**SULLA PRODUZIONE DI CAMPI CICLICI PER MEZZO DI OSCILLAZIONI SMORZATE
NEI DISPOSITIVI DI ARTOM.**

Nota di O. M. CORBINO.

1. Nel 1903 ebbi occasione di pubblicare alcune ricerche teoriche ¹⁾ sulla produzione di campi rotanti per mezzo di oscillazioni elettriche smorzate, discutendo, tra gli altri, un dispositivo del Prof. Artom da lui comunicato in una Nota presentata all'Accademia dei Lincei ²⁾. Più recentemente l'Artom ha dato una brillante dimostrazione della produzione di questi campi, componendo oscillazioni smorzate ³⁾, ciò che la teoria prevedeva esser molto difficile, ma non impossibile.

Un esame delle condizioni sperimentali permette di giustificare i risultati ottenuti dall'Artom coi suoi dispositivi, che egli non pubblicò nella sua prima Nota, pur avendoli esposti in brevetti ormai antichi. Mi propongo appunto di comunicare i particolari di queste mie nuove ricerche; ciò è tanto più opportuno in quanto al mio primo lavoro, si è voluto dare una portata ben al di là dei miei propositi e del suo modesto contenuto, inferendone delle conseguenze intempestive sul sistema di radiotelegrafia Artom, del quale io non mi ero affatto occupato.

2. Nella mia citata memoria io avevo messo in evidenza come l'impiego delle correnti oscillatorie smorzate renda inapplicabili i criteri suggeriti dalla teoria delle correnti alter-nate persistenti, che del resto non sono nemmeno estendibili, senza speciali attenzioni, per il fatto che il periodo delle correnti non è dato *a priori* dall'alternatore, ma vien determinato da quegli elementi del circuito che occorre appunto ricercare. A questa seconda difficoltà si ovvia facilmente; ma

1) Corbino. Atti A. E. I., 1903; N. Cim., t. 7, p. 175, 1904.

2) Artom. Rend. Line., marzo 1903.

3) Artom. Atti A. E. I., ottobre 1908.

l'altra ha effetti più gravi, in quanto un sistema di circuiti capace di dare con correnti persistenti (anche di periodo indeterminato) campi rotanti, può dare dei semplici campi rettilinei con correnti smorzate.

Fig. 1.

L'esempio più tipico è quello della fig. 1; i due circuiti *identici* agiscono l'uno sull'altro per un allacciamento magnetico determinato dal coefficiente di mutua induzione M ; e allora con correnti persistenti si otterranno nei due circuiti correnti spostate di $\frac{1}{4}$ di periodo. Esaminiamo ciò che avverrà, invece, con correnti smorzate.

Siano r , L , C i valori comuni della resistenza, del coefficiente di a. i. e della capacità; i_1 e i_2 le correnti nei due circuiti 1 e 2, dei quali il primo entri in oscillazione al tempo 0 in virtù d'una certa energia elettrostatica che gli è stata prima fornita.

Come ebbi a dimostrare nel lavoro citato le correnti i_1 e i_2 son tali che:

$$i_1 - i_2 = 2A e^{-ht} \sin \omega t$$

$$i_1 + i_2 = 2B e^{-h't} \sin \omega' t$$

e quindi

$$i_1 = A e^{-ht} \sin \omega t + B e^{-h't} \sin \omega' t$$

$$i_2 = -A e^{-ht} \sin \omega t + B e^{-h't} \sin \omega' t$$

ove h, h', ω, ω' sono i coefficienti di smorzamento e le pulsazioni proprie di due circuiti distinti aventi la resistenza r , la capacità C e due diverse autoinduzioni: $L - M$ e $L + M$).

I valori di A e B possono essere determinati osservando che per $t = 0$ si ha

$$\int i_1 dt = Q$$

$$\int i_2 dt = 0$$

ove Q indica la quantità d' elettricità cumulata nel condensatore di 1 all' inizio della scarica.

Se ne deduce

$$\frac{A}{B} = \frac{\omega'}{\omega} \frac{h^2 + \omega^2}{h'^2 + \omega'^2}$$

si ha intanto

$$\frac{h^2 + \omega^2}{h'^2 + \omega'^2} = \frac{L - M}{L + M}$$

e inoltre, con grande approssimazione,

$$\frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{L + M}{L - M}}$$

e perciò

$$\frac{A}{B} = \sqrt{\frac{L - M}{L + M}}.$$

Adunque i due circuiti son percorsi da correnti smorzate di due periodi diversi; i due periodi e le due ampiezze nel circuito 1 son tanto più prossimi all' eguaglianza quanto più piccolo è M rispetto ad L , cioè quanto più lento è l' accoppiamento magnetico dei due circuiti.

Non è possibile perciò, attenuando l' accoppiamento, indebolire una sola delle due componenti di questo *doublet* di frequenza emesso da ciascun circuito. E inoltre le due componenti, considerate ciascuna nei due circuiti, hanno fase eguale

1) I valori di i_1 e i_2 dati sopra son diversi da quelli contenuti a pag. 186 del mio lavoro citato (N. C.): questi ultimi furono inesattamente dedotti, e così l' interpretazione che seguiva alle formole va lievemente modificata, senza che ciò influisca sulle conclusioni di quel paragrafo.

od opposta. Cosicchè quand'anche la differenza tra le frequenze sia di così piccola entità da non consentire la produzione di battimenti percettibili nella breve durata delle oscillazioni smorzate, *non si potrà mai ottenere* che le correnti dei due circuiti siano spostate in fase di 90° e si abbian perciò, componendole, effetti analoghi a quelli prodotti da campi rotanti smorzati.

3. Le condizioni sono però ben altre nei due dispositivi principali cui fanno capo quelli praticamente impiegati dall'Artom.

In uno, come nella fig. 1, abbiamo ancora due circuiti, l'inducente e l'indotto, ma questi hanno *diverse* autoinduzioni, capacità e resistenze. Nell'altro un circuito inducente esercita la sua azione su *due* circuiti indotti accordati col primo ed eccitati da esso l'uno elettrostaticamente l'altro elettromagneticamente.

Nel caso dei tre circuiti la teoria da me svolta sei anni or sono non è più applicabile, poichè la presenza del nuovo circuito aumenta il numero dei gradi di libertà del sistema, ciò che avviene anche con due soli circuiti quando son presenti le antenne, eccitate dai primi due, e anch'esse dotate di periodo proprio.

Cominciando dal caso di due soli circuiti, con costanti qualsiasi, disposti come nella fig. 1, o anche secondo il primissimo dispositivo di Artom opportunamente completato, la teoria fu da me esposta nel lavoro citato.

La soluzione generale delle equazioni:

$$(1) \quad \begin{aligned} r_1 i_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t} + M \frac{d i_2}{d t} + \frac{1}{C_1} \int i_1 d t &= 0 \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{d i_2}{d t} + M \frac{d i_1}{d t} + \frac{1}{C_2} \int i_2 d t &= 0 \end{aligned}$$

nelle quali gli indici 1 e 2 si riferiscono ai circuiti 1 e 2 della figura 1, è data da

$$(2) \quad \begin{aligned} i_1 &= A_1 e^{-h t} \sin (\omega t + \alpha_1) + B_1 e^{-h' t} \sin (\omega' t + \beta_1) \\ i_2 &= A_2 e^{-h t} \sin (\omega t + \alpha_2) + B_2 e^{-h' t} \sin (\omega' t + \beta_2) \end{aligned}$$

si ha cioè ancora adesso un *doublet* di frequenze, con diverso smorzamento, comune ai due circuiti.

Le costanti $-\hbar$, $-\hbar'$, ω , ω' sono le parti reali e i coefficienti di $\sqrt{-1}$ e $-\sqrt{-1}$ nelle quattro radici coniugate dell'equazione

$$(L_1 L_2 - M^2) x^4 + (L_1 r_2 + L_2 r_1) x^3 + \left(\frac{L_1}{C_1} + \frac{L_2}{C_2} + r_1 r_2 \right) x^2 + \left(\frac{r_2}{C_1} + \frac{r_1}{C_2} \right) x + \frac{1}{C_1 C_2} = 0.$$

Quanto alle otto costanti A, B, α , β , esse son determinate dalle condizioni ai limiti e dalle equazioni differenziali (1).

È possibile ottenere che una delle componenti, per esempio quella in $\hbar$ e ω , abbia nei due circuiti una differenza di fase $\frac{\pi}{2}$ e ampiezza eguale; in modo da poter servire alla produzione d'un campo rotante smorzato. Questa possibilità venne dimostrata col metodo dei vettori rotanti lungo una spirale; furono allora da me determinate anche le condizioni analitiche cui devon soddisfare le costanti dei due circuiti nel dispositivo Artom. Altrettanto può farsi per quello della fig. 1. Se infatti si derivano le (1) e si cerca di soddisfare alle equazioni ottenute mediante la soluzione particolare

$$(3) \quad \begin{aligned} i_1 &= A e^{-\hbar t} \sin \omega t \\ i_2 &= A e^{-\hbar t} \cos \omega t \end{aligned}$$

si perviene al seguente sistema

$$\begin{aligned} \hbar r_1 + L_1 (\omega^2 - \hbar^2) - 2 M \hbar \omega - \frac{1}{C_1} &= 0 \\ \omega r_1 - 2 L_1 \hbar \omega - M (\omega^2 - \hbar^2) &= 0 \\ \omega r_2 - 2 L_2 \hbar \omega + M (\omega^2 - \hbar^2) &= 0 \\ \hbar r_2 + L_2 (\omega^2 - \hbar^2) + 2 M \hbar \omega - \frac{1}{C_2} &= 0. \end{aligned}$$

Da queste si deduce facilmente

$$(4) \quad \begin{aligned} h &= \frac{r_1 + r_2}{2(L_1 + L_2)} \\ \omega^2 + h^2 &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{L_1 + L_2}. \end{aligned}$$

Se invece le (3) si sostituiscono direttamente nelle (1), si può ricavare un'altra espressione per h e una per $\frac{\omega^2}{h^2}$, che confrontate con le precedenti forniscono le due eliminate seguenti; esse devono esser verificate dalle costanti dei circuiti perchè le (3) siano una soluzione del sistema dato:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{r_1}{C_1} - \frac{r_2}{C_2}\right) \left(\frac{L_1}{C_1} - \frac{L_2}{C_2}\right)}{\left(\frac{L_1}{C_2} - \frac{L_2}{C_1}\right)^2 + M \left(\frac{1}{C_2^2} - \frac{1}{C_1^2}\right)} &= \frac{r_1 + r_2}{2(L_1 + L_2)} \\ \frac{M \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}{\left(\frac{L_1}{C_2} - \frac{L_2}{C_1}\right)^2} &= \frac{4(L_1 + L_2) \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}{(r_1 + r_2)^2} - 1. \end{aligned}$$

Si osservi, nelle (4), che quando le (3) sono una soluzione del sistema, la h e la ω son quelle che spetterebbero al sistema dei due circuiti 1 e 2 disposti in serie, formanti cioè unico circuito.

4. Come si riconosce subito siamo ben lontani dalle condizioni semplici prevedibili con la teoria delle correnti alternate; ma nulla esclude che le nuove condizioni possan realizzarsi.

Occorre però tenere anche conto della seconda componente in h' e ω' . L'effetto di questa sarà praticamente trascurabile quando sia h' molto grande di fronte ad h , e meglio ancora se la seconda componente è aperiodica (somma di due esponenziali a esponenti reali, di valore elevato rispetto ad ht). Allora la sovrapposizione ortogonale dei campi magnetici dovuti a i_1 e a i_2 darà un campo che parte da zero, raggiunge rapidamente un certo valore seguendo nello spazio

una curva, e dal valore massimo torna a decrescere fino a zero, seguendo una spirale circolare. Si ottiene cioè la curva sperimentale riprodotta nella fig. 14 dell'ultima nota di Artom.

Si vede adunque che se la teoria permette di giustificare il risultato ottenuto, non fornisce, in questa forma, un procedimento agevole per determinare *a priori* le costanti dei circuiti capaci di produrre l'effetto desiderato; mentre d'altra parte la teoria semplice delle correnti persistenti non può considerarsi come una guida sicura. Occorre adunque procedere con sistematici tentativi, sperimentali, ispirati ad alcune considerazioni generali teoriche che costituiscano una guida lontana e che ora passeremo a discutere.

5. Osserviamo anzitutto che in conseguenza dell'accoppiamento i due circuiti dan luogo a un *doublet* di cui le frequenze sono prossime a quelle proprie dei circuiti medesimi, ma non identiche, perchè alquanto modificate dalla mutua presenza di essi. Anche le ampiezze della stessa componente sono in generale diverse nei due circuiti. Or la prima componente in h e ω della corrente i_1 associata alla medesima componente nella i_2 costituisce un integrale particolare delle (1), cosicchè posto

$$i_1 = i'_1 + i''_1$$

e

$$i_2 = i'_2 + i''_2$$

con

$$i'_1 = A_1 e^{-ht} \sin(\omega t + \alpha_1)$$

$$i''_1 = B_1 e^{-h't} \sin(\omega' t + \beta_1)$$

$$i'_2 = A_2 e^{-ht} \sin(\omega t + \alpha_2)$$

$$i''_2 = B_2 e^{-h't} \sin(\omega' t + \beta_2)$$

potremo anche dire, che la i'_1 e la i'_2 , come anche la i''_1 e i''_2 , soddisfano l'equazioni stesse, ovvero che la i'_1 genera nel secondario la i'_2 , con frequenza prossima a quella propria del primario, e che inversamente la i''_2 crea nel primario, reagendo su questo, la i''_1 , con frequenza prossima a quella del secondario. Ma l'azione reciproca non si compie in egual misura se l'iner-

zia elettromagnetica dei due circuiti è molto diversa, se sono cioè molto diversi i valori di L_1 e L_2 . E infatti, anche se i due circuiti hanno periodi propri molto prossimi, ma sono molto diversi L_1 e L_2 , e precisamente quando è L_1 molto maggiore di L_2 , il primario eserciterà una energica azione sul secondario e non viceversa. Ciò ha luogo anche con correnti persistenti, contro le quali ciascun circuito presenta, per una pulsazione ω , la resistenza apparente

$$\sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

e questa a pari scartamento di ω dalla pulsazione di risonanza è molto maggiore quando L è più grande.

In conseguenza la i'_1 può determinare nel circuito secondario una notevole i''_2 ; con questa prende origine nel secondario stesso la i''_1 , ma la reazione di quest'ultima sul primario può esser molto piccola, quando la forza elettromotrice relativa, $-M \frac{d i''_2}{d t}$ è di piccola entità rispetto alle rilevanti f. e. m. induttive e di capacità che si destano nel primario per la non coincidenza del periodo di i''_2 con quello proprio del circuito.

Si potrà allora scrivere in questo modo le equazioni fondamentali per i due circuiti:

$$(5) \quad r_1 i_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t} + \frac{1}{C_1} \int i_1 d t = 0$$

$$(6) \quad r_2 i_2 + L_2 \frac{d i_2}{d t} + \frac{1}{C_2} \int i_2 d t = -M \frac{d i_1}{d t}$$

cioè si potrà trascurare nella prima la reazione $M \frac{d i_2}{d t}$ dovuta alla corrente secondaria.

6. Posto ciò, e con le espresse riserve, sappiamo che la corrente eccitatrice è nulla all'istante $t=0$ in cui comincia la scarica. Sarà perciò

$$i_1 = A e^{-ht} \sin \omega t$$

l'integrale della (5). La successiva s'integra subito, e completamente, col metodo dei vettori rotanti da me già impiegato altre volte.

La corrente i_2 risulta di due parti: l'una che può dirsi forzata, direttamente causata da i_1 ; l'altra che può chiamarsi corrente propria, e il cui valore iniziale è determinato dal fatto che per $t=0$ dev'essere $i_2=0$.

Siano i_2' e i_2'' le due parti. Si ha per i_2' , invertendo il senso in cui le i_2 si computano positivamente,

$$(7) \quad r_2 i_2' + L_2 \frac{d i_2'}{d t} + \frac{1}{C_2} \int i_2' d t = M \frac{d i_1}{d t}$$

e per i_2'' ,

$$(8) \quad r_2 i_2'' + L_2 \frac{d i_2''}{d t} + \frac{1}{C_2} \int i_2'' d t = 0.$$

La i_2' è una corrente di smorzamento h e di pulsazione ω , come la $\frac{d i_1}{d t}$ da cui deriva; la sua fase sia rappresentata

Fig. 2.

in OA , e il valore massimo $r_2 I_1'$ di $r_2 i_2'$ in OB ; allora, ponendo $\alpha^2 = h^2 + \omega^2$, $\operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\omega}$ il segmento

$$BC = L_2 \alpha I_1'$$

ruotato rispetto ad O A di $\frac{\pi}{2} + \delta$ rappresenterà con le sue proiezioni, i valori istantanei di $L_2 \frac{di_2}{dt}$; e il segmento

$$CD = \frac{I'_2}{C_2 a}$$

ruotato di $-\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)$ rispetto a O A rappresenterà i valori istantanei di $\frac{1}{C_2} \int i'_2 dt$.

Or se supponiamo

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

e perciò

$$a^2 = h^2 + \omega^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}$$

sarà anche

$$L_2 a I'_2 = \frac{I'_2}{C_2 a}$$

cioè

$$BC = CD$$

quindi il punto D cade proprio su O A. La (7) ci dice allora che OD rappresenta, con le sue proiezioni, $M \frac{di_1}{dt}$; che cioè i'_1 è in fase con la f. e. m. che la genera, e che perciò, essendo la fase di $\frac{di_1}{dt}$ anticipata su quella di i_1 di $\frac{\pi}{2} + \delta$, la fase di i_1 è rappresentata da OE, parallela a CD, ed è sensibilmente in quadratura con O A, quando δ è non troppo grande.

Alla corrente i'_1 si sovrappone la corrente propria i''_1 del circuito 2, che ha perciò come coefficiente di smorzamento $\frac{r_2}{2L_2}$. Il suo valore iniziale sarà eguale ed opposto a $\frac{OB}{r_2} = I'_2$, appunto per avere all'inizio della scarica

$$i_2 = 0.$$

Ma se, per ipotesi, lo smorzamento $\frac{r_2}{2L_2}$ è molto grande di fronte ad $h = \frac{r_1}{2L_1}$, la i''_1 si annullerà rapidamente; e perciò

nella *primitiva* fase del fenomeno la i_2 andrà aumentando, con o senza oscillazioni, e raggiungerà un valore massimo; poscia di là decrescerà lentamente oscillando, e seguendo un'esponenziale caratterizzata dallo smorzamento h . Si può dire, in altri termini, che la i_2 è data da una sinusoide i cui massimi si appoggino alla curva risultante da due esponenziali, una positiva e l'altra negativa, con valore eguale all'origine, ma l'una rapidissima, l'altra molto lenta. Tolta la prima fase resta un'oscillazione smorzata sensibilmente in quadratura con la i_1 , e decrescente con la medesima rapidità.

La composizione nello spazio, e in direzioni ortogonali, di i_1 e di i_2 darà perciò un campo che si crea in un tempo brevissimo, partendo da zero, con o senza rotazione, e che decresce poi lentamente, ruotando lungo una spirale. È quel che si vede, ad esempio, nella bellissima figura 14 dell'ultima nota dell'Artom.

7. Le condizioni sono ancora più favorevoli, com'era prevedibile, quando il circuito 1 agisce su due circuiti 2 e 3 in risonanza col primo e identici tra loro, ma tali da non produrre alcun effetto sensibile di reazione sul primo, per la grande induttanza di questo.

La corrente nel circuito 1 sia, come sopra

$$i_1 = A e^{-ht} \sin \omega t.$$

Le correnti i_2 , i_3 nei circuiti 2 e 3 costeranno ancora di due parti, la forzata i' e la propria i'' . La prima è in fase con la forza elettromotrice inducente, come abbiamo visto. Se perciò si ricorre per i circuiti 1 e 2 a un allacciamento magnetico, e per 1 e 3 a un allacciamento elettrostatico, la fase di i'_2 sarà avanzata di $\frac{\pi}{2} + \delta$ su quella di i_1 ; e la fase di i'_3 ritardata di $\frac{\pi}{2} + \delta$ su quella di i_2 ; lo spostamento relativo sarà perciò solo 2δ , cioè molto piccolo se l'oscillazione di 1 è poco smorzata, ed eguale a 90° solo quando $\delta = 45^\circ$, cioè $h = \omega$. Per δ molto piccolo, volendo tra i'_2 e i'_3 lo sfasamento di 90° , basterebbe che l'accoppiamento tra 1 e 3 fosse di natura ohmica.

Alle i'_2 e i'_3 si sovrappongono le i''_2 e i''_3 , cioè le correnti proprie di 2 e 3, in fase opposta alle i' e con valori iniziali eguali a i' per annullare l'intensità all'istante $t = 0$.

Una volta ottenuta la quadratura tra le correnti forzate, e quindi tra le proprie, di 2 e 3, non occorre più che gli smorzamenti di questi ultimi circuiti siano molto grandi di fronte a h . Può anzi aver luogo proprio l'opposto, in modo che rapidamente si annullino le correnti forzate, e restino le correnti proprie, lentamente smorzantisi con eguale rapidità, e sempre in quadratura. Si otterrà allora, componendo ortogonalmente le i_2 e le i_3 che sono in quadratura e possono rendersi di eguale ampiezza iniziale, un campo che parte da zero, raggiunge, seguendo una spirale, un valore massimo, e di là decresce, ruotando nel medesimo verso, fino a zero. La durata relativa delle due fasi dipende dai valori relativi dello smorzamento del circuito 1 e di quelli, comuni, dei circuiti 2 e 3.

8. Il sistema di accoppiamento da scegliere (ohmico, elettrostatico o elettromagnetico) fra 1 e 2, e fra 1 e 3 è quello sopraindicato, nel caso di capacità e self localizzate. Le cose mutano se, avendosi self e capacità distribuite, si hanno onde stazionarie nei circuiti, con ventri e nodi di potenziale o di corrente, com'è facile riconoscere. Quel che occorre, come regola generale, è questo: i due circuiti 2 e 3 devono reagire pochissimo sul circuito 1 pur essendo in risonanza con questo; devono possedere eguali costanti; e infine devono essere eccitati dal circuito principale con f. e. m. in quadratura. Ma la regolazione delle fasi delle correnti indotte sarà sempre delicatissima, poichè in prossimità della risonanza la minima variazione nelle costanti o nel periodo produce energiche variazioni nella fase della corrente indotta. Anzi teoricamente, se r è piccolo e ω grande, per una piccolissima variazione di ω in più o in meno della condizione di risonanza la fase della corrente indotta varia da -90° a $+90^\circ$ rispetto alla f. e. m. inducente.

Ma la possibilità teorica di ottenere gli effetti richiesti è con ciò ben dimostrata, e anzi con una certa latitudine; le difficoltà pratiche sono attenuate dalla ricerca sperimentale,

sistematica, delle condizioni più opportune. E in questo campo la tecnica della radiotelegrafia, per l'importanza pratica dei problemi che vi si connettono, ha fornito ai cultori che se ne occupano ormai persistentemente, delle attitudini veramente straordinarie, che si affinano ogni giorno di più e consentono loro di superare ostacoli a prima vista assai gravi.