Temperaturen nimmt λ mit fallender Temperatur zu, was eine Unsicherheit unserer Resultate zur Folge hat. $\frac{d\varrho}{dT}$ und η kommen im folgenden nur für Korrektionsglieder in Betracht. Dasselbe gilt für die Wirkung der Strahlung. Sie ist für kleine t dieser Größe proportional. Glieder höherer Ordnung kommen doch bald zur Geltung neben dem Linearen. Bei geeignet gewählten Drahtdimensionen ist aber die Strahlung ganz zu vernachlässigen, worüber man sich leicht numerisch überzeugen kann.

Gemäß unseren Voraussetzungen berechnen wir nun, daß ein Drahtelement dx bei Gleichgewicht pro Sekunde die folgenden in Wattsekunden ausgedrückten Wärmemengen aufnimmt. Durch die Joulewärme:

$$\left(\varrho + \frac{d\varrho}{dT}t\right) \frac{s^2}{q} dx,$$

durch die Thomsonwärme:

$$- \sigma s \frac{dt}{dx} dx,$$

durch die Wärmeleitung im Drahte:

$$+ \lambda q \frac{d^2t}{dx^2} dx,$$

und durch die äußere Wärmeleitung:

$$- k\eta t dx.$$

Die Summe dieser Beiträge muß bei Gleichgewicht gleich Null sein, und wir bekommen so nach Umformung die folgende Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten:

$$(7) \quad \lambda q \frac{d^2 t}{dx^2} - \sigma s \frac{dt}{dx} - \left(k \eta - \frac{d \rho}{dt} \frac{s^2}{q} \right) t + \frac{\rho s^2}{q} = 0.$$

Zur Abkürzung setzen wir:

$$(8) \quad 2a = \frac{\sigma s}{\lambda q}; \quad b^2 = \frac{k \eta}{\lambda q} - \frac{\frac{d \rho}{dt} s^2}{\lambda q^2}; \quad c = \frac{\rho s^2}{\lambda q^2}$$

und bekommen:

$$(9) \quad \frac{d^2 t}{dx^2} - 2a \frac{dt}{dx} - b^2 t = c.$$

Die Integration gibt, da für $x = 0$ und $x = 2l$ $t = 0$ sein soll:

$$(10) \quad t = \frac{c}{b^2} \left[1 - \frac{e^{ax} (e^{d(2l-x)} - e^{-d(2l-x)}) + e^{-a(2l-x)} (e^{dx} - e^{-dx})}{e^{2ld} - e^{-2ld}} \right]$$

wo zur weiteren Abkürzung $\sqrt{a^2 + b^2} = d$ gesetzt worden ist.

§ 4. Angenäherte Gleichungen.

Die Größe ax bzw. $a(2l - x)$ kann immer als eine gegen eins kleine Größe behandelt werden. Ihr Maximalwert ist nämlich:

$$(11) \quad a \cdot 2l = \frac{\sigma s l}{\lambda q}.$$

Auf der anderen Seite ist die Temperaturerhöhung der Drahtmitte, wenn die äußere Wärmeleitung, die Widerstandsänderung und die Thomsonwärme versäumt werden, wie aus (10) berechnet werden kann:

$$(12) \quad t_m = \frac{s^2 l^2 \rho}{2 \lambda q^2}.$$

Aus (11) und (12) finden wir daher:

$$(13) \quad \frac{2al}{\sqrt{t_m}} = \sigma \sqrt{\frac{\lambda \rho}{2}}.$$

Nun ist $\lambda \rho$ eine für verschiedene Metalle nahe konstante Größe, die wir zu rund $7 \cdot 10^{-3}$ setzen können, wonach:

$$(13') \quad 2al = \sigma' \sqrt{t} \cdot 2 \cdot 10^{-3},$$

wenn σ' die in Mikrovolt pro Grad ausgedrückte Thomsonwärme bezeichnet. Da σ' von der Größenordnung 1 bis 10 ist, sehen wir aus (13'), daß, solange t nur wenige Zehner Grad ist, $2al$ klein ist gegen eins.

Wir können daher (unter Vernachlässigung von a) t aus (10) berechnen und finden:

$$(14) \quad t = \frac{\varrho s^2}{2\lambda q} x (2l - x) \cdot \Phi_1,$$

wo Φ_1 eine Funktion ausschließlich von x , l und b ist. Unter Benutzung der Bezeichnungen:

$$(15) \quad z = bl \quad \text{und} \quad \xi = \frac{x}{2l}$$

wird diese Funktion:

$$(14') \quad \Phi_1 = \frac{1 + \kappa^2/3 (1 - \xi + \xi^2) + \kappa^4/22,5 (1 - 2\xi + 3\xi^2 - 2\xi^3 + \xi^4) + \dots}{1 + 2/3 \kappa^2 + 1/30 \kappa^4 + \dots}$$

Auch wenn σ besonders groß ist, stellt (14) immer noch eine gute Näherung für den Mittelwert von t bei Stromumkehrung dar.

Die von der Thomsonwärme abhängige Temperaturänderung

$$\tau = \frac{t+s - t-s}{2}$$

können wir ebenfalls aus (10) approximativ berechnen und finden:

$$(16) \quad \tau = \frac{\sigma \varrho s^2}{6\lambda^2 q^3} x (2l - x) (l - x) \Phi_2,$$

wo mit den obigen Bezeichnungen (15):

$$(16') \quad \Phi_2 = \frac{1 + \kappa^2/5 (1 - 2\xi + 2\xi^2) + \kappa^4/210 (1 - 4\xi + 7\xi^2 - 6\xi^3 + 3\xi^4) + \dots}{1 + 2/3 \kappa^2 + 1/30 \kappa^4 + \dots}$$

§ 5. Verschiedene Möglichkeiten, um die Temperaturverteilung am Drahte für die Messung der Thomsonwärme auszunutzen.

1. Ich habe, wie schon erwähnt, bei einer früheren Gelegenheit die Thomsonwärme aus den von den Enden des Drahtes abfließenden Wärmemengen ermittelt. Die Enden des Drahtes wurden zu zwei kleinen Kalorimetern angeschlossen, die in verhältnismäßig guter wärmeleitender Verbindung mit der Umgebung waren, so daß die Kalorimeter nur eine kleine Temperaturdifferenz erhielten. Die hierdurch herabgesetzte Empfindlichkeit bei der Messung der Temperaturdifferenz der Kalorimeter wurde durch Nacheinanderkoppelung mehrerer Thermopaare wieder vergrößert. Da früher der Einfluß der äußeren Wärmeleitung und der Änderung des Widerstandes nicht diskutiert wurden, gebe ich hier etwas vollständigere Ausdrücke wieder.

Die nach Erreichen des Endzustandes gemessene Temperaturdifferenz der Kalorimeter ergibt sich, falls wir die Wärmeableitung von den Kalorimetern zu der Umgebung von der Temperatur T pro Grad Temperaturdifferenz mit W bezeichnen, zu:

$$(17) \quad \Delta \tau = \frac{\lambda q}{W} \left[\left(\frac{d\tau}{dx} \right)_{x=0} - \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_{x=2l} \right],$$

oder gemäß (16) angenähert für nicht zu große z -Werte:

$$(18) \quad \Delta \tau = \frac{2\sigma q s^2 l^2}{3\lambda^2 q^2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{5}z^2 + \dots}{1 + \frac{2}{3}z^2 + \dots}.$$

Weiter wurde die Temperatur t_m an der Drahtmitte gemessen, für die wir aus (14) und (14') dem angenäherten Ausdrucke berechnen:

$$(19) \quad t_m = \frac{q s^2 l^2}{2\lambda q} \cdot \frac{1 + \frac{1}{4}z^2 + \dots}{1 + \frac{2}{3}z^2 + \dots}.$$

Durch Division der beiden Ausdrücke (18) und (19) finden wir für die Thomsonwärme:

$$(20) \quad \sigma = \frac{3}{4} W \frac{\Delta \tau}{t_m s} \cdot \frac{1 + \frac{1}{4}z^2 + \dots}{1 + \frac{1}{5}z^2 + \dots}.$$

Bei dieser Berechnung haben wir aber die kleinen Temperaturänderungen der zu den Kalorimetern angeschlossenen Drahtenden verzäumt. Der diesbezügliche Korrektionsfaktor ergibt sich aus meiner früheren Arbeit zu $\left(1 + \frac{q\lambda}{W}\right)\left(1 + 2\frac{q\lambda}{W}\right)$, und der vollständige Ausdruck lautet:

$$(21) \quad \sigma = \frac{3}{4} W \frac{\Delta \tau}{t_m s} \left(1 + \frac{\lambda q}{W}\right) \left(1 + 2\frac{\lambda q}{W}\right) \frac{1 + \frac{1}{4}z^2 + \dots}{1 + \frac{1}{5}z^2 + \dots}.$$

Bei meinen erwähnten Messungen nach dieser Methode wurde W durch Kalibrieren der Meßanordnung mit der bekannten Peltierwärme eines Kupfer-Konstantanelementes bestimmt. Auf die Korrektionsgröße z wurde keine Rücksicht genommen. Die äußere Wärmeleitung wurde aber durch Wattepackung möglichst herabgesetzt, und da der Korrektionsfaktor nur etwa $1 + 1/20 z^2$ beträgt, ist die Vernachlässigung, wie eine Überschlagberechnung von z leicht ergibt, gerechtfertigt.

2. Ich habe weiter die Möglichkeit untersucht, die Thomsonwärme aus den von ihr hervorgebrachten relativen Widerstandsänderungen der beiden Drahthälften zu ermitteln. Diese Methode kann natürlich nur bei reinen Metallen in Frage kommen, die

einen beträchtlichen Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstandes haben. Die von der Thomsonwärme herrührende Widerstandsänderung des Längenelementen dx ist durch:

$$(22) \quad dr = \frac{dx}{q} \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \tau$$

gegeben, wo τ aus (16) erhalten wird. Die durch die Thomsonwärme hervorgerufene Potentialänderung der Drahtmitte bei der Stromstärke s ist dann:

$$p = 2s \int_0^l dr = \frac{2s}{q} \frac{dq}{dt} \int_0^l \tau dx,$$

und, wenn wir der Einfachheit halber die Größe b versäumen, gemäß (22), (16) und (19):

$$(23) \quad p = \frac{\sigma}{3} \cdot \frac{q^2 s^4 l^4}{4 \lambda^2 q^4} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{\sigma}{3} t_m^2 \cdot \frac{1}{q} \frac{dq}{dt}.$$

p kann in der Wheatstoneschen Brückenschaltung der Fig. 1 gemessen werden. AB ist der Meßdraht, AC und BC zwei

Fig. 1.

gleiche Drähte relativ großen Widerstandes, die ganz auf der Temperatur T gehalten werden. Auf derselben Temperatur wird auch das Ende E des Brückendrahtes DE gehalten. Die am Galvanometer beobachtete Potentialdifferenz p ist der vierten Potenz der Stromstärke proportional. Zu dieser Wirkung addiert sich aber eine störende Wirkung, die von dem Temperaturderivate der Thermokraft im

Brückensystem abhängt und nur dadurch eliminiert werden kann, daß der Brückendraht DE von derselben Art ist wie der Meßdraht AB .

Die Methode dürfte wohl für die Messung der Thomsonwärme bei tiefen Temperaturen geeignet sein. Ein Vorteil ist es, daß die Thomsonwärme in Beziehung zu der leicht bestimmbaren Größe $\frac{1}{q} \frac{dq}{dt}$ gesetzt wird. Unangenehm ist dagegen, daß es sehr schwer zu vermeiden ist, daß bedeutende,

den ersten, zweiten und dritten Potenzen der Stromstärke proportionale Wirkungen sich zu dem gesuchten, der vierten Potenz proportionalen addieren. Die Potentialdifferenz p ist weiter, wenn man die Temperaturerhöhung t_m auf wenige Zehner Grad beschränken will, wie aus (23) zu sehen ist, so klein, daß ein Panzergalvanometer zu ihrer Messung fast notwendig wird.

3. Eine dritte Methode besteht darin, daß τ und t an geeigneten Punkten des Drahtes thermoelektrisch oder bolometrisch gemessen werden. Aus (16) und (17) finden wir nämlich für den Quotienten dieser Größen:

$$(24) \quad \frac{\tau}{t} = \frac{\sigma}{\lambda} \frac{1}{\eta} F(xl) \Phi_3(\xi, z)$$

aus dem das Verhältnis $\frac{\sigma}{\lambda}$ erhalten werden kann. Da nun λ bei höheren Temperaturen konstant ist und auch bei tieferen Temperaturen bei mehreren Metallen gemessen worden ist, scheint dieser Weg für die Messung der Thomsonwärme gangbar zu sein.

τ bekommt, wenn die Einwirkung der äußeren Wärmeleitung klein ist, wie aus (16) leicht abgeleitet werden kann, seinen maximalen Wert bei

$$(25) \quad x = l \pm \frac{l}{\sqrt{3}}, \text{ d. h. für } \xi = \frac{c}{2l} = 0,211 \text{ und } 0,789.$$

Um τ zu messen, würde man wohl in erster Hand daran denken, an diesen beiden Punkten die Lötstellen eines Thermopaars anzubringen. Diese müßten aber isoliert angebracht werden und um die schon erwähnte schädliche Einwirkung der Isolierung zu beseitigen, müßte der Meßdraht beträchtliche Dicke haben. Dies setzt aber große Apparatdimensionen und Stromstärken voraus, die besonders bei tiefen Temperaturen unangenehm werden würden. Auch eine bolometrische Messung von τ läßt sich, wenn man die Metalle in der Form von Drähten untersuchen will, kaum bewerkstelligen. Ich habe daher τ und t an einem einzigen Punkte des Drahtes in der Nähe des Maximums für τ mit demselben Thermoelemente gemessen. Da dabei τ und t denselben x -Wert haben, finden wir aus (16) und (17) durch Division und Umformung:

$$(26) \quad \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{\tau}{t} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{3q}{l-x} \cdot \Phi_4,$$

wo

$$(26') \quad \Phi_4 = \frac{1 + \frac{1}{3} \lambda^2 (1 - \xi + \xi^2) + \frac{1}{22,5} \lambda^4 (1 - 2\xi + 3\xi^2 - 2\xi^3 + \xi^4) + \dots}{1 + \frac{1}{5} \lambda^2 (1 - 2\xi + 2\xi^2) + \frac{1}{210} \lambda^4 (1 - 4\xi + 7\xi^2 - 6\xi^3 + 3\xi^4) + \dots}$$

ist.

Da im obigen Ausdrucke nur das Verhältniß von τ und t vorkommt, und dazu die beiden Größen mit demselben Thermo-
element gemessen werden, braucht man für eine angenäherte
Berechnung von $\frac{\sigma}{\lambda}$ sogar nicht die Thermokraft des Elementes
zu kennen. Nötige Korrekturen werden in § 7 behandelt.
Da τ auf etwa den $\frac{1}{100000}$ Teil von t genau gemessen werden
muß, kann τ natürlich nicht als Variationen in t an einem
Galvanometer direkt beobachtet werden, sondern man muß bei
der Messung von τ den größten Teil von t in geeigneter Weise
kompensieren.

§ 6. Meßanordnung.

Die dritte der in dem vorigen Paragraphen behan-
delten Methoden ist weiter experimentell ausgeführt worden
und zunächst für die Messung der Thomsonwärme an Kupfer
zwischen 100° und 400° absolut benutzt worden. Fig. 2 zeigt
eine schematische Wiedergabe der Anordnung.

Fig. 2.

Ein gut konstanter Strom von einer 20 Volt Akumulatoren-
batterie ging durch Amperemeter und Regulierwiderstand über
zwei nacheinander gekoppelten Stromwendern W_1 und W_2 durch
den Meßdraht hindurch. Die Temperaturerhöhung in einem

geeigneten Punkte desselben wurde durch das Thermoelement am Galvanometer beobachtet. Der Widerstand im Galvanometer war 6 Ohm, im Thermoelemente und Zuleitungen etwa 2,5 Ohm. Bei der Messung der ganzen Temperaturerhöhung t war der äußere Widerstand 505 Ohm. Die Thermokräfte im Galvanometerkreise wurden mit Hilfe von dem ganz aus Kupfer gefertigten Stromwender W_3 eliminiert. Die Volt-empfindlichkeit der Anordnung wurde mit einem Clarkelement in Nebenschluß mit dem großen Widerstande von 10000 Ohm gemessen.

Bei der Messung von τ wurde der größte Teil der elektromotorischen Kraft des Thermoelements mit dem Clarkelemente kompensiert, wobei der Widerstand zwischen den Anlegepunkten des Kompensationskreises 1,8—6,3 Ohm betrug, sonst aber war kein Widerstand dem Galvanometer vorgeschaltet. Die Volt-empfindlichkeit der Anordnung in diesem Falle wurde nachträglich mit 0,1 Ohm zwischen den Anlegepunkten beobachtet, und war im Maximum etwa 10^{-6} Volt/Skalen-cm bei 2,4 m Skalenabstand.

Zur Messung von τ muß der Heizstrom kommutiert werden. Da aber schon eine Schwankung dieses Stromes auf 0,001 seines Betrages dieselbe Wirkung hat, wie der in Kupfer gemessene Thomseffekt, war es notwendig auch der kleinen Widerstandsänderung, die bei der Umlegung eines Stromwenders auftritt, Rechnung tragen. Dieser Einfluß konnte nun durch die zwei nacheinander gekoppelten Stromwender W_1 und W_2 eliminiert werden. Erst wurde W_1 , z. B. in $+$ -Lage gestellt und eine Reihe Kommutierungen mit W_2 vorgenommen und dann mit W_1 in $-$ -Lage dasselbe Verfahren wiederholt. τ fällt dabei in einem Falle zu groß, in anderem ebensoviel zu klein aus, so daß der Mittelwert ohne diesen Fehler auftritt.

Um die äußere Wärmeleitung beherrschen zu können müssen der Meßdraht und die Thermoelemente ins Vakuum hineingebracht werden können. Fig. 3 zeigt die Vakuumanordnung, die mit einer Molekularpumpe evakuiert wurde. Als Vakuumprüfer diente ein kleines Geißlerrohr. Die Zuleitungen zum Meßdrahte und Thermoelemente wurden oben durch vier Glasröhrchen eingeführt, die mit Picein gedichtet wurden. Um den Enden des Meßdrahtes und des Thermo-

elementes gleiche Temperatur zu geben, waren sie an eine Metallanordnung besonderer Bauart befestigt, die im unteren

Ende eines Glasrohres angebracht wurde, die seinerseits in ein Temperaturbad eintauchte.

Die nähere Anordnung von Meßdraht und Thermoelementen wird durch Fig. 4 erläutert. Die von oben kommenden vier Drähte wurden zuerst an den vier Seiten eines Messingstückes *a*

Fig. 3.

Fig. 4.

mit dünner Glimmerisolierung angemacht. Hier findet dann eine erste Ausgleichung der von oben kommenden thermischen Störungen statt. Die Drähte gingen dann weiter zu einer mit den Messingstücken verbundenen Kupferscheibe (vgl. auch Fig. 4 B), die vier glimmerisolierte Kupferscheiben trug, an denen die Drähte festgemacht werden. An einem von der Scheibe ausgehenden Zapfen saß noch eine Kupferschale, die Meßdraht und Thermoelement umhüllte. Die Schale war meridional aufgeschnitten und lag federnd an die Glaswandung an, damit die Wärmeausbeute mit dem Temperaturbade die bestmögliche werden sollte.

Es war jedoch nicht möglich, mit Hochvakuum zu arbeiten, weil dabei die Wärmeleitung so schlecht wurde, daß durch die bedeutende im Apparate erzeugte Joulewärme die Temperatur des Apparates allmählich bedeutend über die des Bades anstieg. Im allgemeinen wurde daher mit einem Druck von etwa 1 mm Hg mit geschlossenem Hahn und stillstehender Pumpe gearbeitet, und nur wenn die Korrektion wegen äußerer Wärmeleitung bestimmt werden sollte, wurde Hochvakuum angelegt.

Wegen des beschränkten Platzes war der Meßdraht mehrmals hin und her gebogen. Das Thermoelement, aus isoliertem 0,1 mm Kupfer und 0,2 mm Konstantandrahte bestehend, war wie in Fig. 3C zu sehen ist, angebracht. Der Kupferdraht war einmal um den Meßdraht gewunden und daran vorsichtig angelötet. Die Lötstelle des Thermoelementes lag außerhalb des Meßdrahtes, so daß der Strom im Meßdrahte keine Potentialdifferenz im Thermoelementkreise direkt hervorrufen konnte. Wenn dabei die Lötstelle der Thermopaare nicht genau die Temperatur des Drahtes bekommt, hat dies für die Messung des Thomsoneffektes nichts zu bedeuten, da nur die relativen Änderungen der Temperatur in der Formel (26) eingehen.

§ 7. Messung der Thomsonwärme des Kupfers zwischen 100° und 400° absolut.

1. *Material.* Die Methode ist zuerst an Kupfer geprüft, das eine recht kleine Thomsonwärme hat, so daß die Prüfung ziemlich scharf erfolgen konnte. Der untersuchte Draht war ein 0,8 mm isolierter Leitungsdraht von Max Sieverts Kabelwerke in Stockholm. Der Querschnitt wurde durch Auswägung in Wasser zu $q = 0,497$ qmm bestimmt. Der spezifische Widerstand bei 18° war 0,01695 Ohm-cm und zeigt eine recht hohe Reinheit an. Die Länge des Meßdrahtes zwischen den Endkontakten war $2l = 21,74$ cm, das Thermoelement war bei $x = 4,13$ cm von dem einen Ende angebracht, was

$$\xi = \frac{x}{2l} = 0,190$$

gibt, einen Wert, der etwas kleiner geworden ist als der theoretisch günstige Wert $\xi = 0,211$ (vgl. 25).

2. *Badtemperaturen.* Messungen wurden bei den folgenden vollständig oder nahe konstanten absoluten Temperaturen des Bades vorgenommen: 89° (flüssige Luft), 196° (Kohlensäureschnee und Alkohol), 254° (Eis, Wasser und Kochsalz), 273° (Eis und Wasser), 373° (Wasser am Siedepunkte). Dazu wurde bei langsam veränderlicher Temperatur Messungen bei vier zwischenliegenden Temperaturen vorgenommen. Das Temperaturgebiet zwischen 89° und 196° wurde derart durchgemacht, daß das Dewargefäß mit Bleihagel und Drehspänen ausgefüllt wurde, die zuerst mit flüssiger Luft gekühlt dann zu langsamer Erwärmung überlassen wurde. Die Temperatursteigerung betrug dabei etwa 20° pro Stunde. Die tiefen Temperaturen wurden mit einem an der Reichsanstalt kontrollierten Flüssigkeitsthermometer gemessen. Bei den Messungen unter Gang wurden aber die Temperaturen des Apparates sicherer aus der gemessenen, von dem Strom hervorgebrachten Temperaturerhöhung des Meßdrahtes berechnet. Die bei Gang berechneten Temperaturen sind natürlich unsicherer als die übrigen und werden deshalb in der Tabelle auf S. 865 eingeklammert.

3. *Die Temperaturerhöhung t* wurde mit dem Thermoelement an dem auf seiner Volttempfindlichkeit kalibrierten Galvanometer gemessen. Die Thermokraft des Kupfer-Konstantanelementes, dessen Absolutwert eigentlich nur für diese nicht sehr wichtige Messung von t nötig zu kennen ist, wurde wegen der Knappheit der verfügbaren flüssigen Luft nur bei höheren Temperaturen gemessen. Durch Messungen von Nernst und Schwerts¹⁾ und von Wietzel²⁾ an Kupfer-Konstantenelementen mit verschiedenen Konstantansorten ist es aber wahrscheinlich, daß die Thermokraft verschiedener solcher Elemente eine sehr ähnliche Temperaturabhängigkeit zeigen, so daß ich bei tiefen Temperaturen die von Nernst angegebenen Zahlen, mit dem empirischen Faktor 1,12 multipliziert, benutzt habe. Die Temperaturerhöhung der Drahtmitte ($x = l$) ist nach (14) 1,62 mal des für $\frac{x}{2l} = 0,190$ gemessenen Wertes. Die mittlere Temperatur des Drahtes ist somit $T + 0,81 t$, welche Größe in der Schlußtablelle eingeführt worden ist.

1) W. Nernst und F. Schwerts, Ber. d. Preuß. Akad. 1914.

2) G. Wietzel, Ann. d. Phys. 43. S. 605.

4. *Angenäherte Bestimmung von σ/λ .* Bei einer Stromstärke von $s = 6$ bis 10 Amp. wurde die Temperaturänderung wegen des Thomsoneffektes τ nach Kompensation des größten Teiles von t am Galvanometer gemessen. Während der eine Stromwender W_1 in eine Lage gestellt war, wurde W_2 wenigstens 14 mal kommutiert. Die Ablesungen geschahen mit Zwischenzeiten von zwei Minuten, und das Kommutieren wurde bald nach der Ablesung vorgenommen. Eine ähnliche Serie wurde dann mit W_1 in zweiter Lage aufgenommen. Wenn Gang in der Temperatur vorhanden war, wurde dazu noch eine dritte Serie mit W_1 wieder in erster Lage ausgeführt. Ein unter Umständen recht beträchtlicher Gang in diesen Serien war nicht zu vermeiden. Der Einfluß des Ganges wurde graphisch eliminiert. Der mittlere Ausschlag an der Galvanometerskala war im Maximum nur 1 cm. Durch die vielen Kommutierungen konnte es jedoch im allgemeinen auf ein paar Zehntel mm genau bestimmt werden. Aus der Stromstärke s , den Ausschlägen A_1 und A_2 entsprechend τ und t und den entsprechenden Voltempfindlichkeiten α_1 und α_2 des Galvanometers kann ein Näherungswert σ'/λ ohne Kenntnis der Thermokraft des Elementes bestimmt werden, nämlich (vgl. 26):

$$(27) \quad \frac{\sigma'}{\lambda} = \frac{3q}{t-x} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{A_1 \alpha_1}{A_2 \alpha_2}.$$

Die so berechneten Werte σ'/λ sind in der Tabelle eingetragen. Die Messung bei $+49^\circ$ C. ist wegen besonders ungünstige Verhältnisse während der Messung unsicherer als die übrigen und daher eingeklammert.

5. *Korrektion wegen Änderung der Thermokraft des Kupfer-Konstantanelementes mit der Temperatur.* t wird bei einer mittleren Temperatur des Thermoelementes von $T + \frac{1}{2}t$ gemessen, τ dagegen bei der Temperatur $T + t$, wofür der obige Ausdruck mit $\frac{e_{T+\frac{1}{2}t}}{e_{T+t}}$ zu multiplizieren ist. Diese Größe ist in der Tabelle wiedergegeben.

6. *Korrektion wegen äußerer Wärmeleitung und Widerstandsänderung.* Eine zweite schwer bestimmbare Korrektionsgröße ist die Funktion Φ_4 in der Gleichung (26), die mit unserem Wert von $\xi = 0,190$ angenähert gleich wird:

$$(28) \quad \Phi_4 = \frac{1 + 0,282 \alpha^2}{1 + 0,137 \alpha^2}.$$

Die Größe $z^2 = b^2 l^2$ ergibt sich aus (8) zu

$$(29) \quad z^2 = b^2 l^2 = \frac{k l^2}{q} \cdot \frac{\eta}{\lambda} - \frac{\frac{d q}{d \tau}}{\lambda q^2} s^2 l^2,$$

worin alle Größen mit Ausnahme von k einigermaßen bekannt sind. λ und $\frac{d q}{d \tau}$ wurden (vgl. später unter 7) den Messungen von Meissner entnommen. Für die Temperaturabhängigkeit von η wurden Messungen von Eucken¹⁾ zugrunde gelegt.

Die Konstante k wurde aus einem bei Zimmertemperatur $T + 0,81 t = 305^\circ$ erhaltenen Wert von $z^2 = 0,63$ berechnet. Dieser Wert von z^2 wurde seinerseits gemäß der Gl. (14) aus

$$(30) \quad \Phi = \frac{t}{t_0} = \frac{1 + 0,202 \alpha^2}{1 + 0,667 \alpha^2}$$

berechnet. t_0 ist hier die Temperaturerhöhung, wenn äußere Wärmeleitung und Widerstandsänderung beseitigt sind. Die äußere Wärmeleitung wurde dadurch verhindert, daß die Messungen im äußersten Vakuum vorgenommen wurden. Die Strahlung spielt hier eine untergeordnete Rolle. Um die Widerstandsänderung zu eliminieren, wurde t/s^2 bei verschiedenen Stromstärken gemessen und der Grenzwert dieser Größe bei $s = 0$ extrapolatorisch bestimmt und benutzt.

Die aus (28) und (29) berechneten Φ_4 sind in der Schluß-tabelle eingetragen. Man sieht, daß die Korrektur, die ja recht unsicher ist, doch höchstens nur 15 Proz. ausmacht.

7. Die *Wärmeleitfähigkeit* des Kupfers habe ich einer Arbeit von Meissner²⁾ entnommen. Meissner hat die Wärmeleitfähigkeit und den spezifischen Widerstand zwischen 20° und 375° absolut u. a. an zwei elektrolytischen Kupferproben Cu I und Cu II gemessen. Cu I, der als ganz besonders rein angegeben wird, hatte bei 18° den spezifischen Widerstand $\rho = 1,673 \cdot 10^{-6}$ Ohm cm. Für Cu II war $\rho = 1,712$. Für den von mir benutzten Draht war nun $\rho = 1,695$ gefunden, und liegt somit zwischen diesen beiden Werten. Ich habe dann

1) A. Eucken, Phys. Ztschr. 14. S. 324. 1913.

2) W. Meissner, Ann. d. Phys. 47. S. 1001. 1915.

in Übereinstimmung mit diesen Zahlen die Wärmeleitfähigkeit λ sowie die für die unter 6 diskutierten Korrekturen nötige Größe $\frac{d\varrho}{dt}$ für verschiedene Temperaturen aus den von Meissner für Cu I und Cu II angegebenen Zahlen interpoliert. Die Werte von λ sind in der Tabelle eingetragen.

Tabelle 1.

T wird in absoluten Graden angegeben, die Wärmeleitfähigkeit λ in Watt cm⁻¹ Grad⁻¹ und die Thomsonwärme σ in Mikrovolt pro Grad.

T	$T + 0,81 t$	σ'/λ	λ	$\frac{e_{T+1/2t}}{e_{T+t}}$	Φ_4	$\sigma_{\text{kor.}}$
89	101	- 0,040	4,5	0,96	0,92	- 0,16
[130]	[146]	+ 0,031	4,0	0,96	0,96	+ 0,11
[142]	[160]	0,073	4,0	0,96	0,97	0,27
196	215	0,250	3,89	0,96	1,025	0,96
[232]	[248]	0,312	3,89	0,975	1,055	1,25
254	271	0,346	3,89	0,97	1,07	1,40
273	287	0,377	3,89	0,98	1,085	1,56
322	334	[0,465]	3,89	0,985	1,11	[1,98]
373	385	0,493	3,89	0,99	1,15	2,18

Fig. 5.

8. *Die korrigierten Resultate für σ* sind dann in der letzten Kolumne der Tabelle berechnet. Die Thomsonwärme als Funktion der Temperatur ist auch in der Fig. 5 dargestellt. Das obere Bild zeigt, daß die zufälligen Beobachtungsfehler merklich klein zu sein scheinen. Das untere Bild zeigt, wie die von Berg erhaltenen Werte im Verhältnis zu meiner Kurve liegen. Die Übereinstimmung ist im Temperaturbereiche um 300° abs. ausgezeichnet. Bei der tiefsten von Berg erreichten Temperatur ist die Abweichung dagegen bedeutend. Bei hohen Temperaturen etwa zwischen 200° und 700° C. hat Lecher die Thomsonwärme des Kupfers gemessen und seine Resultate in der Formel

$$\sigma = 0,24 [3,01 + 0,00662 t] \cdot 10^{-7} \text{ Volt/Grad}$$

zusammengefaßt. Dies scheint nun keine gute Fortsetzung meiner Kurve zu geben. Die Werte von Lecher sind hierzu um etwa $\frac{1}{3}$ zu klein. Die Ursache zu dieser Unübereinstimmung kann mancherlei sein. Am wahrscheinlichsten scheint mir jedoch die Annahme, daß die in § 2 unter 3 besprochene Fehlerquelle bei Lecher eine bedeutende Rolle gespielt hat.

Einen Vergleich meiner Resultate mit der Theorie behalte ich einer späteren Arbeit vor. Ich beabsichtige auch mit verbesserten experimentellen Anordnungen die Untersuchung auf andere Metalle auszudehnen.

Lund, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1920.

(Eingegangen Juni 1920.)