IV. *Zur Geschichte und Theorie des Waagebarometers; von R. Radau.*

Das von Toricelli um die Mitte des 17ten Jahrhunderts erfundene Gefäßbarometer besteht im Wesentlichen aus einer luftleeren Glasröhre, welche in Quecksilber taucht; die Höhe der im Glase befindlichen Flüssigkeitssäule über dem Spiegel des Quecksilberbades misst den atmosphärischen Druck. Hält man nun aber das Rohr frei in der Hand, so fühlt man, daß es sich nicht im Gleichgewicht befindet, sondern einzusinken strebt. Es trägt in der That das Gewicht der ganzen Barometersäule, denn der auf der luftleeren Kammer von aussen lastende Luftdruck ist dieser gleichzusetzen. Aus dieser Bemerkung ergibt sich, daß der atmosphärische Druck auch durch das Gewicht der frei schwebenden Barometerröhre, oder durch den verticalen Stand derselben gemessen werden kann. Diefs ist das Princip des *Waagebarometers*, welches Samuel Morland zwischen 1670 und 1680 erfand und mit welchem er vor König Carl II. experimentirte. Es ist unter den Namen *steelyard-barometer* vielfach beschrieben worden ¹⁾; Muncke empfiehlt dasselbe als zweckmäfsig, höchst empfindlich und leicht zu beobachten. Das *steelyard-barometer* besteht aus einem einfachen Glasrohr, welches an dem kurzen Arm einer Schnellwaage hängt und in ein Quecksilberbad eintaucht. Die Schnellwaage ist hier nichts anderes als ein leicht beweglicher Hebel, dessen längerer Arm einen getheilten Gradbogen durchläuft, auf welchem der Luftdruck empirisch verzeichnet ist.

Der Versuch, welcher diesem Apparat zu Grunde liegt,

1) *Encyclopaedia Britannica*. — *Encyclopaedia von Rees*. — *Hutton's Math. Wörterb.* Bd. I, S. 208. — *Gehlers phys. Wörterb.* Bd. I, S. 774. — *Marbach's Wörterb.* Bd. I, S. 157 der ersten, S. 673 der zweiten Auflage. — *August's Wörterb.* Bd. I, S. 245. — Radau, *Etudes sur l'Exposition de 1867*. Paris, 1867, S. 18.

findet sich schon erläutert in Cotes' Vorlesungen über Hydrostatik (von Schmidt 1747 herausgegeben), wo er Wallis zugeschrieben wird; ebenso in der Physik von Desaguliers (Paris, 1751), so viel mir erinnerlich auch bei Muschenbroek und anderen älteren Autoren. Morland's Erfindung erwähnt Magellan in seiner Abhandlung über die Barometer¹⁾. Er sagt, er habe in London ein solches Barometer, das von Adams 1760 für den König Georg III. construirt worden, gesehen, und ein zweites, von Sisson construirtes, für sich angekauft und wesentlich verbessert: er beschreibt dasselbe weitläufig und giebt auch davon eine Abbildung. Das »statische Barometer« von Magellan hängt an einem gleicharmigen Hebel und ist durch ein Gegengewicht balancirt; die Röhre sowohl als das Gegengewicht sind über Kreisbogen aufgehängt, welche an den Enden des Waagebalkens sitzen; die Axe dieses letzteren ruht auf Frictionsrollen; eine verticale Zunge durchläuft einen getheilten Gradbogen. Magellan bemerkt ausdrücklich, daß eine größere Wirkung dadurch erzielt werden kann, daß man die Barometerkammer *erweitert*. Er beschreibt schließlich einen Registrirapparat, den er *météorographe perpétuel* nennt, und der dazu bestimmt ist, die Temperatur, den Barometerstand, die Feuchtigkeit, die Richtung und Stärke der Winde, die Verdunstung, ja sogar die Fluthhöhen, auf einem durch ein Uhrwerk bewegten Papierblatte zu verzeichnen. Für die Registrirung der Temperatur wählt er ein Metallthermometer, für den Luftdruck das Waagebarometer. Er spricht auch von einem auf das Princip des Waagebarometers gegründeten *perpetuum mobile*, welches ein gewisser Coxe in London für Geld sehen liefs; hier war das Rohr ebenso, wie das Gefäß an Ketten aufgehängt, die über Rollen gingen und durch ihre Bewegung ein Uhrwerk aufzogen, welches auf diese Art nie stille stand. Becker hat etwas ähnliches vorgeschlagen²⁾.

1) J. G. von Magellans Beschreibung usw. Leipzig, 1782. — Auch in Roziers *Journal de physique* (Paris, 1782).

2) Gött. gel. Anz. 1775, S. 97.

Im Jahre 1791 theilte Arthur Maguire¹⁾ der Dubli-
ner Academie die Beschreibung eines Barographen mit, der
auf demselben Princip beruht. Hier wird ein oben erwei-
tertes Barometerrohr durch einen Holzring, der am unteren
Ende sitzt, in Quecksilber schwimmend erhalten; am oberen
Ende trägt es einen Bleistift, welcher auf einer durch ein
Uhrwerk fortbewegten Tafel den Luftdruck continuirlich
verzeichnen soll. Nach der Figur zu urtheilen, würde die-
ses System nur ein labiles Gleichgewicht möglich machen,
weil der Holzschwimmer ganz *unter* der Quecksilberober-
fläche liegt.

Minotto²⁾ hat im Jahre 1831 ein Waagebarometer
beschrieben, bei welchem das Rohr oben und unten erwei-
tert ist und an einer um eine Rolle gewickelten Schnur
hängt; das Gegenwicht hängt an einer Schnur, die über eine
mit der Rolle fest verbundene Schnecke geht. Minotto
behauptet (irrihümlicher Weise), dafs dies Barometer von
der Temperatur usw. abhängig sey. Die Baroskope von
Caswell, Cooper und Bertoni beruhen auf ähnlichen
Voraussetzungen, sind aber nicht luftleer und deshalb un-
genau.

Im Januar 1857 machte Pater Secchi in Rom ein
Waagebarometer bekannt, das er für neu ausgab, welches
aber in seiner ersten Construction mit dem Morland'schen
identisch war, und etwas später nur insoweit abgeändert
wurde, dafs die Barometerkammer erweitert und das Rohr
an einem Winkelhebel aufgehängt erschien³⁾. Amici und
Forbes erhoben sofort Reclamationen zu Gunsten von
Minotto, Morland und Magellan, Pater Secchi nahm
aber davon, seiner Gewohnheit getreu, keine Notiz; so ist
es gekommen, dafs er in mehreren Lehrbüchern als Erfin-
der des Waagebarometers citirt wird. Bald darauf publi-
cirte ein anderer italiänischer Physiker, Armellini, die

1) *Transact. Irish. Acad. Mai 1791. T. IV, p. 141.*

2) *Dizionario tecnologico, Venedig 1831, T. II, p. 376.*

3) *Album di Roma, 1857. — Atti dei Nuovi Lincei. 1857. — Nuovo Cimento, 1857; etc.*

Beschreibung eines »hydrargyrostatischen« Barometers, welches durch einen Holzmantel in der Flüssigkeit schwimmend erhalten werden sollte. Im Jahre 1860 liefsen die P. P. Cecchi und Antonelli in Florenz ein großes Waagebarometer nach dem Magellan'schen System construiren und öffentlich aufstellen; hier ist die Kammer oben erweitert und das Rohr unten von einem mit Quecksilber theilweise gefüllten Blechmantel umgeben. Bei dem Florentiner, wie bei dem Römischen Waagebarometer ist übrigens das Rohr von Eisen. Um dieselbe Zeit construirte auch A. King einen Barographen dieser Art für das Observatorium zu Liverpool; hier hängt die Röhre an einer Kette, welche über ein Rad geschlungen ist, und das Gegengewicht trägt einen Schreibstift; ein Holzmantel umgiebt den untern Theil der Röhre. Wild hat für den Berner Meteorographen ein dem Secchi'schen ähnliches System adoptirt. Das Waagebarometer, welches zu dem auf der Pariser Ausstellung befindlichen Meteorographen von Secchi gehörte, war dem Florentiner Barometer nachgebildet; das eiserne Rohr, mit erweiterter Kammer und Holzmantel, hing an einem gleicharmigen Hebel, durch ein Gegengewicht balancirt. Der Waagebalken, sowie auch die Röhre und das Gegengewicht, waren durch Messerschneiden aufgehängt. Um seitliche Ausweichungen des Holzschwimmers zu vermeiden, wurde die Röhre durch eine horizontale Bläuelstange geführt. Eine an dem Waagebalken befestigte verticale Zunge wirkte auf ein Watt'sches Parallelogramm, welches den Schreibstift trug. In seiner ersten Publication behauptet Secchi, ganz wie Minotto, sein Barometer sey von Temperatureinflüssen usw. unabhängig. Er hat sich später überzeugt, dafs dies bei dem im Jesuitencollegium zu Rom aufgestellten Barometer nicht der Fall ist, dann aber dieselbe Behauptung in Bezug auf den in Paris von ihm ausgestellten Apparat aufrecht zu halten gesucht. — Der Erfinder der Metallbarometer, Vidi, hat im Jahre 1863 eine andere Modification des statischen Barometers ersonnen: die Röhre ist fest, das Gefäß beweglich, es schwimmt *unter* der Flüssig-

keit. Diefs wird dadurch erreicht, dafs eine hohle Stange aus der Mitte des Gefäfses in die Röhre hinaufgeht: Die Stange ist am oberen Ende geschlossen und trägt gewissermafsen das Gefäfs. Man kann den Apparat auch aus zwei übereinander gestülpten Glasglocken zusammensetzen, zwischen welche man Wasser giefst¹⁾. Ganz kürzlich hat endlich Armellini²⁾ sein statisches Barometer dahin verändert, dafs er eine *oben* mit einer hohlen Blechkugel versehene Röhre in ein tiefes, mit Quecksilber und Glycerin gefülltes Gefäfs taucht; die Blechkugel dient als Schwimmer.

Was nun die Theorie dieser Instrumente anlangt, so ist dieselbe nur sehr unvollständig behandelt worden. Die Secchi'schen Formeln sind theils unbrauchbar, theils sinnlos; die von Armellini gegebenen sind zum grofsen Theil unrichtig. Im Jahre 1862 gab ich im *Cosmos* eine Formel, die für das Armellini'sche und für das Florentiner Barometer gilt, und zu welcher etwas später auch P. Antonelli gelangte³⁾. Erst im vergangenen Jahre jedoch habe ich die Theorie des Waagebarometers eingehender untersucht, und ich hoffe, dafs die nachfolgenden Entwicklungen wenigstens dazu dienen werden, Experimental-Untersuchungen zu erleichtern.

Bezeichnen wir durch β den atmosphärischen Druck in Millimetern, so ist $\beta(1 + qt)$ die Höhe der Quecksilbersäule im Barometer, wo $q = 0,00018$ die Ausdehnung des Quecksilbers für einen Centesimalgrad bedeutet. Denken wir uns nun das Rohr und das Gefäfs in vertikaler Richtung beweglich und durch die Gegengewichte F, G balancirt, so ist leicht zu beweisen, dafs sich Rohr und Gefäfs bei steigendem Luftdruck einander nähern und bei fallendem von einander entfernen müssen, so dafs also ihre wechselnde Entfernung ein Mittel an die Hand giebt, den atmosphärischen Druck unabhängig von der Beobachtung der

1) *Les Mondes*, T. III, p. 25.

2) *Les Mondes* 1868 t. XVI, p. 201.

3) P. Filippo Cecchi. *Il barometro areometrico a bilancia*. *Nuovo Cimento*, 1862.

Quecksilbersäule zu messen. Man sieht auch sofort, daß Instrumente dieser Art sich ganz besonders für graphische Registrirung eignen. Um die Entfernung des Rohrs vom Gefäße leichter zu beobachten, ist es zweckmäßig, entweder das Rohr oder das Gefäß unbeweglich zu machen: das eine der hypothetischen Gegengewichte F , G bedeutet dann den *Widerstand* des Stützpunkts, die Formeln bleiben aber immer dieselben.

Sey jetzt noch Q das Gesamtvolum des im Apparat vorhandenen, M das Volum des im Rohre befindlichen Quecksilbers; das Rohr mag dabei von beliebiger Form seyn. Mit V bezeichnen wir ferner den Inhalt des Quecksilberbades, mit *Einschluss* des Raumes Z , welchen das untere Ende des Rohres einnimmt. Es ist also

$$Q - M = V - Z$$

das Volum der das Rohr umgebenden Flüssigkeit. Ich bemerke hier ein für alle mal, daß unter Z nicht ein ringförmiger, sondern ein *coller* Raum verstanden wird; der Hohlraum des eingetauchten Theils der Röhre ist also in Z mit einbegriffen, und das diesen Hohlraum erfüllende Quecksilber ist ebenso in M mit einbegriffen: diese Voraussetzungen dienen dazu, die Formeln zu vereinfachen, und ich hoffe, daß kein Mißverständniß daraus entstehen wird. Wir werden ferner die Gewichte immer durch äquivalente Quecksilbervolumen von der Temperatur des Apparats ausgedrückt denken, um die Dichtigkeits-Factoren in den Formeln zu vermeiden. Diese *reducirten Gewichte* dehnen sich also ganz wie das Quecksilber im Apparat aus, wenn die Temperatur sich verändert. In diesem Sinne bezeichnen wir z. B. durch T das reducirte Gewicht des leeren Barometerrohrs, durch F und G die reducirten Gegengewichte, usw.

Addiren wir zu V das reducirte Gewicht des leeren Gefäßes, so erhalten wir den Druck $= G$, welchen das Gefäß auf seine Unterlage übt. Daraus folgt, daß V gleich dem Gegengewicht G , weniger dem Gewichte des leeren Gefäßes ist: bleibt also G constant, so ist auch V constant, und das *Niveau bleibt im Gefäße unverändert*.

Der Luftdruck, welcher auf die Barometerkammer von außen wirkt, ist gleich der inneren Quecksilbersäule, welche durch den in der Flüssigkeit von unten nach oben wirkenden Druck getragen wird; man kann beide mit einander vertauschen, d. h. den äußeren Luftdruck um das ganze Barometer herum als äquilibrirt betrachten und dagegen die Quecksilbersäule zum Gewichte des Rohrs hinzurechnen. Daraus folgt, daß das Gegengewicht F und der Auftrieb Z dem Gewichte $T + M$ das Gleichgewicht halten, also

$$T - F + M - Z = 0.$$

Wir hatten bereits

$$V - Q + M - Z = 0,$$

folglich:

$$V = Q + T - F.$$

Man sieht hieraus, daß V constant bleibt, wenn F sich nicht ändert. Benutzt man ein unveränderliches Gegengewicht, dessen äquivalentes Volum F sich nur mit der Temperatur ändert, so ändert sich V ebenfalls nur mit der Temperatur; V stellt dann ein Quecksilbervolum von constantem Gewichte vor, und das Niveau steigt oder fällt in dem Gefäße nur in Folge von Temperaturschwankungen, das Gefäß ist dann also im wahren Sinne des Wortes ein *Thermometer*. Man sieht übrigens, daß in diesem Falle auch G constant ist. Die Summe $F + G$ ist offenbar $= Q + T$, plus dem Gewichte des leeren Gefäßes.

Kehren wir nun zu dem allgemeinen Fall zurück und nehmen wir an, daß der Luftdruck um m Millimeter und die Temperatur um 1 Grad über Null steigt. Die Höhe der Quecksilbersäule wird jetzt $\beta + m + q\beta$. Denken wir uns alle festen Theile des Apparats (Gefäß, Rohr, Unterlage, Waagebalken, Schreibstift, usw.) zusammenhängend und sich gleichförmig ausdehnend, und nennen wir e den linearen Dilatationscoefficienten dieser Theile. Wenn diese Bedingung auch in der Wirklichkeit nie genau erfüllt ist, so ändert das doch die Formeln nur sehr wenig. Wenn sich nun die Flüssigkeit vorerst um den Bruch $3e$ ausdehnt, wie das Volumen der festen Theile, so entsteht dadurch

keine relative Bewegung der Niveau's gegen die entsprechenden Marken; dergleichen Bewegungen entstehen nur durch die *scheinbare* Ausdehnung $q - 3e$ und durch den Druck m . Nennen wir p die Gröfse, um welche das Rohr in das Quecksilberbad einsinkt, und h die Gröfse, um welche das obere Niveau an der Röhrenwand steigt, so ist $h = p + m + (q - e)\beta$, denn die Quecksilbersäule, welche bereits um $e\beta$ zugenommen hat, muß jetzt noch um $m + (q - e)\beta$ zunehmen, da ihre Länge im Ganzen um $m + q\beta$ wachsen soll. Die Gröfsen p und h bedeuten hier also die scheinbaren Niveau-Aenderungen, wie dieselben an dem Rohre selbst abgelesen werden würden.

Der Auftrieb Z wächst um Bp , wo B die Fläche des Querschnitts der Röhre in der Höhe des Quecksilberspiegels bedeutet; unter B verstehen wir wieder nicht die ringförmige, sondern die volle Fläche des Durchschnitts. Das Volumen M wächst um die Gröfse Ch , wo C die Oberfläche des inneren Niveau's bedeutet. Die einander gleichen Volumina $T - F$ und $V - Q$ dilatiren sich noch um die Gröfse $(q - 3e)(T - F) = (q - 3e)(V - Q)$. Wächst ausserdem das Gegengewicht um eine Gröfse f , etwa durch die Bewegung des Waagebalkens, so muß diese ebenfalls berücksichtigt werden. Die Gleichung $T - F + M - Z = 0$ giebt also:

$$(q - 3e)(T - F) - f + Ch - Bp = 0,$$

oder, indem man für h seinen Werth setzt,

$$f + (B - C)p = Cm + C(q - e)\beta + (q - 3e)(T - F).$$

Ebenso findet man:

$$f + (B - C)h = Bm + B(q - e)\beta + (q - 3e)(T - F).$$

Der äufsere Quecksilberspiegel erhebt sich um n über eine an der Wand des Gefäßes befindliche Marke, und das Volumen V wächst dadurch um En , wenn wir mit E die volle Oberfläche des Bades bezeichnen (mit Inbegriff der Fläche B). Die Gleichung $V = Q + T - F$ giebt uns daher:

$$En = (q - 3e)(Q + T - F) - f,$$

oder:

$$f + En = (q - 3e)V.$$

Die Gröfse δ , um welche das Rohr gegen die Marke auf der Gefäßswand sinkt, ist gleich der Differenz $p - n$. Setzen wir nun:

$$\varpi = \frac{EC}{E - B + C},$$

und

$$\begin{aligned}\tau &= (q - e)\beta + (q - 3e)\left(\frac{T - F}{C} - \frac{B - C}{C} \frac{V}{E}\right) \\ &= (q - e)\beta + (q - 3e)\left(\frac{T - F}{\varpi} - \frac{B - C}{C} \frac{Q}{E}\right),\end{aligned}$$

so finden wir leicht:

$$\frac{1}{\varpi} f + \frac{B - C}{C} \delta = m + \tau.$$

Ist das Gefäß beweglich und das Rohr fest, so braucht man in dieser Formel blofs $V - Q$ an die Stelle von $T - F$ zu setzen. Die Gröfse τ ist offenbar der scheinbare Druck, oder der Fehler im beobachteten Luftdruck, welcher durch eine Temperaturerhöhung von 1 Grad entsteht. Der Ausdruck dieses Fehlers ist ganz unabhängig von der Einrichtung des Waagebarometers, er gilt ebensowohl für das Morland-Magellan'sche System, wo F constant, als für das Minotto-Secchi'sche, wo F veränderlich ist; er gilt ferner auch für die registrirte Barometerhöhe. Man sieht endlich auch, dafs die Waagebarometer *compensirt*, d. h. von der Temperatur nahezu unabhängig gemacht werden können; dazu ist nur nöthig, dafs $\tau = 0$ wird. Ist B gröfser als C , also $B - C$ positiv, so müfste man das Gefäß wie ein Thermometer, mit weitem Boden und engem Halse construiren, um das Verhältnifs $V : E$ zu vergrößern, und durch die Erhebung $(q - 3e) \frac{V}{E}$ des Quecksilberspiegels im Gefäße das Glied $(q - e)\beta$ im Ausdruck von τ zu neutralisiren. Ist aber B kleiner als C , wie bei dem Barometer des Jesuitencollegiums, so wird $B - C$ negativ, und man mufs dann im Gegentheil E vergrößern, um das Glied $(q - 3e) \frac{V}{E}$ zu verkleinern; außerdem mufs man suchen F gröfser als T zu machen; es wird aber immer schwer seyn,

in diesem Falle die Compensation zu erreichen. Bei Barometern dieser letzten Gattung wird die Temperaturcorrection gewöhnlich nahezu durch das erste Glied ausgedrückt seyn, sie wird sich also nur wenig von derjenigen des gewöhnlichen Barometers unterscheiden, wie das auch Secchi bei seinem Barometer in Rom bemerkt hat. Von dem in Paris ausgestellten Waagebarometer behauptete er dagegen, auf ganz puerile Gründe gestützt, daß die Temperatur auf dasselbe keinen Einfluß haben könnte. Es war hier $C=28$, $B=38$, $E=72$ Quadrat-Centimeter, $T-F=Z-M=770$ Cubikcentimeter, die Tiefe des cylindrischen Bades $\frac{V}{E}=39$ Centimeter und $\beta=76$ Centim.; ferner $e=0,000012$ für Eisen, also $q-e=0,000167$ und $q-3e=0,000143$. Es folgt daraus $\tau=1,14$ Millim. für 10 Grade. Für das römische Barometer hat man, wie für ein gewöhnliches, $\tau=1,30$ Millimeter, also nur wenig mehr, als für das Pariser. Um das letztere zu compensiren, hätte man die Tiefe des Quecksilberbades auf $3^m,26$ bringen, oder aber den Boden des Gefäßes erweitern und die Oberfläche E verengern müssen.

Wir können im Folgenden von der Temperatur abstrahiren und brauchen nur noch die Gleichung

$$\frac{1}{\omega} f + \frac{B-C}{C} \delta = m$$

zu untersuchen. Man sieht leicht, daß ω die bewegende Kraft ist, welche einer Druckänderung von 1 Millim. entspricht. Vergrößert man nämlich F um $f=m\omega$, so wird $\delta=0$, d. h. das Rohr bleibt unverrückt; $m\omega$ ist also die Kraft, welche dem hinzukommenden Druck m das Gleichgewicht hält, oder die bewegende Kraft dieses Druckes; ω ist also die bewegende Kraft, mit welcher ein Druck von 1 Millim. auf den Apparat wirkt. Will man ω in Grammen ausgedrückt haben, so ist, wenn B , C und E in Quadratcentimetern gegeben sind,

$$\omega = 1^{\text{gr}},36 \frac{CE}{E-B+C}.$$

Ist ω bekannt, so kann der Luftdruck durch Beobachtung

des Gewichtes f , welches das Rohr in einer fixen Lage erhält, *gewogen* werden; man muß nur nicht vergessen, daß auch hier die Temperaturcorrection zu berücksichtigen ist, was Minotto und Secchi übersehen haben. Will man den Apparat sehr empfindlich machen, so muß man ϖ zu vergrößern suchen, indem man die Kammer C erweitert, und E sehr groß nimmt, wenn $B < C$, dagegen sehr klein, wenn $B > C$. Für das Pariser Barometer war $\varpi = 44$ Gr., für das Florentiner ist $\varpi = 37$ Gr. (weil $B = 30$, $C = 21$, $E = 39$), für das in Rom aufgestellte $\varpi = 34$ Gr. (da $B = 3$, $C = 26$, $E = 636$).

Wir müssen nun die Bedingungen für die Stabilität des Gleichgewichts aufsuchen. Wenn das Rohr bei unverändertem Luftdruck ($m = 0$) um eine Größe δ dem Gefäße näher gebracht wird, so kann es in der neuen Lage durch ein Gegengewicht

$$f_0 = -\varpi \frac{B-C}{C} \delta$$

festgehalten werden. Wächst aber F in Wirklichkeit um eine Größe f , so bringt der Ueberschuß $f - f_0$ Bewegung hervor. Soll nun das Gleichgewicht stabil seyn, so muß diese Bewegung rückwärts, d. h. gegen die alte Gleichgewichtslage gerichtet seyn, es muß also das Rohr steigen, oder $f - f_0$ positiv seyn. Diese Bedingung wird durch ein unveränderliches Gegengewicht immer erfüllt, wenn $B > C$, denn in diesem Falle ist $f = 0$ und f_0 negativ. Ist aber $B < C$, also f_0 positiv, so muß F variiren, und zwar bei einer Bewegung δ um eine Quantität f , welche größer ist als $\varpi \frac{C-B}{C} \delta$.

Im ersten Falle ($B > C$) ist also immer Stabilität im vertikalen Sinne durch ein constantes Gegengewicht zu erreichen, und die Gleichung wird einfach:

$$\delta = \frac{C}{B-C} m;$$

die Größe δ , um welche das Rohr sich dem Gefäße nähert, ist dem Zuwachs des Luftdrucks *proportional*, wenn das

Verhältniß der Durchschnitte B und C constant bleibt, was z. B. bei einem cylindrischen Rohr immer der Fall ist.

Im zweiten Fall ($B < C$) muß die Stabilität des Gegengewichts künstlich durch variable Gegengewichte erreicht werden. Auch in diesem Fall kann man es jedoch dahin bringen, daß die Bewegung δ zu m in einem constanten Verhältniß steht. Dazu ist nur erforderlich, daß f eine lineare Function von δ sey. Läßt man z. B. das Gegengewicht F in ein gesondertes Quecksilberbad tauchen, in welchem dasselbe auf- und absteigend einen veränderlichen Auftrieb erfährt, so wird $f = k\delta$, und wir haben:

$$m = \left(\frac{k}{\omega} - \frac{C - B}{C} \right) \delta.$$

Es ist hier vorausgesetzt, daß die Röhre beweglich und das Gefäß fest ist; wäre das Umgekehrte der Fall, so müßte man das Gegengewicht G auf ähnliche Weise veränderlich machen. Die Temperaturcorrection wird hier um ein Glied vermehrt, welches von den Dimensionen des Gegengewichts und seines Gefäßes abhängt. In dem betrachteten Fall ist dieses Glied additiv, wenn F ein beweglicher Stempel ist, welcher in ein fixes Gefäß taucht: es würde subtractiv seyn, also die Compensation erleichtern, wenn F ein auf- und absteigendes Gefäß wäre, in welches ein unbeweglicher Stempel tauchte. Handelt es sich dagegen um G , so wird die Compensation erleichtert, wenn G ein beweglicher Stempel ist, der in ein befestigtes Gefäß taucht.

Die obige Formel gilt auch für das Barometer von Minotto, bei welchem das Gegengewicht an einer Schnecke und das Rohr an einer Rolle hängt, wo also ebenfalls $f = k\delta$, weil der Hebelarm des Gegengewichts um eine der Rotation des Systems proportionelle Gröfse wächst, während andererseits δ derselben Rotation proportional ist. Minotto nimmt übrigens $B > C$, was bei diesem System nicht nöthig gewesen wäre, da es für die Stabilität hinreicht, daß

$$k > \omega \frac{C - B}{C}.$$

Bei dem älteren Secchi'schen Barometer wird F durch

die Bewegung eines Winkelhebels verändert, es ist deshalb f keine lineare Function von δ , und δ steht zu m in keiner einfachen Proportion. Diefs ist der Hauptfehler der Secchi'schen Construction.

Das System $B > C$, bei welchem das Gleichgewicht im verticalen Sinne immer stabil ist, wird durch eine gewöhnliche Barometerröhre immer realisirt, da hier der Durchmesser immer gröfser als das Caliber ist; bei Minotto findet ein ähnliches Verhältnifs statt, indem er eine oben und unten gleich stark erweiterte Röhre benutzt; bei Armellini, King, Cecchi und Antonelli und bei dem neuesten Secchi'schen Barometer ist die Kammer erweitert und der untere Theil des Rohrs von einem Mantel umgeben, dessen Basis gröfser als das Caliber der Kammer ist. Die Erweiterung der Kammer hat zum Zweck, die bewegende Kraft ω zu vergrößern, es wird dadurch aber auch der ganze Apparat schwerer, und der Vortheil ist nicht so bedeutend, als es anfangs scheint. Was nun die Aufhängerweise betrifft, so haben wir gesehen, dafs Morland das Rohr an den kurzen Arm eines geraden Hebels hängt; Magellan und Cecchi hängen das Rohr und das Gegengewicht an Kreisbögen, welche die Enden eines Waagebalkens bilden, King verbindet beide durch eine über eine Rolle gelegte Kette; Secchi (1867) hängt beide durch Messerschneiden an einem Waagebalken auf. Das Gegengewicht F , auf den Hebelarm des Rohrs reducirt, ist hier überall constant, weil beide Hebelarme in gerader Linie liegen (bei einem Winkelhebel würde F nicht mehr constant seyn). Bei Armellini ist $F = 0$, da das Rohr frei schwimmt; diels ist auch bei Maguire der Fall, aber das letztere System ist labil, weil hier $B < C$. Bei dem Vidi'schen Barometer mit beweglicher Cuvette ist G constant und gleich dem Quecksilbervolumen, welches die aus der Cuvette aufsteigenden Röhre füllen würde (vorausgesetzt, dafs diese Röhre ganz unter Quecksilber bleibt).

Wendet man, um $B > C$ zu bekommen, einen Holzmantel an, wie diels Armellini und Secchi gethan haben,

so stößt man auf ein neues Hinderniß; das Gleichgewicht wird labil im *horizontalen Sinn*, das Rohr drängt gegen die Gefäßwand und wird aus dem Quecksilberbade herausgetrieben. Die Bedingungen für die horizontale Stabilität findet man folgendermaßen. Denken wir uns das Rohr beweglich, so wirkt darauf von unten nach oben das Gewicht F an der Spitze, und der Auftrieb Z im Triebpunkt (Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit); das Gewicht $T + M = F + Z$ wirkt von oben nach unten im Schwerpunkt der Masse $T + M$ des gefüllten Rohrs. Giebt man dem Rohre eine sehr kleine Neigung i , so erfordert die Stabilität, daß die Resultante der parallelen Kräfte F , Z ihren Angriffspunkt *über* dem Schwerpunkt der schwebenden Masse hat, oder daß das Moment der Kraft F in Bezug auf diesen Schwerpunkt größer ist, als dasjenige der Kraft Z . Nennen wir ζ die Entfernung des Schwerpunkts vom Triebpunkt, und η diejenige des Schwerpunkts von der Spitze des Rohrs, so ist die Bedingung: $\eta F > \zeta Z$. Dabei wird aber vorausgesetzt, daß die Volumina Z und M ihre Form in Folge der Neigung nicht merklich ändern, daß also Schwerpunkt und Triebpunkt nicht verrückt werden. Sind die Kammer und der Mantel einigermassen weit, so muß dieser Umstand auch noch berücksichtigt werden, und man findet dann, daß die Formveränderung von M und Z zwei Kräftepaare erzeugt, welche den Quadraten der Kreisflächen C und B proportional sind; die vollständige Bedingung der horizontalen Stabilität wird endlich:

$$\eta F - \zeta Z + \frac{B^2 - C^2}{4\pi} > 0.$$

Für das Florentiner Barometer haben wir $F = 16$ kilogr. = 1180 Cubikcentimeter Quecksilber. Ferner $B = 30$, $C = 21$, $Z = 620$ bei einer Einsenkung von 205 Millim. Die Länge des Rohrs beträgt 1^m,064, der Schwerpunkt ist ungefähr in der Mitte, also $\eta = 53$, $\zeta = 43$ Centim. Also $35917 > 0$; die Bedingung ist reichlich erfüllt, und hätte mit weniger Aufwand von Quecksilber realisiert werden können. Bei dem Minotto'schen Barometer ist das horizon-

tale Gleichgewicht immer stabil, weil die glockenförmige Erweiterung wie ein mit Quecksilber gefüllter Mantel wirkt. Bei dem in Paris ausgestellten Barometer war diese Bedingung nicht erfüllt, weshalb Secchi genöthigt war, den unteren Theil des Rohrs durch eine Gelenkstange vertical zu erhalten!

Es erübrigt noch, die Bewegung der Hebelarme zu untersuchen, an welchen das Rohr oder das Gefäß aufgehängt wird. Hängt dasselbe an einer Schnur, die über einen Kreisbogen vom Radius r geht (Magellan, King, Secchi), so bleibt der Hebelarm horizontal und die Rotation ϱ ist proportional mit δ , denn wir haben $\delta = r\varrho$. Für die gewöhnliche Aufhängungsweise am Endpunkt des Waagebalkens (Morland, Secchi) haben wir $\delta = r\varrho \cos a$, wo a die Neigung des Waagebalkens bedeutet. Wäre δ zu groß, um als Differenzial behandelt zu werden, so müßte man $\varrho \cdot \cos a$ durch $\sin a$ ersetzen, als $\delta = r(\sin a - \sin a_0)$ schreiben, oder einfach $\delta = r \sin a$, wenn für die horizontale Lage des Balkens $\delta = 0$ setzen, also $a_0 = 0$.

Bei dem römischen Waagebarometer ist das Gegengewicht II am Ende eines längeren Armes R befestigt, welcher mit dem unter dem Winkel a geneigten Arme r den Winkel $90^\circ + c$ macht. Dasselbe wirkt an der Spitze des Rohrs mit einer Zugkraft $F = W(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} c)$, wo wir durch W das reducirte Gewicht $II \frac{R}{r} \cos c$ bezeichnen. Die Rotation ϱ bringt ein Mehrgewicht $f = W(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} a_0)$, oder einfacher $f = \frac{W}{\cos^2 a} \varrho$ hervor. Hängt man das Rohr über einen Kreisbogen, der am Ende von r befestigt ist, so bleibt der Hebelarm des Rohrs stets horizontal, also $a = 0$, der Winkel c hört aber auf, constant zu seyn, er bedeutet dann die Neigung des Armes R gegen die Verticale. Wir haben in diesem Falle $F = II \frac{R}{r} \sin c$ und $f = W \cdot \varrho$. Führt man diese Werthe in die früher aufgestellte Gleichung zwischen m und δ ein, so erhält man

1. Für das alte Secchi'sche Schnellwaage-Barometer;

$$m = \left(\frac{W}{\varpi r \cos^2 a} - \frac{C-B}{C} r \cos a \right) \varrho = \left(\frac{W}{\varpi r \cos a} - \frac{C-B}{C} r \right) \sin a,$$

wobei $a_0 = 0$.

2. Für das über Kreisbogen hängende Rohr:

$$m = \left(\frac{W}{\varpi} - \frac{C-B}{C} r \right) \varrho = \frac{\pi R}{\varpi r} \sin c - \frac{C-B}{C} r \cdot c$$

wobei $c_0 = 0$.

Die Stabilität im verticalen Sinne erfordert hier, dafs

$$\pi R \cos c > \varpi r^2 \frac{C-B}{C}$$

sey. Da der Factor, mit welchem ϱ multiplicirt ist, mit der Neigung der Waage sich ändert, so findet zwischen m und ϱ keine strenge Proportionalität statt. Dieser Uebelstand war besonders bei dem ursprünglichen Secchi'schen Barographen merklich, wo die Scale für niedrigen Druck weit ausgedehnter war, als für hohen. Um die Veränderlichkeit so gering als möglich zu machen, mufs man den Arm, welcher das Rohr trägt, nahezu horizontal lassen ($a_0 = 0$), wie das Wild in Bern gethan hat. Man könnte freilich auch die Proportionalität dadurch erreichen, dafs man der Kammer oder dem Mantel eine conische Form gäbe, und den Durchschnitt C , resp. B , durch die Gleichung bestimmte, welche erhalten wird, wenn wir $m = A \varrho$ setzen. Bedeutet hier nämlich A eine Constante, so wird nach dem Obigen:

$$\frac{W}{1.36} \left(1 + \frac{C-B}{E} \right) - A C \cos^2 a - (C-B) r \cos^3 a = 0,$$

also B oder C als Function von a bestimmt. Die zugehörigen verticalen Coordinaten des Umdrehungskörpers, dessen Durchschnitte B oder C vorstellen, können ebenfalls durch a ausgedrückt werden; wir haben nämlich:

$$p = \delta + n = \delta - \frac{f}{E} = r \sin a - \frac{W}{1.36 E} \operatorname{tg} a,$$

und

$$h = p + m = p + A a.$$

Dieses Mittel wäre aber sehr unbequem. Wir haben gezeigt, dafs man die Stabilität erreichen kann, ohne die constante Scale zu opfern, wenn man einen *geraden* Waagebalken

anwendet und das Gegengewicht in eine Flüssigkeit taucht, oder wenn man mit Minotto das Gegengewicht an einer Schnecke aufhängt. Ein dritter Weg bestände darin, das Rohr an einem Kreisbogen und das Gegengewicht an einem Spiralbogen von bestimmter Form aufzuhängen.

Ich habé endlich noch den Fall untersucht, wo das Gegengewicht in das Gefäß des Barometers taucht. Hier haben wir, wenn B' den Durchschnitt des Cylinders F und Z' den auf ihn wirkenden Auftrieb bezeichnet,

$$\begin{aligned} T + M - Z + Z' &= F \\ Q - M + Z + Z' &= V \\ \hline T + Q - F &= V - 2Z'. \end{aligned}$$

Hier bleibt also das Gewicht des Volumens $V - 2Z'$ constant. Man findet in diesem Fall:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{mC(E - 2B')}{E(B' + B - C) + 4B'(C - B)}, \\ \omega &= \frac{15^{\circ}.36.C(E - 2B')}{E + C - B - B'}, \end{aligned}$$

und für den Temperaturfehler:

$$\tau = (q - e)\beta + (q - 3e)\left(\frac{T - F}{C} + \frac{B' + C - B}{C} \cdot \frac{V - 2Z'}{E - 2B'}\right).$$

Betrachten wir endlich das neueste Barometer von Armellini, welches ein Blechschwimmer in einem Quecksilber- und Glycerinbade aufrecht hält, so finden hier etwas andere Beziehungen statt. Sey B' der Querschnitt des aus dem Glycerin hervorragenden cylindrischen Fortsatzes der Röhre (der Schwimmer bleibt unter der Flüssigkeit) und E' die volle Oberfläche des Glycerins (B' mit inbegriffen); $\Delta = 0,0935$ bedeute die relative Dichtigkeit der beiden Flüssigkeiten. Bezeichnen wir mit p die Größe, um welche das Rohr in das Glycerin einsinkt, so haben wir, indem wir die Temperatur bei Seite lassen,

$$h = p + m + (p' - p)\Delta.$$

Der Auftrieb ändert sich um $Bp + (B'p' - Bp)\Delta$; das Gewicht des vollen Rohrs um $Ch + f$, wenn man ein Gewicht f in ein vom Rohre getragenes Schälchen legt. Folglich:

$$f + Cm = (B - C)p + (B'p' - Bp)\Delta - C(p' - p)\Delta.$$

Die Niveau's der zwei Flüssigkeiten steigen an der Wand des Gefäßes um n und n' , und wir haben einerseits $f = En + (E'n' - En)A$, anderseits $n' - n = p' - p$, und $E'n' - En = B'p' - Bp$. Eliminiren wir, so finden wir,

$$BE' = \theta(E - AE + AE')$$

gesetzt,

$$\frac{\omega}{A} \frac{E' - \theta}{E'} = B'p' - Bp - \theta(p' - p).$$

Ist nun $f = 0$, so wird, wie man leicht findet:

$$p' = \frac{mC(B - \theta)}{(B - C)(B' - \theta) + A(B' - B)(C - \theta)}.$$

Nimm man $B = B'$, so geht diese Formel in die des Schwimmbarmeters mit *einer* Flüssigkeit über, sie wird nämlich ganz einfach: $p' = \frac{mC}{B - C}$. Soll das Rohr unbeweglich bleiben, so haben wir $p = n$ und $p' = n'$. Man findet dann leicht aus den obigen Gleichungen den Werth von f , welcher dem Druck m das Gleichgewicht hält. Ein solcher Apparat erlaubt also, den Luftdruck arcometrisch zu wägen. — Ich hoffe, diese Andeutungen werden genügen, um von den Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Waagebarometer einen klaren Begriff zu geben.

Paris, im Januar 1868.

**V. Versuche über die Theilung des Batteriestroms
mit Rücksicht auf die Theorie derselben;
von K. W. Knochenhauer.**

Die aus den Principien der von Thomson und Kirchhoff aufgestellten Theorie über die Flaschenentladung abgeleiteten Formeln zur Bestimmung der durch die Zweige des Schließungsbogens gehenden Theilströme, welche Hr. Dr. Feddersen diese Annalen Bd. 130, S. 439 mitgetheilt hat, haben mich veranlaßt, neue Versuche über die Strom-