MAGNETIZZAZIONE CICLICA

A DIFFERENTI TEMPERATURE.

PROF. F. PIOLA.

§ 1. — La magnetizzazione J dei corpi ferromagnetici, come funzione del *campo magnetico* H , nel quale i corpi stessi si trovano, e della loro *temperatura* T , ha richiamata da lungo tempo l'attenzione di numerosi sperimentatori ¹⁾.

In generale tre modi distinti possono seguirsi in tale studio, secondo che si mantiene da prima costante una piuttosto che un'altra delle tre variabili. In modo analogo si studiano i fenomeni magneto elastici, cioè la *magnetizzazione* in relazione al *campo* ed alle *deformazioni* elastiche, e come in questi non è indifferente l'ordine della successione, così in quelli il risultato riesce bene differente nei varii casi.

Per limitarci a considerare il caso di temperatura costante, e ciò per differenti valori della stessa, ricordiamo che da prima il Curie ²⁾ e recentemente il Maurain ³⁾ hanno voluto studiare l'effetto delle variazioni del campo, *prescindendo dall'isteresi*, ossia di studiare la magnetizzazione *anisteretica*,

¹⁾ Hopkinson. *Phil. Trans.*, 1889 A, pag. 443 — Curie. *Oeuvres*, pag. 232. — Kunz. *Elect. Zeit.*, 1894, pag. 194. — Morris. *Phil. Mag.*, 1897-44°, pag. 213. — Fuller ad Grace. *Phil. Mag.*, 1909-18°, pag. 866. — Nagaoka e Kusakabe. *Iour. of Coll. of Scien.*, Tokio, 1904-19°, art. 9, 14. — Harrison E. Philip. *Phil. Mag.*, 1904-8°, pag. 179. — Perrier. *Arch. de Sciences de Genève*, 1909-28°, pag. 5, 119, 237. — Maurain. *Ann. de Chimie et de Physique*, 1910-20°, pag. 353.

²⁾ Curie. L. c., pag. 310.

³⁾ Maurain. L. c.

come è chiamata da quest'ultimo sperimentatore. Se non ch^e le azioni suppletive che vengono applicate coll'intento di annullare l'isteresi, come campi magnetici alternati decrescenti, perturbano profondamente il fenomeno, come è dimostrato dal fatto dei risultati non concordanti ottenuti dal Maurain con differenti mezzi e, più che tutto, dalla non coincidenza ¹⁾, a temperatura elevata, delle curve di magnetizzazione ordinaria e di quella anisteretica. Se, infatti, le azioni suppletive non avessero altro effetto che di annullare la isteresi, esse dovrebbero riuscire inavvertite quando l'isteresi già più non esistesse, come è noto avvenire, e lo si vedrà chiaramente in questa ricerca, a temperatura anche notevolmente al di sotto della *critica*: È che, invece, tali azioni non producono se non un annullamento apparente, come ho fatto vedere alcuni anni or sono ²⁾.

Non mancano i fisici che si sono preoccupati delle variazioni della *isteresi*, ma ciò hanno fatto o tracciando per punti il ciclo ³⁾ od occupandosi in blocco della energia dissipata per ogni ciclo ⁴⁾. Evidentemente, mentre il secondo modo nulla ci dice rispetto all'intero andamento del fenomeno, il primo, permettendocene solo lo studio statico ed in condizioni non sempre bene definite, specialmente per l'influenza della viscosità differente per differenti velocità di variazioni del campo, non ci dà sufficienti e rassicuranti indicazioni sulle particolarità che interessa mettere in luce e che possono portare un qualche contributo alla conoscenza ancora molto incerta dell'intimo processo della magnetizzazione.

La presente ricerca è fatta allo scopo di studiare, a temperatura costante e per differenti valori di questa, fino al di sopra del suo valore *critico*, il vero comportamento magnetico del ferro *mentre* compie cicli dinamici in condizioni ben definite.

¹⁾ Maurain. L. c., fig. 3, 4, 5, 7.

²⁾ Piola. *Elettricista*, 1904, n. 16.

³⁾ Kunz. L. c. — Morris. L. c.

⁴⁾ Perrier. L. c.

Disposizione sperimentale.

§ 2. — Il ferro sottoposto ad esame agisce sopra il fascio catodico di un tubo di Braun, alimentato da una macchina elettrostatica. Il tubo è provvisto dell'elica longitudinale ¹⁾ per impiccolire la macchia. Il campo magnetico è prodotto dalla corrente alternata di Roma (intorno a 45 periodi per 1'') ed il riscaldamento per mezzo di corrente pure alternata traversante un'elica avvolta in doppio sopra il ferro ed isolata da questo. Date le condizioni dell'esperienza, la temperatura del ferro si poteva ritenere, durante ogni periodo, indipendente dai valori istantanei della corrente riscaldante, e si poteva ritenere anche costante da periodo a periodo, poichè si regolavano le cose in modo che variazioni sensibili di temperatura richiedessero parecchie migliaia di periodi per compiersi.

Le grandezze che occorre considerare coi loro valori contemporanei sono: temperatura T , campo magnetico H ed intensità di magnetizzazione J . Esse ci vengono rivelate nei seguenti modi:

a) La *temperatura* viene dedotta dalla resistenza elettrica di un filo di P_t immerso nel fascio ed isolato da questo per mezzo di una spirale di sottile filo d'amianto. Questo modo di misurare la temperatura presenta su quello del contatto termoelettrico, usato da altri, il vantaggio di dare il valore medio in tutta la lunghezza del fascio, invece che quello in uno o più punti distinti.

Per dedurre dalla resistenza del P_t la temperatura mi sono servito della formula ricavata dal Benoit ²⁾ fra 0° e 860° :

$$R_t = R_0 (1 + 0,002454 t - 0,000000594 t^2).$$

Per facilitare la determinazione ho costruito, in grande scala, la curva avente per ascisse t e per ordinate $k = \frac{R_t}{R_0}$.

¹⁾ Piola. *Rend. Lincei*, 1908, 2° sem., 17°, pag. 316; *Nuovo Cimento*, 17°, pag. 328.

²⁾ Benoit in Landolt. *Tabellen*, Berlin, 1905, pag. 727.

Se avessi avuto di mira di eseguire delle esperienze di precisione avrei dovuto tarare direttamente il filo di P_i in ambienti a temperature note, ma, poichè a me interessava constatare soltanto l'andamento generale del fenomeno, ho creduto di potermi esonerare da tale operazione. Sul metodo per la misura della resistenza, va detta qualche parola.

L'uso del Ponte di Wheatstone si presenta subito alla mente, ma si presenta pure immediata la difficoltà di tener conto degli attacchi del filo al ponte, la temperatura dei quali, mentre non è quella del fascio, non può ritenersi nemmeno quella dell'ambiente, nè facilmente esprimibile in funzione di questa e di quella. Ho ritenuto più adatto il metodo potenziometrico, disponendo le cose come è indicato nella fig. 1.

Fig. 1.

Un operatore, spostando il contatto scorrevole C sul filo calibro di costantana AB , mantiene a zero il galvanometro e legge, a intervalli di tempo costanti, la posizione del corsoio, sia quando si abbia in serie il filo bolometrico di resistenza R , sia quando, mediante il commutatore D , venga sostituito a quello la resistenza campione ρ . Se M , N , M_0 , N_0 sono rispettivamente le posizioni del corsoio alle temperature t° e θ° , sarà :

$$R_t = \frac{AM}{AN} \rho, \quad R_0 = \frac{AM_0}{AN_0} \rho, \quad \text{da cui: } k_t = \frac{AM}{AM_0} \cdot \frac{AN_0}{AN}$$

e, per mezzo del diagramma, potrà subito trovarsi t .

Il filo bolometric di P_t era del diametro di mm. 0,4 e della lunghezza fra le sonde di cm. 30, cioè uguale a quella del fascio di ferro nel quale era immerso. La sua resistenza, ridotta a 0° , era di ohm 0,298. Per tutti i campioni studiati il filo termometrico è stato sempre lo stesso, perchè fossero paragonabili i risultati ottenuti. Non in tutte le esperienze si è misurata la temperatura avendo ritenuto in alcune sufficiente indizio dello stato di riscaldamento la forma della curva tracciata sullo schermo del tubo.

b) Il *campo magnetizzante* è dato dallo spostamento orizzontale in ogni istante del fascio catodico (fig. 2), sposta-

Fig. 2.

mento prodotto dall'elica P ad asse verticale percorsa dalla stessa corrente che percorre quella magnetizzante Q. Inoltre il valore massimo del campo può essere calcolato dalle indi-

cazioni di un amperometro elettromagnetico A posto in serie e che ci fornisce l'intensità I_e efficace della corrente. Tenendo conto che la corrente della Città è sensibilmente sinusoidale, avremo subito il modo di dedurre il valore massimo I_m e, note le dimensioni dell'elica magnetizzante, il valore massimo H del campo.

L'elica magnetizzante Q è disposta orizzontalmente e normale al fascio catodico: essa ha dimensioni tali, rispetto a quelle del ferro che viene in essa introdotto, da assicurare un campo sensibilmente costante nello spazio occupato dal ferro stesso.

Sul prolungamento dell'asse di Q, dall'altra parte del tubo di Braun, si trova una seconda elica Q, identica alla prima, e che può disporsi in serie con questa in modo da compensare il suo effetto elettromagnetico sul fascio catodico. Le due eliche Q e Q' sono contenute in due tubi di vetro fissi, entro i quali possono scorrere per essere portate in tali posizioni da ottenere azioni di opportuna entità, pur mantenendo il reciproco compenso.

Mercè un commutatore a pozzetti di mercurio $a, b, 1...6$ le eliche P, Q e Q' possono combinarsi insieme in differenti modi.

c) La *intensità della magnetizzazione* è data in ogni istante dallo spostamento verticale del fascio catodico prodotto dal materiale disposto entro l'elica magnetizzante. I campioni sperimentati erano costituiti da fasci di fili di lunghezza e numero differente, secondo i differenti casi, come diremo in seguito. L'isolamento fra essi era ottenuto mediante il lieve strato di ossido del quale erano coperti e che, come è noto, è più che sufficiente per evitare le correnti di Foucault con basse frequenze.

Nella serie 1^a di esperienze il fascio di ferro, col filo bolumetrico nel suo asse, veniva legato con filo di amianto e poi fasciato strettamente con carta pure d'amianto. Veniva in seguito avvolta in doppio la spirale di P_i per il riscaldamento e sopra questa molti strati ancora di carta di amianto. Il tutto era legato fra tubetti di vetro entro i quali passavano i vari

conduttori (2 per il riscaldamento, 2 per il filo bolometrico e 2 per le sonde staccantisi alle estremità di questo).

Nella serie 2^a e 3^a i fasci di ferro, senza filo bolometrico, venivano introdotti in tubetti di vetro che si saldavano alla lampada, dopo fatto il vuoto. Nei tubi era pure introdotto, in una concamerazione a parte, del ferro estremamente suddiviso (ridotto dall'idrogeno). Questo veniva, sia durante l'azione della pompa che dopo saldato il tubo, riscaldato dall'esterno in modo da assorbire le ultime tracce di ossigeno ed impedire, in tal modo, l'ossidazione del fascio. Il tubo col ferro veniva introdotto nella elica Q, internamente alla quale si trovava il riscaldatore. Era questo costituito da un tubo di vetro ricoperto di carta di amianto e con avvolta, sopra a questa, la spirale in doppio filo di platino: il tutto fasciato da molti strati di amianto. Il vetro ordinario, in queste serie di esperienze, poteva essere usato, vista la temperatura non troppo elevata che veniva raggiunta.

Nella 3^a serie di esperienze un secondo tubo, con fascio identico a quello introdotto in Q, veniva posto in Q', come vedremo.

Le esperienze furono fatte su 5 fasci di filo di ferro e su 2 di filo d'acciaio, differenti fra loro per dimensioni e per qualità di materiale. Nel quadro seguente sono registrati il numero n di fili per ogni fascio, la loro lunghezza l e diametro d , il diametro $d_o = d \sqrt{n}$ del cilindro massiccio di sezione uguale alla somma di quelle dei varii fili, diametro d_o che interessa pel calcolo del fattore smagnetizzante N ¹⁾.

¹⁾ Ascoli. *Elettricista*, 1893, pag. 138 e 201.

FASCIO			n	l cm.	d_i cm.	d_o	$\frac{l}{d_o}$	N
Ferro	I	S_a	20	30	0,09	0,40	75	0,008
Acciaio	II	C	45	30	0,06	0,40	75	0,008
Ferro	III	T	30	30	0,095	0,52	58	0,013
Acciaio	IV	L	9	20	0,140	0,420	48	0,550
Ferro	V	T	36	30	0,095	0,57	53	0,016
Ferro	VI	S_b	25	28	0,085	0,425	66	0,010
Ferro	VII	S_c	32	28	0,08	0,45	62	0,011

Il fattore smagnetizzante è stato per interpolazione dedotto dalla tavola di Du Bois ¹⁾ e da quella di Thompson e Moss ²⁾. Il calcolo di questi fattori pei varii fasci è stato fatto per una ragione molto importante. Detto infatti H_e il campo magnetico *esterno*, cioè quello applicato per mezzo della corrente elettrica e che ci è dato dalle ascisse della figura disegnata sullo schermo di Braun, detta J la intensità di magnetizzazione, data dalle ordinate della figura stessa, il campo magnetico H al quale il materiale è in realtà sottoposto è dato da:

$$(1) \quad H = H_e - N J.$$

Ora, poichè col riscaldamento la intensità massima di magnetizzazione varia, passando da valori elevati fino a zero, si scorge come durante le esperienze il massimo campo magnetico vada mutando da H ad H_e . Si tratta di vedere se questi mutamenti siano avvertibili, cioè se la differenza fra i valori massimi del campo risultante, a freddo e a caldo, sia apprezzabile nella figura. Dalla (1) possiamo ricavare, per la variazione relativa:

$$(2) \quad m = \frac{H_e - H}{H_e} = \frac{N J}{H_e} = \frac{N J}{N J + H} = \frac{1}{1 + \frac{1}{N k}}$$

¹⁾ Du Bois. *The Magnetic circuit*, 1896, pag. 41.

²⁾ Thompson e Moss. *Phil. Mag.*, 1909-17°, pag. 729.

avendo indicato con $k = \frac{J}{H}$ la *suscettività*, nel significato comune della parola (V. Nota a pag. 329), corrispondente al campo massimo raggiunto. Messo il rapporto sotto questa forma si scorge facilmente come esso debba essere abbastanza piccolo con tutti i fasci, tranne forse che pel IV, nelle condizioni delle esperienze che, in seguito, descriveremo e nelle quali saremo abbastanza vicini alla saturazione (k piccolo).

Ma se questo vale per il massimo del campo, non può dirsi altrettanto per quel valore di esso per il quale la *suscettività*, nel significato comune, è massima, cioè per il *ginocchio* della curva di magnetizzazione. In questo caso la k assume, secondo la qualità del materiale, valori anche di alcune centinaia e coi fattori smagnetizzanti, scelti sia pure i più piccoli fra quelli registrati, si avranno valori rilevanti nel rapporto m . Se, p. e., si prende $N = 0,008$ ed è $k = 125$, risulta $m = \frac{1}{2}$, cioè il campo risultante H appena metà di quello H_e applicato. Ammesso adunque che il *ginocchio* si abbia, a qualunque temperatura, collo stesso campo magnetico, non per questo apparirà colla stessa assissa nella figura del tubo di Braun, ma bensì con assissa tanto minore quanto più elevata sarà la temperatura, poichè l'aumento di temperatura diminuisce la intensità di magnetizzazione e quindi la k . Viceversa, se noteremo che il *ginocchio*, mentre col riscaldamento si abbassa va avvicinandosi all'asse delle ordinate, come bene si vede nella fig. 15, Tav. II, non saremo autorizzati a concludere che il massimo della *suscettività* si raggiunge con campi tanto minori quanto più elevata è la temperatura, potendo benissimo darsi che l'effetto sia semplicemente dovuto alla differente influenza del campo smagnetizzante $H_e - H$ come s'è visto.

Esperienze serie 1.^a

§ 4. — Si è osservata direttamente sullo schermo la curva di isteresi, mentre la curva stessa si modificava al variare della temperatura. Furono fatte delle fotografie che qui

vengono riprodotte (fig. 3...15, Tav. I, II) e che fanno vedere chiaramente l'andamento del fenomeno ¹⁾.

Campi magnetici massimi applicati e Temperature.

Esperienze serie 1.^a

FASCIO	Campo magnetico applicato Gaus	Figura	Temperat.	Temperat. critica
I	62	3	11°	820°
		4	260°	
		5	430°	
		6	800°	
		7	850°	
II	78	8	11°	750°
		9	200°	
		10	380°	
		11 $\left\{ \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right.$	570° 600°	
		12 $\left\{ \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right.$	720° 740°	
		13	11°	
		14	250°	
III	65	15 $\left\{ \begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array} \right.$	380° 450° 500°	550°

¹⁾ Nelle fig. (3) e (4) si nota la dissimmetria della curva rispetto all'asse delle ascisse. Questa dissimmetria è dovuta al fatto che la traccia dell'asse orizzontale veniva fotografata mentre si trovava nell'elica Q il ferro e quindi si faceva sentire sul fascio catodico il magnetismo residuo di questo. Tale magnetismo residuo non si riusciva ad eliminare completamente.

In una prima fase dell'aumento di temperatura i due rami del ciclo si avvicinano fino a coincidere, mentre si mantiene costante nei punti di inflessione la *suscettività vera* ¹⁾. Il primo effetto adunque del riscaldamento è quello di far sparire l'area del ciclo, ossia la energia dissipata per isteresi.

Successivamente la intensità massima di magnetizzazione diminuisce e, da prima verso i vertici del ciclo, poi mano a mano verso l'origine, la *suscettività vera* decresce tendendo ad annullarsi, ossia la saturazione tende a prodursi con magnetizzazione man mano minore. Ciò specialmente mostra la fotografia riprodotta nella fig. 16, (Tav. II), ottenuta con successive pose a differenti temperature: in essa i tratti orizzontali estremi, pochissimo inclinati sull'asse dei campi, e quindi corrispondenti a suscettività vera sensibilmente nulla, vanno gradatamente avvicinandosi all'asse stesso, mentre il tratto rettilineo con essi raccordato, e passante per l'origine, si accorcia e si adagia sempre più. Si vedono anche allungarsi i

¹⁾ Chiamo suscettività e permeabilità *vere* rispettivamente: $\frac{dJ}{dH}$ e $\frac{dB}{dH}$, che sono ordinariamente chiamate *differenziali*. Quest'ultima denominazione, proposta dal Knott, è probabilmente responsabile della confusione che si trova a tale proposito in scritti anche recenti: essa ha ingenerata l'opinione che si tratti di un concetto artificiale, di importanza solo matematica, mentre è il solo d'importanza veramente fisica. È facile vedere che il *valore medio* della suscettività e della permeabilità vera, in un certo intervallo, non è che il rapporto fra la differenza dei valori estremi rispettivamente della magnetizzazione e dell'induzione e quella dei valori estremi corrispondenti del campo.

$$\text{Infatti: } \frac{1}{H_2 - H_1} \int_{H_1}^{H_2} \frac{dB}{dH} dH = \frac{1}{H_2 - H_1} \int_{B_1}^{B_2} dB = \frac{B_2 - B_1}{H_2 - H_1},$$

ed analogamente per la magnetizzazione. Per il che la *suscettività* e *permeabilità*, nel significato comune, per un certo campo H , sono i valori *medi* di quelle *vere* a partire dall'origine ($H=0$, $J=0$, $B=0$) e fino al campo H , per valori sempre crescenti di questo, e perdono, come è noto, ogni significato, nei cicli con isteresi.

tratti orizzontali, cioè avvicinarsi i *ginocchi* all'asse delle ordinate, ma abbiamo precedentemente notato (§ 3) come potesse ciò essere interpretato colla variazione del campo smagnetizzante.

Col crescere sufficientemente della temperatura sparisce il tratto intermedio, ed i 2 tratti estremi vengono a formare un unico segmento rettilineo (fig. 7, Tav. I) che poi si confonde coll'asse dei campi.

La sparizione della suscettività non si compie nei 3 fasci, ai quali si riferisce la 1^a serie di esperienze, alla stessa temperatura ma a temperatura notevolmente diversa. Le temperature critiche del I e II fascio, rispettivamente di ferro e di acciaio, furono trovate di 820° e di 750° e non differiscono molto dai valori trovati da altri sperimentatori per materiali di questa specie, ma per il III di ferro troviamo un risultato non coincidente affatto con quanto poteva aspettarsi. Infatti nelle attuali misure la temperatura critica apparisce di 550°, ossia estremamente bassa.

Per togliere il dubbio di gravi errori nella misura della temperatura per modificazioni avvenute nel filo bolometrico, che pure è stato lo stesso in tutte le esperienze, è stato trovato un limite superiore delle temperature raggiunte nei 3 casi. Tale limite è stato assegnato, sia pure in modo grossolano, considerando che la temperatura del fascio, e quindi quella del filo bolometrico, non può superare la temperatura raggiunta dal filo riscaldatore di platino che lo circonda ⁴⁾. Il filo riscaldatore è in serie con un amperometro ed ha i suoi estremi in derivazione sopra un voltmetro. Per mezzo della indicazione di questi strumenti noi avremo il modo di

⁴⁾ Ciò può essere ammesso inquantochè il calore somministrato al fascio è quasi esclusivamente dovuto all'effetto Joule nel filo riscaldatore. Infatti, nelle condizioni attuali geometriche e di frequenza, il calore prodotto per correnti di Foucault ed isteresi nel fascio, fatti i conti nelle più larghe ipotesi, si trova essere una frazione trascurabile del primo. Del resto, la prova diretta se ne ha col fatto che, senza la corrente riscaldante, la variazione di temperatura dei vari fasci nel campo alternato non è sufficiente a dare alcuna modificazione nella forma del ciclo di isteresi.

conoscere la *impedenza* del filo la quale, per quanto questo sia piegato in doppio, in generale non coinciderà colla *resistenza* a causa della elevata permeabilità del materiale abbracciato. Ma, alla temperatura alla quale è perduta la suscettività del ferro, tale coincidenza potrà ritenersi esistente ed il rapporto $\frac{v}{i}$ darà la resistenza r_t del filo. D'altra parte la resistenza a freddo r_0 potrà essere determinata coi soliti mezzi e quindi avremo il rapporto $k = \frac{r_t}{r_0}$ che, per mezzo della formula del Benoit, ci permetterà di arguire t . Ebbene, applicando questo metodo, si è trovato rispettivamente nei 3 casi 950° , 800° e 600° circa.

La bassa temperatura critica del fascio III può essere dovuta a modificazioni avvenute nel materiale a causa delle sostanze incorporate nell'amianto che lo avvolgeva e colle quali esso si è trovato in contatto ad elevata temperatura.

§ 5. — Recentemente ¹⁾ il prof. Silvanus Thompson ha dimostrato che ogni ciclo di isteresi, nel quale l'induzione sia funzione sinusoidale del tempo, può essere scomposto in figure di Lissajous e che l'area dell'intero ciclo, che è proporzionale alla energia dissipata per isteresi, è uguale a quella della elisse ortogonale ottenuta componendo l'induzione colla *fondamentale* in *quadratura* ottenuta nella scomposizione armonica del campo. In altre parole se:

$$B = B_0 \sin \omega t$$

e si scompone H in serie di Fourier :

$$H = H_1 \cos \omega t + H_2 \cos 2 \omega t + \dots + \\ H'_1 \sin \omega t + H'_2 \sin 2 \omega t + \dots,$$

il ciclo può essere scomposto nelle figure di Lissajous :

¹⁾ *Phil. Mag.* Vol. 20°, pag. 417 (Settembre 1910).

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} x = H_1 \cos \omega t, \quad y = B_0 \sin \omega t \\ x = H_2 \cos \omega t, \quad y = B_0 \sin \omega t \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x = H'_1 \sin \omega t, \quad y = B_0 \sin \omega t \\ x = H'_2 \sin \omega t, \quad y = B_0 \sin \omega t \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array} \right.$$

od anche nelle:

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} x = K_1 \sin (\omega t + \varphi_1), \quad y = B_0 \sin \omega t \\ x = K_2 \sin (2 \omega t + \varphi_2), \quad y = B_0 \sin \omega t \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array} \right.$$

e l'area abbracciata dall'intero ciclo è uguale a quella della prima delle (3), cioè a quella della elisse, cogli assi coincidenti coi coordinati:

$$\frac{x_2^2}{H_1^2} + \frac{y^2}{B_0^2} = 1.$$

In una recensione ³⁾ della memoria sopra indicata ho fatto vedere come il *tempo* non entri che come variabile ausiliare nelle costruzioni del Thompson, e come quindi per ogni curva che, nel piano cartesiano, ammetta una sola coppia di massimi e minimi in una delle sue coordinate, valgano le stesse proprietà di scomposizione e di area.

Se, pur rimanendo la condizione relativa ai massimi e minimi di una delle coordinate in modo da poterla rappresentare come funzione sinusoidale di una variabile ausiliare, la curva ha il ramo di andata coincidente con quello di ritorno, tutti gli armonici sono in fase colla coordinata stessa, intendendo con ciò che agli zeri di questa corrispondano pure zeri di quella. Se la curva è intrecciata, alcuni degli armonici ammettono delle componenti in quadratura e le aree delle singole parti devono essere considerate come grandezze

³⁾ Piola. *Atti A. E. I.*, 1911, pag. 452.

algebriche, attribuendo loro un segno, secondo il senso nel quale viene percorso il loro contorno.

Applichiamo queste considerazioni alle curve $J = f(H)$, disegnate sullo schermo di Braun. La loro scomposizione in figure di Lissajous, prendendo il campo come funzione sinusoidale di una variabile ausiliare u , indipendentemente dalla legge di variazione del campo stesso col tempo, dà un modo differente dall'ordinario di concepire il fenomeno, modo di concezione che, in questo e in altri fenomeni, può essere fecondo.

Intanto, per i cicli simmetrici, avremo, nella scomposizione armonica della magnetizzazione, soltanto gli armonici dispari. Inoltre, poichè il primo effetto del riscaldamento è quello di far sparire l'area abbracciata dal ciclo, e quest'area è uguale a quella della elisse ortogonale, si potrà dire che col riscaldamento sparisce prima la componente in quadratura, che non quella in fase, delle due componenti della fondamentale.

§ 6. — Talvolta la curva $J = f(H)$ apparisce intrecciata come si ha già un accenno nella fig. 13 (Tav. II) ma come è evidentissimo nella fig. 16, (Tav. II). Quest'ultima è stata ottenuta col fascio III, con un campo massimo di 90 gauss, e con la temperatura decrescente dopo essere stata precedentemente portata oltre il punto critico.

Furono mutate in moltissimi modi le condizioni sperimentali per accertarsi che la straordinarietà della fig. 16 non dipendeva da cause strumentali. Sempre nel raffreddamento si notava questo, per quel fascio di ferro: la curva semplice a temperatura elevata, cominciava, al diminuire di questa, a presentare delle aree al disopra dei *ginocchi*, poi queste spariscono, più tardi ancora ricomparivano e la curva assumeva l'aspetto intrecciato che ben si vede nella fig. 16; infine compariva la solita forma del ciclo d'isteresi con un certo avvicinamento centrale che si vede nella fig. 13. Nel riscaldamento si ripassava per questi stessi casi in ordine inverso, ma con minore regolarità e sicurezza.

Ebbene, immaginata la scomposizione di Thompson, quegli intrecci ci staranno a significare l'esistenza di componente

in quadratura del 3.^o armonico. D'altra parte, la forma particolare della fig. 19 (Tav. III) ottenuta, come vedremo in seguito, collo stesso fascio di ferro freddo, compensando la fondamentale nello sviluppo in serie di Fourier della intensità di magnetizzazione, stà a provarci che componente in quadratura del 3.^o armonico esiste anche nella magnetizzazione a freddo.

Questa osservazione ci permette di rappresentarci il fenomeno degli intrecci della fig. 16 nel seguente modo: a freddo, l'area determinata dalla componente in quadratura della fondamentale maschera quelle corrispondenti alle componenti in quadratura delle armoniche superiori, ed in particolare della 3^a. Ma col progressivo riscaldamento la componente della fondamentale sparisce quando ancora sussiste quella della 3^a. In questo stadio l'energia dissipata è bensì nulla, ma in certe frazioni del ciclo se ne assorbe ed in altre se ne restituisce. Non è isteresi positiva e negativa, come si sarebbe tentati di dire in modo paradossale, ciò che rappresenta la fig. 16, ma scambio reciproco di energia fra il circuito elettrico ed il materiale magnetico.

Riscaldando sufficientemente, qualunque sia il materiale impiegato, ogni traccia di area o di intreccio sparisce e la curva passante per l'origine viene a sovrapporsi nel ritorno all'arco di andata. Ciò significa che tutti gli armonici in quadratura sono spariti e solo rimangono quelli in fase, cioè nello sviluppo in serie di Fourier della intensità di magnetizzazione, posto il campo $H = A \sin u$, tutti i termini in *coseno* sono spariti e rimangono solo quelli in *seno*.

Coll'ulteriore procedere del riscaldamento la curva si modifica nel senso indicato dalle fig. 11, 12, 15.

L'intreccio, ossia lo sfasamento fra il 3.^o armonico della magnetizzazione ed il campo, può pensarsi essere originato dalle correnti di Foucault le quali, di fatto, producono un ritardo del flusso magnetico, che ci dà le ordinate, sul campo magnetico al contorno, che ci dà le ascisse. Ma è da osservare che questo sfasamento lo si ha anche quando le correnti di Foucault sono escluse, cioè nei cicli *statici* scomposti col

metodo del Thompson, come si vede nella memoria originale sopra citata di questo fisico.

§ 7. — Applichiamo l'analisi armonica alle 2 curve ad ordinate massime maggiori, fra le tre rappresentate nella fig. 15, e che indicheremo con a e b .

Posto :

$$H = H_0 \text{ sen } u ,$$

trasformate, colla costruzione indicata altrove ¹⁾, vengono espresse dalle :

$$\begin{aligned} J &= f_a(H) = A_1 \text{ sen } u + A_3 \text{ sen } 3u + \\ J' &= f_b(H) = A'_1 \text{ sen } u + A'_3 \text{ sen } 3u + \end{aligned}$$

coi seguenti valori pei coefficienti dei successivi termini e pei loro rapporti al fondamentale :

	A_1	A_3	A_5	A_7
$a)$	11,70	1,91	0,28	0,015
$b)$	3,72	1,04	0,43	0,20
	$A_1 : A_1$	$A_3 : A_1$	$A_5 : A_1$	$A_7 : A_1$
$a)$	1	0,163	0,024	0,001
$b)$	1	0,280	0,116	0,054

mentre i valori massimi delle intensità risultanti sono :

$$J_a = 10 \quad , \quad J_b = 3 .$$

Risultato analogo si ha costantemente, e può dirsi che coll'ulteriore riscaldamento, al disopra della temperatura alla quale sparisce l'isteresi, mentre la intensità massima risultante e quella del termine fondamentale vanno diminuendo, il rap-

¹⁾ *Atti A. E. I.* 1911, pag. 452.

porto fra l'ampiezza dei varii armonici a quella del fondamentale va sempre più aumentando. In altre parole gli armonici elevati vanno acquistando sempre maggior importanza col riscaldamento, d'accordo con quanto s'è osservato per le componenti in quadratura, discutendo la figura intrecciata 16, e come sarà confermato anche in seguito (§ 8).

Questo modo di comportarsi dei varii armonici, nei quali può essere scomposta la intensità di magnetizzazione di un nucleo di ferro, assoggettato ad un campo sinusoidale, viene spontaneo alla mente di collegarlo con un altro fenomeno. È noto che un filo di ferro percorso da corrente alternata emette dei suoni, in generale composti. Ebbene, coll'aumentare la temperatura del filo, per effetto Joule, quei suoni aumentano di altezza e, mano a mano affievolendosi, si spengono al calor rosso: i suoni stessi vengono modificati dalla eccitazione di un campo magnetico longitudinale. Ora, da una parte la corrente alternata di frequenza ω che percorre il filo produce in questo una magnetizzazione trasversale esprimibile come somma dei termini $(2n + 1)^{\text{esimi}}$ della serie di Fourier, — campo trasversale che si comporrà con quello longitudinale eventualmente applicato, — dall'altra il ferro compie delle vibrazioni con frequenza doppia di quella della magnetizzazione. Quindi queste saranno esprimibili come somma di vibrazioni semplici di frequenza $2(2n + 1)\omega$. Ed il fatto che coll'aumentare della temperatura del filo i suoni aumentano di altezza sarebbe una nuova prova che il riscaldamento affievolisce da prima gli armonici più bassi della magnetizzazione, qualora si riuscisse a stabilire che i suoni dati dal filo sono appunto quelli preveduti in base alle sopra esposte considerazioni.

Uno studio sistematico sopra i suoni emessi da un nucleo di ferro posto in un campo magnetico alternato e la *forma* del ciclo di magnetizzazione che esso contemporaneamente segue, presenterebbe grande interesse perchè ci rivelerebbe fino a qual punto le modificazioni di forma complessive del ferro seguono le alterazioni molecolari od elettroniche alle quali attribuiamo la magnetizzazione.

Esperienze Serie 2.^a

§ 8. — La scomposizione del ciclo di isteresi in figure di Lissajous dà il modo di trovare comodamente come si discosti la intensità di magnetizzazione dalla legge colla quale varia il campo. Il termine di ampiezza maggiore nello sviluppo è il fondamentale, cioè la elisse, e questo maschera gli altri: se si riesce a compensare quello, questi rimarranno evidenti e potranno essere meglio studiati.

Il mezzo di analisi qui accennato mi è stato suggerito dalla disposizione impiegata dal Prof. Corbino ¹⁾ per lo studio della caratteristica dinamica dei conduttori a resistenza variabile.

L'applicazione diretta del metodo mi avrebbe però portato a studiare la corrente distorta dalla presenza del ferro abbracciato, mentre era mio intento venire a conoscere non la derivata del flusso magnetico, per la parte del circuito abbracciante il ferro, ma il flusso stesso e nella sua totalità. Ho disposto perciò le cose nel seguente modo.

Il fascio di ferro è stato messo nell'elica Q (fig. 2) in modo da agire direttamente, nel solito modo, sul tubo di Braun. Conassialmente all'elica Q' ho aggiunto un altro rocchetto Q'' , non rappresentato nella figura, che ho fatto percorrere, in opportuno senso, da una corrente i'' derivata agli estremi del circuito comprendente i rocchetti P , Q e Q' percorsi dalla corrente i . Nel percorso di i'' veniva inserita una resistenza variabile non induttiva, un'auto costante (senza ferro) ed una capacità costante in derivazione sopra una seconda resistenza variabile. Modificando le due resistenze si poteva variare entro limiti molto estesi sia la intensità di i'' che la sua fase rispetto a quella di i e quindi di H .

Il compenso della fondamentale è avvertibile con grande facilità. Le figure 17, 19, 25 sono fotografie ottenute in questa condizione coi fasci rispettivamente II, III e IV e mostrano chiaramente l'esistenza della 3^a armonica sfasata, men-

¹⁾ *Rend. Lincei*. Vol. 20, pag. 222 (I Sem. 1911).

tre le figure 8, 13 e 24 rappresentano i cicli normali, non compensati.

Volendo la ampiezza e fase della fondamentale compensata, basterebbe sopprimere la corrente in Q, Q' , mantenendola in Q'' e P , e fotografare l'elisse che allora verrebbe a disegnarsi sullo schermo ¹⁾. Dall'orientamento degli assi e da una preventiva taratura di P con corrente continua, si riuscirebbe facilmente a rispondere al quesito.

§ 9. — La disposizione ci permette di metter bene in evidenza le variazioni prodotte da un innalzamento di temperatura sui differenti armonici e specialmente sul primo e sul terzo. Intanto, poichè si sa già che il primo effetto del riscaldamento è quello di far scomparire l'area nel ciclo di isteresi, e quest'area si sa dovuta al fondamentale in quadratura col campo, si prevede che il primo effetto del riscaldamento sarà di annullare la differenza di fase fra il fondamentale della magnetizzazione ed il campo. Di fatto, mentre a freddo il compenso non è possibile se non ritardando opportunamente la fase della corrente derivata che traversa Q'' , si arriva ben presto col riscaldamento a rendere possibile la compensazione anche con Q'' in serie su Q , a conveniente distanza dal tubo.

Le figure 17 e 19 ci rappresentano il compenso della fondamentale ottenuto a freddo. Esse mostrano chiaramente di differire poco dalla figura di Lissajous che si ottiene componendo la 3^a armonica colla fondamentale, quando quella sia sfasata su questa di un angolo minore di 45°. Col riscaldamento la fig. 19 diventa la 20 con evidente scomparsa dello sfasamento, rispetto al campo, della 3^a armonica della magnetizzazione, come prima era avvenuta la scomparsa dello sfasamento del fondamentale. Ed anzi, la coincidenza della curva al ritorno con quella all'andata stà a significarci che, se esistono altri armonici, questi sono tutti in fase col campo.

Riscaldando ulteriormente si passa alle figure 18 e 21 nelle quali la maggior vicinanza dei massimi centrali all'asse

¹⁾ Piola. « Doppio oscillografo ». *Nuovo Cimento*. 17, pag. 18; *Elettricista*, 1909, pag. 81.

delle ordinate, di quel che non fosse nella fig. 20, rende manifesto la presenza della 5^a armonica che è ovvio ammettere essere stata prima mascherata dalla 3^a. Ciò conferma quanto era stato trovato precedentemente (§ 6) colla analisi diretta, e cioè che il riscaldamento indebolisce più le armoniche basse che le alte, ossia fa aumentare il valore relativo di queste.

Esperienze Serie 3^a

§ 10. — Il metodo di compenso usato nella serie 2^a di esperienze può essere modificato in modo da mettere meglio in evidenza le alterazioni, anche estremamente piccole, portate nel contegno magnetico del ferro da una variazione di temperatura.

Nella serie 2^a si compensava l'azione del fascio con quella di una corrente variante colla stessa legge del campo, opportunamente sfasata rispetto a questo, e quindi si mettevano in evidenza gli armonici superiori della magnetizzazione, ed il variare di questi e del fondamentale colla temperatura: Ebbene, si può invece compensare l'azione del fascio sottoposto al processo termico con quella di un fascio identico ma sottratto al processo stesso. Se i campi magnetici agenti sui due materiali saranno uguali in grandezza e fase, questa *disposizione differenziale* permetterà di separare, e mettere quindi in evidenza, esclusivamente le modificazioni magnetiche dovute alla temperatura.

Una simile disposizione differenziale ho impiegata alcuni anni or sono ¹⁾ per rilevare l'effetto di un campo oscillatorio rapido molto smorzato sulla magnetizzazione del ferro percorrente un ciclo lento persistente, e ciò in dipendenza del punto del ciclo dove il campo oscillatorio veniva ad agire e del senso della 1^a mezza oscillazione smorzata. Due fasci di ferro erano disposti da banda opposta del tubo di Braun ed erano soggetti a campi ciclici in *opposizione di fase*, talmente che la macchia catodica, sottoposta all'azione simultanea dei

¹⁾ Piola. *Rend. Lincei*. 15^o, 2^o sem., pag. 222, (1906); *Nuovo Cimento*, 12^o, pag. 171.

fasci e del solito rocchetto ortogonale verticale, tracciava un segmento rettilineo orizzontale sullo schermo. Un secondo avvolgimento abbracciava i fasci e per mezzo di esso venivano prodotti i campi oscillatorii rapidi smorzati in tal modo che, per ogni scarica, uno dei fasci fosse assoggettato ad una prima mezza oscillazione nel senso del ciclo e l'altro in senso opposto. Sullo schermo appariva l'effetto differenziale delle due azioni. Una disposizione particolare ¹⁾ permetteva di variare il punto cimentato del ciclo.

Nel caso presente ho introdotto i fasci *identici* nelle eliche Q e Q', poste in serie fra loro e con P. Assicuratomi separatamente del compenso reciproco di Q e Q' senza ferro e col ferro alla stessa temperatura, ho proceduto al riscaldamento. L'effetto generale è stato sempre, come poteva prevedersi, uno sdoppiamento del segmento che diveniva ben presto una curva chiusa abbracciante un'area.

In questa serie di esperienze, come nella precedente, non ho misurata la temperatura, ma le curve ottenute col fascio caldo (figure 29, 33) sono indizio sufficiente del limite raggiunto. La costruzione del riscaldatore qui impiegato non mi ha permesso di arrivare a temperature molto alte, ma solo a raggiungere la perdita della isteresi, conservandosi la suscettività *vera* variabile da punto a punto.

§ 10. — Ho applicato il metodo differenziale qui descritto a coppie *a* e *b* dei fasci V, VI e VII, sottoponendole a campi magnetici alternati del valore massimo di 62 gauss.

Ogni serie di esperienze veniva cominciata coi fasci *a* e *b* tolti immediatamente prima, dalla stessa matassa. Inizialmente si riusciva sempre ad ottenere il compenso perfetto delle azioni di *a* e *b* sul tubo, ossia ad ottenere disegnato sullo schermo un segmento rettilineo orizzontale.

Fascio V. Riscaldamento per la prima volta *b*. Il segmento si sdoppia, mantenendo invariati di posizione gli estremi, e la curva chiusa che ne risulta va gradatamente aumentando di

¹⁾ Piola. *Rend. Lincei*. 16°, 2° sem., pag. 18, (1906); *Nuovo Cimento*, 12°, pag. 369.

area. Ritornato b alla temperatura iniziale, uguale a quella di a , il compenso non ha più luogo ed invece del segmento rettilineo si disegna sullo schermo una curva sdoppiata colla parte centrale sovrapposta in modo da dare l'apparenza di un intreccio (fig. 26). Un successivo riscaldamento separa di nuovo la parte centrale e riunisce in una sola le 2 aree che precedentemente apparivano separate (fig. 27).

La curva di isteresi di a è normale, mentre quella di b apparisce intrecciata, come s'era notato in esperienze precedentemente descritte (§ 5), fatte con ferro della stessa qualità di questo (fascio III).

La fig. 26 si può interpretare come principalmente dovuta alla sovrapposizione delle figure di Lissajous 1-3 ed 1-1 sfasate, figure cioè risultanti rispettivamente dalla composizione del campo col primo e col terzo armonico della magnetizzazione, intenso questo e debole l'altro.

Nella fig. 27 è aumentata notevolmente l'ampiezza del fondamentale per la diminuzione che avviene in questa nel fascio riscaldato.

Fascio VI. Le fotografie 28 e 29 riproducono i cicli di isteresi ottenuti separatamente coi fasci a (freddo) e b (caldo). La 30 dà la curva composta ottenuta cogli stessi, agenti contemporaneamente sul tubo di Braun. La 31 è stata fatta quando il riscaldamento era appena iniziato mentre, prima di cominciare il riscaldamento stesso, la figura era un segmento rettilineo orizzontale. Tornata la uguaglianza delle temperature, per il raffreddamento del fascio da prima riscaldato, il compenso perfetto non ha più luogo. D'altra parte il ciclo d'isteresi del fascio, che ha subito il trattamento termico, presenta un leggero restringimento verso l'origine e un accenno ad intreccio al disopra dei *ginocchi*, ricordando le apparenze notate nella fig. 13.

Fascio VII. Le figure 32 e 33 si riferiscono ai fasci VII rispettivamente a (freddo) e b (caldo) mentre la 34 ci dà la curva composta ottenuta nel *primo* riscaldamento. Riportata la temperatura al valore iniziale, il compenso che si aveva precedentemente non ha più luogo. La curva composta 35,

nella quale *gradatamente* si trasforma la 34 col raffreddamento, presenta una certa area che ci sta ad indicare che l'isteresi del fascio che ha subito il trattamento termico è minore di quella dell'altra.

Il fatto che nella 35 gli estremi sono spostati nel senso del ciclo *b*, denota che la intensità di magnetizzazione massima in questo ferro è maggiore di quella del materiale che si è mantenuto a temperatura costante. Esaminata la curva del solo fascio *b*, dopo il trattamento termico, si scorge che presenta accenno ai soliti intrecci mentre quella di *a* è perfettamente normale. Un secondo riscaldamento dà per curva composta la 36 la quale ci dimostra chiaramente la alterazione permanente che il primo riscaldamento del fascio *b* ha lasciato in questo.

§ 12. — Le temperature, alle quali sono stati portati i fasci V, VI e VII, sono state ben lontane dalla *critica*, come ci è dimostrato dalle loro curve di magnetizzazione alla temperatura massima raggiunta, curve che per 2 dei fasci sono riprodotte nelle figure 29 e 33. Quando il ferro sia stato accuratamente e recentemente ricotto, le alterazioni dipendenti da cicli di temperatura al di sotto del punto critico, non si manifestano.

Il ferro adunque, quando non sia stato accuratamente e recentemente ricotto, modifica permanentemente le sue proprietà magnetiche, anche per deboli riscaldamenti, come del resto modifica anche quelle meccaniche. Il metodo di compensazione sopra descritto potrà servire per rivelarci queste modificazioni nel modo il più delicato, ed esserci indizio per apprezzare modificazioni anche piccolissime nella composizione chimica e nella struttura del materiale.

Il metodo stesso è suscettibile di essere modificato in modo da renderlo più accessibile alla pratica corrente, sostituendo alle osservazioni magnetometriche quelle induttive ed al tubo di Braun il telefono. Ciò mi propongo di fare in breve.

Conclusioni.

La presente ricerca intorno alla magnetizzazione, come funzione del campo magnetico alternato e della temperatura, ha messo in luce quanto segue:

I. L'impiego del tubo di Braun permette di seguire le successive trasformazioni del ciclo di isteresi col lento variare della temperatura e di constatare direttamente da prima la sparizione dell'area ed in seguito le modificazioni, in certe regioni del ciclo più che in certe altre, della *suscettività vera* ed il raggiungimento della saturazione con intensità di magnetizzazione e per campi sempre meno elevati.

II. La considerazione del ciclo di isteresi come risultante dalla composizione di figure di Lissajous, ed il compenso della fondamentale di queste, permette di constatare separatamente le variazioni che, colla temperatura, si hanno nella fondamentale e nelle armoniche superiori. E precisamente si trova che il primo effetto del riscaldamento è di far scomparire la fondamentale in quadratura e le armoniche pure in quadratura. In qualche materiale la scomparsa col riscaldamento e ricomparsa col raffreddamento di queste ultime segue rispettivamente o precede quella della fondamentale in quadratura e si hanno cicli intrecciati.

III. Sia colla analisi in figura di Lissajous delle curve di isteresi, sia colla osservazione diretta delle figure ottenute colla compensazione suddetta, risulta che, coll'aumentare la temperatura, gli armonici più elevati aumentano di intensità relativamente ai più bassi, rendendosi sempre più manifesti. Ossia, in altre parole, un aumento di temperatura spegne prima gli armonici bassi della magnetizzazione che quelli elevati. Di questo risultato notevole dovrà essere tenuto conto nella discussione delle teorie della magnetizzazione.

IV. L'azione contemporanea ed opposta sul fascio catodico del tubo di Braun di 2 materiali ferromagnetici identici, sottoposti a campi alternati della stessa intensità e fase, permette di mettere in evidenza le modificazioni prodotte dalla

sola variazione di temperatura, provocata in uno de' materiali stessi.

V. In particolare questo metodo differenziale consente di dimostrare l'esistenza di effetti irreversibili dovuti a variazioni anche non rilevanti di temperatura. Il metodo potrà essere impiegato per rivelare e studiare l'*isteresi di temperatura* nel ferro e sue leghe e metterla in relazione colle condizioni fisico-chimiche di questi corpi.