By this means I made comparisons on the mornings of the 9th and 10th with the star B.A.C. 3303. The transits were observed on opposite sides of the square, and are, therefore, not so satisfactory as I could wish. The following are the results corrected for differential refraction and the comets proper motion.

1882	Winds. M. T.	Comet — Star Diff. App. R. A.	Diff. App. N. P. D.	Comp.	Comet's App. R. A.	$\log \frac{p}{P}$	Comet's App. N. P. D.	$\log \frac{q}{P}$
Sept. 8	17 ^h 54 ^m 52 ^s	+ 3 ^m 15 ^s 90	+ 21' 8" 0	4	9 ^h 37 ^m 7 ^s 50	8.7115 _n	90° 57' 46" 4	9.7365
9	17 49 45	+ 11 56.19	+ 16 57.9	2	9 45 47.81	8.7187 _n	90 53 36.2	9.7370

The star's mean place for 1882.0 and the reductions to the dates of observation are as follow:

Mean R.A.	Reduction	Mean N.P.D.	Reduction
9 ^h 33 ^m 49 ^s 76	+ 1 ^s 84	90° 36' 27" 6	+ 10" 8
"	+ 1.86	"	+ 10.7

The authorities for the star's place are Schjellerup, Radcliffe Obs. 1858 and Annales de l'Obs. Royal de Bruxelles, Cat. 1874. Up to the present date I have not succeeded in getting further observations owing to fog and cloud, but it is probable that the comet will soon become visible in the West.

Windsor N. S. Wales, 1882 September 16.

John Tebbutt.

Ueber eine dreifache Lösung des Cometenproblems.

In meinem demnächst erscheinenden Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Cometen und Planeten (2. Auflage) trete ich in einem Kapitel, welches über die mehrfachen Lösungen des Cometenproblems handelt, der allgemein getheilten Ansicht entgegen, dass das Cometenproblem in Folge des doppelten Zeichens einer auftretenden Wurzel eine doppelte Lösung zulasse; ich beweise, dass nur das positive Zeichen Geltung habe, und weiter, dass für die geocentrischen Distanzen entweder nur eine oder drei positive Lösungen stattfinden können. Als ich gestern Nr. 2464 der Astr. Nachr. mit der hochinteressanten Mittheilung des

Dr. H. Oppenheim über eine doppelte Lösung bei der Bahnberechnung des Cometen Cruls aus den drei Coimbrabeobachtungen erhielt, war es mir sofort klar, dass noch eine dritte brauchbare Wurzel der Gleichung vorhanden sein müsse, und ich habe diese Entscheidung sofort brieflich Dr. Oppenheim mitgetheilt. Um aber auch von meiner Seite das Vorhandensein der dritten Wurzel durch Rechnung nachzuweisen, habe ich die hierfür nothwendigen kleinen Rechnungen durchgeführt; die Bahnbestimmung gründet sich auf die folgenden Daten (mittl. Aeq. 1882.0):

Mittl. Berliner Zeit	λ	β	L	$\log R$
1882 Sept. 18.04782	172° 46' 57" 6	— 1° 37' 14" 6	175° 27' 4" 9	0.001827
19.03886	171 5 47.9	— 3 23 26.1	176 25 12.7	0.001706
20.03157	169 54 29.1	— 4 48 20.3	177 23 28.1	0.001583

Die Auflösung der bekannten Gleichungen führt in der That auf die folgenden 3 Lösungen (ϱ_1 und ϱ_3 die geocentrischen Distanzen):

I. Lösung	II. Lösung	III. Lösung
$\log \varrho$, 9.548488	9.869946	0.032510
$\log \varrho'''$, 9.571291	9.892749	0.055313
$\log r$, 9.813879	9.426781	8.967676
$\log r'''$, 9.804878	9.417259	9.325809

die zu den folgenden Elementen führen:

T 1882 Sept. 28.18658	19.72362	17.12868
π	25° 20' 41" 5	21° 21' 31" 0
Ω	174 41 42.4	175 18 34.8
i	21 45 46.9	30 48 42.5
$\log q$	9.787160	9.416916
		8.110866.

An der oben erwähnten Stelle bemerke ich noch, dass man durch die Darstellung der mittleren Beobachtung meist wird zur Entscheidung bringen können, welche Wurzel die wahre sei. In der That finden sich durch diese drei Elemente in der mittleren Beobachtung die folgenden Fehler:

$$\begin{aligned} d\lambda'' &= 12' 32''.4 &= 9' 38''.1 &= 1' 27''.0 \\ d\beta'' &= 7.56.6 &= 6.6.3 &= 0.59.1 \end{aligned}$$

Rechnet man in der bekannten Weise den Logarithmus der Cotangente des Winkels, den der durch die mittleren Cometen- und Sonnenorte gelegte grösste Kreis mit der Ekliptik einschliesst, so findet sich mit Benutzung

der Beobachtungen $\log \cot g \mathcal{F}$	0.194795
mit dem ersten Elementensystem	0.194781
» » zweiten »	0.194792
» » dritten »	0.194937

Es zeigt sich hieraus, dass durch eine Verbesserung in M für die beiden ersten Lösungen kein wesentlich besserer Anschluss an die Beobachtungen erreicht werden kann, während sich M für das dritte System verbesserungsfähig erweist; es ist demnach gar keinem Zweifel unterworfen, wie dies wohl schon anderweitig bekannt ist, dass die dritte Lösung die einzig brauchbare ist.

Wien 1882 October 29.

Th. v. Oppolzer.

Ueber die Kriterien des Vorhandenseins dreier Lösungen bei dem Cometenproblem.

In einer der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien von mir überreichten Abhandlung führen sich die Kriterien für das Vorhandensein dreier Lösungen bei dem Cometenproblem auf die unten folgenden Formeln zurück.

Sind h , g und $\cos \varphi$ die bekannten bei einer Cometenbahnbestimmung auftretenden Hilfsgrössen, λ'' und β'' die den mittleren Cometenort darstellende Länge und Breite, L'' die zugehörige Sonnenlänge und R'' die Entfernung der Erde von der Sonne, so ist zunächst zu berechnen

$$\alpha = \frac{h}{g} R'' , \quad \cos \psi'' = \cos \beta'' \cos (\lambda'' - L'')$$

und weiter:

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{5}{3} \cos \psi'' - \frac{4}{3} \left(\frac{\cos \varphi}{\alpha} \right), \quad A_2 = \frac{2}{3} + 2 \cos \psi'' \left(\frac{\cos \varphi}{\alpha} \right) + \frac{1}{3\alpha^2} \\ A_3 &= -\frac{2}{3} \left(\frac{\cos \varphi}{\alpha} \right) - \frac{\cos \psi''}{3\alpha^2}, \quad p = \frac{1}{3} A_1^2 - A_2 \\ q &= \frac{2}{27} A_1^3 - \frac{1}{3} A_1 A_2 + A_3, \quad r^2 = \frac{4}{3} p, \quad \sin 3\omega = \frac{4q}{r^3}, \end{aligned}$$

p muss positiv und $4q < r^3$ sein, wenn überhaupt drei brauchbare Lösungen vorhanden sein sollen; r stets positiv und 3ω im ersten Quadranten zu wählen und 3ω erhält das Vorzeichen von q ;

$$x_2 = r \sin \omega - \frac{1}{3} A_1, \quad x_3 = r \sin (60^\circ - \omega) - \frac{1}{3} A_1$$

x_2 muss positiv sein, wenn überhaupt drei brauchbare Lösungen möglich sein sollen; dieselben sind in der That vorhanden, wenn den beiden Ungleichungen:

$$\begin{aligned} (\alpha^2 x_2^2 - 2 \cos \varphi \alpha x_2 + 1)^2 (x_2^2 - 2 \cos \psi'' x_2 + 1) &> 4 R''^2 \\ (\alpha^2 x_3^2 - 2 \cos \varphi \alpha x_3 + 1)^2 (x_3^2 - 2 \cos \psi'' x_3 + 1) &< 4 R''^2 \end{aligned}$$

genügt wird.

Für das in der letzten Zeit am Cometen Cruls entdeckte Beispiel wird:

$$\begin{aligned} \log \alpha &= 0.4427, \quad \log \cos \psi'' = 9.9974, \quad \log \cos \varphi = 9.7793, \quad \log R'' = 0.0017 \\ A_1 &= -1.3674, \quad A_2 = +0.2786, \quad A_3 = +0.1016, \quad p = +0.3447 \\ q &= +0.0393, \quad \log r = 9.8312, \quad \omega = 10^\circ 6', \quad x_2 = +0.5747, \quad x_3 = +0.9743 \\ (\alpha^2 x_2^2 - 2 \cos \varphi \alpha x_2 + 1)^2 (x_2^2 - 2 \cos \psi'' x_2 + 1) &= +5.6 \\ 4 R''^2 &= +4.0 \\ (\alpha^2 x_3^2 - 2 \cos \varphi \alpha x_3 + 1)^2 (x_3^2 - 2 \cos \psi'' x_3 + 1) &= +1.7. \end{aligned}$$

Wien 1882 November 3.

Th. v. Oppolzer,