Notizen zu einer kürzlich erschienenen Schrift über die Principien der Elektrodynamik.

VON CARL NEUMANN IN LEIPZIG.

Meine zum Jubiläum der Universität Bonn verfasste Schrift: *Die Principien der Elektrodynamik* (Tübingen, 1868), über deren Inhalt eine vorläufige Mittheilung schon enthalten war in den Nachrichten der Göttinger Societät der Wissenschaften (Juni 1868), ist von Clausius im letzten Hefte von Poggendorff's Annalen (Bd. 135. S. 606) einer Beurtheilung unterworfen worden, mit welcher ich mich nicht einverstanden erklären kann, und durch welche ich mich zu einigen kurzen Notizen über jene Schrift veranlasst sehe.

Meine Schrift kann, wenn ich gegenwärtig auf dieselbe zurückblicke, als zusammengesetzt betrachtet werden aus zwei verschiedenen Theilen, von denen der eine, sowohl mit Bezug auf die Natur seines Inhalts als auch mit Bezug auf die Festigkeit seiner Begründung, dem andern voranzustellen ist. Demgemäss erscheint es mir angemessen, zuerst den wichtigeren, sodann den mehr untergeordneten Theil zur Sprache zu bringen, und in solcher Weise eine Trennung eintreten zu lassen, welche in meiner Schrift nicht vorhanden ist.

§. 1.

Der in erste Linie zu stellende Theil der citirten Schrift.

Als Ausgangspunkt dieses Theiles sind zweierlei Vorstellungen anzusehen, einerseits die Vorstellung, dass für die elektrischen Kräfte ein Potential existiren müsse, dass aber dieses Potential nicht allein von der relativen Lage der elektrischen Massen, sondern gleichzeitig auch noch von ihren Geschwindigkeiten abhängig sei, andererseits die Vorstellung, dass das bekannte (die ganze Mechanik beherrschende) Hamilton'sche Princip auf Potentiale solcher Art ebenso gut anwendbar sei, wie auf gewöhnliche nur von der relativen Lage abhängende Potentiale. Meine Untersuchung geht demgemäss aus von einer gewissen hypothetischen Formel für das Potential elektrischer Massen:

$$(1) \quad w = \frac{mm_1}{r} \left[1 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right].$$

Hier bedeuten m und m_1 die beiden Massen, und r ihre gegenseitige Entfernung zur Zeit t ; daneben ist unter c die im Weber'schen Gesetz enthaltene Constante zu verstehen*).

Meine Untersuchung zeigt nun, wie man von der Hypothese (1) aus, bei Anwendung des Hamilton'schen Princip's, unmittelbar hingeführt wird zu den bekannten Gesetzen der elektrischen Repulsion und Induction, gleichzeitig aber auch hingeführt wird zu einer die Elektrodynamik mitumfassenden Form des Princip's der lebendigen Kraft. — An letzteres Resultat lehnt sich unmittelbar eine neuerdings von mir angestellte Untersuchung über die oscillirende Entladung einer Franklin'schen Tafel (vergl. die Nachrichten der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. 13. Januar 1869), in welcher gezeigt wird, dass man zu der von Kirchhoff für dieses Phänomen aufgestellten Differentialgleichung gelangen kann auf einem ganz andern (schon von W. Thomson angedeuteten) Wege, nämlich direct durch Anwendung jenes Princip's der lebendigen Kraft. — Es dürfte bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam zu machen sein, dass in meiner Schrift bei Beurtheilung der Grösse einer gegebenen Masse zwischen der nach ihrer Wirkung und zwischen der nach ihrer Trägheit gemessenen Grösse keinerlei Unterscheidung gemacht ist. Eine solche Unterscheidung eintreten zu lassen, ist aber durchaus nothwendig, falls man Massen von verschiedener Materie (wie z. B. elektrische und ponderable Massen) gleichzeitig in Betracht zieht. Setzt man daher (wie es z. B. bei elektrischen Massen üblich ist) die nach der Wirkung gemessene Grösse einer Masse gleich m , so ist die nach der Trägheit gemessene Grösse derselben keineswegs gleich m , sondern gleich fm zu setzen, wo f einen constanten Factor repräsentirt, dessen Werth lediglich abhängt von der Natur der betrachteten Materie. Dieser constante Factor ist an einigen Stellen meiner Schrift hinzuzufügen, versäumt worden. Das Versehen ist leicht zu corrigiren; die erhaltenen Resultate bleiben dabei völlig intact.

In meiner Schrift wird übrigens, was das Potential zweier Massen aufeinander anbelangt, neben der Formel (1) gleichzeitig auch die allgemeinere Formel

*) Diese Formel ist in meiner Schrift gleich zu Anfang (Seite 2) als der eigentliche Ausgangspunkt meiner Betrachtungen bezeichnet worden; die Constante $\frac{1}{c^2}$ ist dort G genannt. Dabei mag mir gestattet sein zu bemerken, dass dieselbe Formel an einer andern Stelle meiner Schrift (S. 24) behaftet ist mit einem störenden Druckfehler; statt $\frac{1}{ccr}$ ist nämlich dort zu lesen $\frac{1}{cc}$.

$$(1^a) \quad w = mm_1 \left[\varphi(r) - \frac{r}{c^2} \frac{d\varphi(r)}{dr} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$$

in Betracht gezogen, wo $\varphi(r)$ eine beliebige Function von r repräsentirt. Ebenso wie man bei Zugrundelegung der Hypothese (1) zu den Gesetzen der elektrischen Repulsion und Induction gelangt, genau ebenso gelangt man, wie meine Schrift zeigt, bei Zugrundelegung der Hypothese (1^a) zu demjenigen Gesetze, welches ich (im Jahre 1858) bei meiner Untersuchung über die magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes supponirt habe für die zwischen Electricität und Aether vorhandenen Kräfte.

Gegen den bisher besprochenen Theil meiner Schrift sind von Clausius keinerlei Bedenken vorgebracht. Seine Bedenken richten sich vielmehr nur gegen denjenigen Theil, welchen ich hier als den in zweite Linie zu stellenden bezeichnet habe. Auf diesen letztern werde ich daher ausführlicher eingehen.

§. 2.

Der in zweite Linie zu stellende Theil der citirten Schrift.

Derselbe beschäftigt sich mit der vorhin genannten, hypothetisch für das Potential angenommenen Formel (1). Er sucht dieser Formel einen weiteren Unterbau zu geben; er sucht die Formel zu ersetzen durch Vorstellungen.

Das zwischen zwei Körpern oder Massen m und m_1 vorhandene Newton'sche Potential (das Product der Massen dividirt durch die Entfernung) wird von mir aufgefasst als ein Bewegungsantrieb oder (besser ausgedrückt) als ein Befehl, der von dem einen Körper gegeben und emittirt, von dem andern recipirt und befolgt wird. Gleichzeitig wird angenommen, dass der Befehl einer gewissen Zeit bedürfe, um vom Orte der Emission hinzugelangen zum Orte der Reception, dass er also (mit andern Worten) einer gewissen Zeit bedürfe, um den Raum zwischen beiden Körpern zu durchlaufen.

Die Entfernung der beiden Körper von einander mag zur Zeit t_0 bezeichnet werden mit r_0 . Im Augenblick t_0 wird von dem einen Körper ein gewisser Befehl gegeben, und zwar gegeben mit Rücksicht auf die augenblicklichen Verhältnisse, d. i. mit Rücksicht auf die augenblickliche Entfernung r_0 ; demgemäss lautet der Befehl: $\frac{mm_1}{r_0}$. Gegeben und emittirt zur Zeit t_0 , durchläuft dieser Befehl den Raum zwischen beiden Körpern, ohne unterwegs irgend welche Aenderung zu erleiden; er wird daher, weil zur Durchlaufung jenes Zwischenraums eine gewisse Zeit erforderlich ist, von dem gehorchenden Körper recipirt und befolgt werden nicht zur Zeit t_0 , sondern zu einer etwas späteren Zeit t , also zu einer Zeit, wo die

gegenseitige Entfernung der beiden Körper nicht mehr die Grösse r_0 , sondern bereits eine etwas andere Grösse r besitzt.

Der Befehl oder Potentialwerth $\frac{mm_1}{r_0}$ kann demgemäss einerseits bezeichnet werden als das der Zeit t_0 entsprechende emissive Potential, und andererseits auch bezeichnet werden als das der Zeit t entsprechende receptive Potential. Zur Zeit t_0 wird der Befehl gegeben, zur Zeit t tritt er in Kraft*).

Die Zwischenzeit $t - t_0$ ist diejenige, deren der Befehl bedarf, um den Raum zwischen beiden Körpern zu durchlaufen. In Betreff dieser Durchlaufung ist in meiner Schrift diejenige Vorstellung zu Grunde gelegt, welche sich (wie mir scheint) als die einfachste darbietet, nämlich angenommen, dass der Befehl mit der constanten Geschwindigkeit c vorwärts schreitet auf demjenigen Radiusvector, dessen Anfangspunkt der befehlende und dessen Endpunkt der gehorchende Körper ist. Die mit c bezeichnete Geschwindigkeit bezieht sich also auf eine relative Bewegung; denn der Radiusvector, auf welchem der Befehl entlang geht, befindet sich selber in Bewe-

*) Hiermit in voller Uebereinstimmung heisst es z. B. auf Seite 6 und 7 meiner Schrift wörtlich: „Betrachtet man nur zwei Punkte m und m_1 , so sind ausgehend von der Vorstellung einer progressiven Fortpflanzung des Potentials für jeden Zeitaugenblick t zwei verschiedene Potentiale zu unterscheiden, das emissive und das receptive.“

„Das emissive Potential ist dasjenige, welches von jedem der beiden Punkte ausgesandt wird zur Zeit t , und welches also erst ein wenig später den andern Punkt erreicht“

„Das receptive Potential andererseits ist dasjenige, welches von jedem der beiden Punkte empfangen wird zur Zeit t , und welches also schon ein wenig früher von dem andern Punkte abgesendet ist. Das der gegebenen Zeit zugehörige receptive Potential ist demnach identisch mit dem einer früheren Zeit entsprechenden emissiven Potential“

Der letzte Satz hätte, auf Grund der eben citirten Definitionen für das emissive und receptive Potential, auch so ausgesprochen werden können: „Der zur gegebenen Zeit von dem einen Punkte recipirte Potentialwerth ist identisch mit dem, welcher zu einer etwas früheren Zeit von dem andern Punkte emittirt wird.“ Denn unter den Potentialen sind auf den citirten Seiten meiner Schrift überall bestimmte, durch Formeln ausgedrückte Werthe verstanden.

Hieraus aber geht deutlich hervor, wie wenig in meiner Schrift die Rede sein sollte von einer unmittelbaren Aehnlichkeit zwischen der Fortpflanzung des Potentials und der des Lichtes. Würde es doch völlig ungereimt sein, wenn man sagen wollte, der in einem gegebenen Augenblicke von dem einen Punkte recipirte Lichtwerth (etwa Lichtmenge oder Lichtintensität) sei identisch mit dem, welcher zu einer etwas früheren Zeit von dem andern Punkte emittirt wird.

Ueberhaupt besitzen, wie man sieht, die von mir über das Potential gemachten Suppositionen den Gesetzen des Lichtes gegenüber eine so ausserordentlich grelle Verschiedenheit, dass es mir kaum einfallen konnte, dieselbe besonders urgiren zu wollen.

gung, fortgetragen durch die auf irgend welchen Bahnen dahinlaufenden Körper*).

Der zur Zeit t vom gehorchenden Körper recipirte Befehl $\frac{mm_1}{r_0}$ hat nun offenbar diejenige Radiusvector-Länge zu durchlaufen gehabt, welche vorhanden ist im Augenblick seiner Reception, also zu durchlaufen gehabt die zur Zeit t vorhandene Radiusvector-Länge r . Die hierzu erforderliche Zeit ist aber $\frac{r}{c}$; folglich $t - t_0 = \frac{r}{c}$.

Wird das der Zeit t entsprechende receptive Potential $\frac{mm_1}{r_0}$ mit ω bezeichnet, und wird ausserdem $t_0 = t - \Delta t$, $r_0 = r - \Delta r$ gesetzt, so ergibt sich:

$$(2) \quad \omega = \frac{mm_1}{r_0} = \frac{mm_1}{r - \Delta r};$$

und gleichzeitig ergibt sich für das mit Δr correspondirende Zeitintervall Δt die Formel:

$$(3) \quad \Delta t = t - t_0 = \frac{r}{c}.$$

Dass nun aber diese Formeln (2) und (3), bei weiterer Behandlung und bei Vernachlässigung der dritten Potenz von $\frac{1}{c}$, für das receptive Potential ω den Werth liefern: $\omega = w + \frac{dw}{dt}$, wo w den Ausdruck (1), andererseits w einen aus $\log r$ und $\frac{dr}{dt}$ rational zusammengesetzten Ausdruck vorstellt; und dass ferner der eben genannte Werth bei Anwendung des Hamilton'schen Princip's äquivalent wird mit dem einfacheren Werthe: $\omega = w$; — unterliegt keinem Bedenken, und ist auch in der That von Niemand in Zweifel gezogen.

Somit ist gezeigt; dass die angegebenen Vorstellungen wirklich hinleiten zu der hypothetisch angenommenen Potentialformel (1). Ob allerdings diese Ersetzung einer fremdartigen Formel durch nicht minder fremdartige Vorstellungen, einen Fortschritt involvirt, dürfte vorläufig schwer zu beurtheilen sein. Auch

*) Die Worte, deren ich mich hier bediene zur Explication dieser Vorstellung, haben sich mir erst gegenwärtig dargeboten. Damals, bei Abfassung meiner Schrift, hatte ich die Vorstellung etwas anders, mehr bildlich, mir eingezeichnet. Ich dachte mir nämlich damals den befehlenden Körper von einer ins Unendliche ausgedehnten Atmosphäre umgeben, die gewissermassen starr mit dem Körper verbunden ist, und an allen seinen Bewegungen Theil nimmt; sodann dachte ich mir den vom Körper emittirten Befehl, mit constanter Geschwindigkeit und ohne in seiner ursprünglichen Fassung irgend welche Aenderung zu erleiden, fortlaufend in dieser rein ideellen Atmosphäre. Demgemäss brauchte ich damals das Wort „Fortpflanzung“, welches besser hätte ersetzt werden können durch „Transmission“.

habe ich bei Abfassung meiner Schrift diesem, in zweite Linie zu stellendem, Theile derselben kein zu grosses Gewicht beigelegt. Hieraus erklärt sich die auffallende Kürze, mit welcher derselbe behandelt ist; von den 38 Seiten meiner Schrift, nimmt er nur etwa 3 Seiten in Anspruch. So kommt es, dass die diesem Theile zu Grunde liegenden Vorstellungen in meiner Schrift keineswegs ausführlich dargelegt, sondern nur kurz, nur im Vorübergehen angedeutet sind*). Dem Leser blieb es gewissermassen überlassen, diese Vorstellungen erst zu extrahiren aus den gegebenen Formeln; und das war (wie ich gern zugebe) keine leichte und gewiss auch keine dankbare Aufgabe. Denn jene Vorstellungen sind, wie man sieht, (wenigstens in ihrer gegenwärtigen Gestalt) sehr heterogen gegenüber denjenigen Vorstellungen, aus welchen man die Erklärungen physikalischer Processe herzuholen gewohnt ist.

Immerhin erscheint es, mir**) wenigstens, merkwürdig, dass dieselben Vorstellungen auch hinleiten zum Gesetze der gegenseitigen Einwirkung zwischen Elektrizität und Aether. Substituirt man nämlich im Newton'schen Potential statt der Function $\frac{1}{r}$ eine beliebige Function $\varphi(r)$, so ergeben sich durch Zugrundelegung jener Vorstellungen an Stelle der Formeln (2) und (3) die allgemeineren Formeln:

$$(2^a) \quad \omega = mm_1 \varphi(r_0) = mm_1 \varphi(r - \Delta r),$$

$$(3^a) \quad \Delta t = t - t_0 = \frac{r}{c}.$$

Diese aber führen bei weiterer Behandlung sofort zu der Potentialformel (1^a), folglich auch zu jenem Gesetze der gegenseitigen Einwirkung zwischen Elektrizität und Aether.

*) Ich glaubte mir solches um so eher erlauben zu dürfen, als ich jene Schrift nur als eine provisorische betrachtete, der eine ausführlichere Publication des Gegenstandes folgen sollte, und nach meiner Absicht auch folgen wird. Mit diesem provisorischen Charakter der Schrift steht in Einklang die sehr ungleichmässige Behandlung ihrer einzelnen Abschnitte; denn einige derselben sind in grösster Ausführlichkeit niedergeschrieben; von anderen nur die Resultate mitgetheilt. Demgemäss ist auch meine Schrift bisher nicht allgemein publicirt, nämlich absichtlich von mir nicht in den Buchhandel gegeben worden.

**) Ich kann nicht verlangen, dass das hier vorzubringende Argument allgemein als gültig anerkannt werde. Denn das Gesetz für die gegenseitige Einwirkung zwischen Elektrizität und Aether, auf welches ich mich hier stützen werde, könnte in Zweifel gezogen werden in Folge der Verdet'schen Experimentaluntersuchungen über die bei der magnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichts auftretende Dispersion (Ann. d. chim. (3) T. 69. p. 415). Was mich allerdings anbelangt, so glaube ich (gestützt auf nahe liegende Gründe), dass den Resultaten von Dispersions-Beobachtungen vorläufig keine entscheidende Stimme über die Richtigkeit oder Unrichtigkeit jenes Gesetzes einzuräumen sei.

Ueberhaupt möchte ich diesen in zweite Linie zu stellenden Theil meiner Schrift keineswegs für völlig überflüssig ansehen. Vielmehr bin ich geneigt, denselben als eine Vorarbeit zu betrachten, durch welche die einer tiefer gehenden Einsicht entgegenstehenden Hindernisse, wenn auch nicht beseitigt, so doch analysirt und beleuchtet werden.

Gegen diesen in zweite Linie zu stellenden Theil meiner Schrift richten sich die Bedenken von Clausius. Ich werde im nächstfolgenden Paragraphen Gelegenheit haben, auf dieselben einzugehen.

§. 3.

Potential und Licht.

Die von mir über das Potential gemachten Suppositionen zeigen den Gesetzen des Lichtes gegenüber eine überaus grosse Verschiedenheit. So fallen z. B. was die Emission, Transmission und Reception anbelangt, unmittelbar folgende Differenzen ins Auge: Das von einem leuchtenden Körper emittirte Licht ist unabhängig von dem beleuchteten Körper; hingegen ist das in irgend einem Augenblicke von einem anziehenden Körper emittirte Potential in strictester Weise abhängig von der augenblicklichen Lage des angezogenen Körpers, (es ist dasselbe nämlich $= \frac{mm_1}{r}$ oder $= mm_1 \varphi(r)$, wo r die augenblickliche Entfernung bedeutet). Ferner: Das von dem leuchtenden Körper in einem gegebenen Zeitaugenblicke emittirte Licht verliert an Intensität, je weiter es sich vom Körper entfernt; das emittirte Potential hingegen läuft ohne irgend welche Abänderung seines ursprünglichen Werthes bis zum angezogenen Körper. Endlich: Das von dem beleuchteten Körper recipirte (d. i. absorbirte) Licht ist im Allgemeinen ein Bruchtheil des auffallenden Lichtes; hingegen ist das von dem angezogenen Körper recipirte Potential identisch (d. i. gleichwerthig) mit dem ankommenden Potential.

Die Gesetze, nach denen das Potential von einem Körper zum andern transmittirt wird, sind also (zufolge meiner Suppositionen) von den entsprechenden Gesetzen des Lichtes so ausserordentlich verschieden, dass von einer Aehnlichkeit kaum die Rede sein kann. Wenigstens wäre nur ein einziger Umstand geltend zu machen, in Bezug auf welchen eine Art Aehnlichkeit stattfindet. Dieser besteht darin, dass Licht wie Potential mit einer sehr grossen constanten Geschwindigkeit sich fortpflanzen; und auch diese Aehnlichkeit ist keine vollkommene; denn jene constante Geschwindigkeit besitzt für Licht und Potential verschiedene Werthe, und bezieht sich beim Licht auf eine absolute, beim Potential aber auf eine relative Bewegung.

Zufälliger Weise ist auf die eben genannte Aehnlichkeit hingewiesen worden durch einen gewissen Passus in der Einleitung meiner

Schrift (Seite 3). Denn dort wird bemerkt, Riemann habe die Voraussetzung gemacht, dass das „*Potential* — *ähnlich wie das Licht* — *mit einer gewissen constanten Geschwindigkeit durch den Raum sich fortpflanze*“; zugleich wird hinzugefügt, dass diese Annahme auch meiner Untersuchung zu Grunde liege.

Dass dieser Vergleich mit dem Lichte ein ganz zufälliger und beiläufiger war, dürfte (abgesehen von dem eigentlichen Texte meiner Schrift) schon daraus hervorgehen, dass ein solcher Vergleich in meiner ganzen Schrift nur an dieser **einen** Stelle sich vorfindet, noch viel deutlicher aber daraus erkennbar sein, dass ein solcher Vergleich mit dem Lichte in meiner Mittheilung an die Göttinger Societät **nirgends** vorkommt. (Das Wort „*Licht*“ ist in jener Mittheilung gar nicht enthalten.)

Jedenfalls muss übrigens von mir zugegeben werden, dass der genannte Passus der Einleitung meiner Schrift, welcher nur eine gelegentliche historische Notiz geben, nämlich Riemann als den eigentlichen Urheber der Idee einer progressiven Bewegung des Potentials bezeichnen sollte, wenig Genauigkeit besitzt. Bei Abfassung meiner Schrift erschien es mir kleinlich, in der Einleitung betonen zu wollen, dass meine Idee über diese progressive Bewegung von der Riemann'schen (soweit mir letztere verständlich geworden) sich noch wesentlich unterscheide. So unterliess ich dieses Unterschiedes zu erwähnen; was um so leichter zu Missverständnissen führen konnte, als die betreffenden Auseinandersetzungen im eigentlichen Texte meiner Schrift äusserst kurz gehalten sind.

Demgemäss ist es leicht erklärlich, dass Clausius bei Beurtheilung meiner Schrift von der Meinung ausgeht, ich hätte die Supposition gemacht, dass das Potential von einem Körper zum andern sich ähnlich wie das Licht fortpflanze; während doch in Wirklichkeit meine Suppositionen über die progressive Bewegung des Potentials den Gesetzen des Lichtes gegenüber die grösste Verschiedenheit zeigen. — Es kann mir nur erwünscht sein, dass ich auf die Gefahr eines solchen Missverständnisses aufmerksam gemacht, und dieselbe zu beseitigen veranlasst worden bin.

Leipzig, 19. Januar 1869.