der Turmalinplatte parallel, sondern sie steht senkrecht darauf.

Wenn ich auch wünschen könnte, diesen anscheinenden Widerspruch schon hier näher zu untersuchen, und überhaupt den Einfluss der Beobachtung der Büschel im polarisirten Lichte, vorzüglich in Bezug auf die circuläre Polarisation, weiter zu verfolgen, so ist dies doch zu weit aussehend, als dass ich nicht vorläufig schon die Optiker einladen sollte, diese merkwürdige Erscheinung aufzusuchen, und sie in den Kreis ihrer Studien einzuschließen.

III. *Methode, die Brennweite und optischen Hauptpunkte von Linsen zu bestimmen;* *von Ludwig Moser.*

Die zu beschreibende Methode, die Brennweite und optischen Hauptpunkte zu finden, welche bis jetzt nicht angewandt worden, lässt jeden für die Praxis wünschenswerthen Grad von Genauigkeit zu, und ist in der Ausführung einfach genug. Sie erstreckt sich auf Linsen von grosser wie kleiner Brennweite, und wird mit gleicher Leichtigkeit bei einfachen Linsen, wie bei einer beliebigen Zusammenstellung solcher, wenn sie nur ein Bild geben, angewandt.

Man hat für die einfache Linse, wie für ein System derselben, die sich auf einer Axe befinden:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p},$$

wo a die Entfernung des Objects, α die des Bildes, p die Brennweite bedeutet. a wird von einem gewissen Punkt in der Axe gezählt, welcher der erste optische Hauptpunkt heissen mag; α und p von einem andern

Punkt, dem zweiten optischen Hauptpunkt. Die Lage dieser beiden Punkte hängt von allen Elementen der Linse oder des Linsensystems ab, und ist daher im Allgemeinen, practisch genommen, unbekannt. Eine der wesentlichen Eigenschaften derselben besteht darin, daß Strahlen, welche *vor* jeder Brechung auf den einen Hauptpunkt unter einem beliebigen (aber unendlich kleinen) Winkel gerichtet sind, *nach* allen Brechungen auf den anderen Hauptpunkt, unter demselben Winkel, gerichtet sind.

Mein Verfahren, die Brennweite zu bestimmen, ist hierauf gegründet: man läßt ein Object in der Entfernung a sich abbilden, und mißt die lineare GröÙe des Bildes g . Bestimmt man noch den Winkel φ , welchen das Object einschließt, so hat man unmittelbar:

$$\alpha = \frac{g}{2tg \frac{1}{2} \varphi},$$

vorausgesetzt, daß das Bild sich gleich weit zu beiden Seiten der Axe erstrecke. Aus den Werthen α und a findet man dann p .

Wie man sieht, kommt es hierbei auf die Kenntniß des zweiten optischen Hauptpunkts gar nicht an; die Lage des ersteren müßte dagegen bekannt seyn, weil von ihm aus a gemessen wird. Inzwischen ist dieser Uebelstand in der Praxis unerheblich, wenn a nur irgend beträchtlich gewählt wird. Wenn nämlich a sich um die kleine GröÙe da ändert, so beträgt dp , oder die Aenderung im Werthe der Brennweite, $\frac{p^2}{a^2} da$. Ist

demnach in einem speciellen Falle die Brennweite $= 1$ Fufs, und wäre das Object, durch welches sie gefunden werden soll, 250 Fufs entfernt, so würde $dp = \frac{1}{62500} da$ seyn; und somit würde ein Fehler von 10 F. in dem Werthe von a , die Brennweite nur um beiläufig $\frac{1}{125}$ Linie falsch finden lassen. Man sieht hieraus, daß im Allgemeinen a nur innerhalb ziemlich weiter Gränzen ge-

nau zu seyn braucht, und dafs dabei die Kenntnifs der Lage des ersten Hauptpunkts von keinem erheblichen Einflufs ist. Wenn man folglich α nur angenähert zu kennen braucht, so ist es dagegen wichtiger dafür Sorge zu tragen, dafs der Winkel φ von dem ersten Hauptpunkt aus bestimmt werde. Mißt man ihn von einem Punkte aus, der in der Richtung des Objects um da von diesem Hauptpunkt entfernt ist, so entsteht dadurch ein Fehler in dem Werthe der Brennweite von $\frac{\rho^2}{a\alpha} da$.

Doch kann man auch diesen Fehler für die Praxis unerheblich machen, wenn man das Winkelinstrument z. B. hinter der zu messenden Linse aufstellt, so dafs sein Mittelpunkt von der Linse um α_1 abstehe, und die Tangente des halben Winkels dann mit $1 + \frac{\alpha_1}{\alpha}$ multiplicirt.

Der Abstand α , läfst sich in den gewöhnlichen Fällen der Praxis leicht bis auf einige Linien genau finden, selbst ohne die Lage des Hauptpunkts zu kennen, während ein Fehler von 12 Linien in dem angenommenen Falle die Brennweite nur um etwa $\frac{1}{10}$ Linie falsch ergeben würde. Ueberdies kann man die Lage der Hauptpunkte, wie ich nachher zeigen werde, sehr genau finden, und da durch diese Quelle von Fehlern vermeiden.

Das Object bei meinen Messungen waren anfangs Häuser, deren Entfernung sich = 272,46 Par. F. ergab; die Winkel wurden mit einem kleinen Kater'schen Kreise gemessen, dessen drei Verniers unmittelbar 30" angaben und genauer abgelesen wurden. Bei Linsen, wo φ einige Grade betragen kann, war diese directe Messung des Winkels ganz brauchbar, in sofern sie den Mitteln entsprach, durch welche die lineare Gröfse g gemessen wurde. Bei Linsen gröfser Brennweite jedoch, wo φ wegen der nöthigen Rücksicht auf die Deutlichkeit des Bildes kleiner gewählt werden mufs, ist die directe Messung von φ nicht vortheilhaft, und hier empfiehlt sich

eine andere Vorkehrung, die nicht allein in diesem Falle den Winkel ungleich genauer finden läßt, sondern auch den übrigen practischen Zwecken überhaupt viel angemessener ist. Von der Decke des Zimmers liefs ich zwei Bleiloths an Fäden herab, so dafs sie erhöht und erniedrigt werden konnten; die genaue Entfernung beider betrug $7737^{\text{mm}},98$. Als Object wurde ein ebenes, mit weifsem Papier überzogenes Brett von beiläufig 4 Fufs Länge angewandt, auf welchem gewisse Intervalle, 60^{mm} , 70^{mm} u. s. w., genau abgetheilt und schwarz angelegt waren. Hierdurch entstanden scharf begränzte Objecte von sehr verschiedener Gröfse. Diefs Brett wurde an die Stelle des einen Fadens gelegt, die zu messende Linse an die Stelle des anderen, wo dann für jedes gegebene Object $tg \frac{1}{2} \varphi$ gleich der halben Länge desselben, dividirt durch die Entfernung der Lothe, demnach bekannt ist.

Um die Gröfse der Bilder zu messen, konnte ich nur Glasmikrometer in $\frac{1}{8}$ Linie beiläufig getheilt (der Werth der Theilstriche war $0'',123377$ Par.) anwenden. Das Bild fiel entweder direct auf diese Theilung, oder ich brachte ein solches Mikrometer an die Stelle des Fadenkreuzes in einem zusammengesetzten Mikroskop. Je nach den Objectiven des Mikroskops, und je nach dem Abstand der Glastheilung von den Objectiven konnte der Werth der Theilstriche sehr verringert werden, z. B. bei der Anwendung der beiden Objective No. 1 und 2 kamen 38,666 derselben auf die Linie. Da ausserdem ein achromatisches Ocular angewandt und die Zehntel sehr gut geschätzt werden konnten, so ist der Fehler in der Bestimmung von g unter diesen Umständen kaum mehr als $\frac{1}{4000}$ Linie, und gewährt für die meisten practischen Zwecke eine genügende Sicherheit. Man hat jedoch feinere Mittel, eine lineare Gröfse zu messen, die nicht einmal eine so starke Vergröfserung durch Mikroskope verlangen. Mit Hülfe derselben und bei dem angegebenen Verfahren φ ebenfalls durch lineare Gröfsen zu be-

stimmen, ist der obige Werth von α , obgleich der Quotient zweier kleinen Größen, nichts destoweniger zur Bestimmung von p vollkommen brauchbar. Ueber die Art, die Glasmikrometer anzuwenden, möchte ich noch anführen, daß es die Genauigkeit erhöht, wenn man die Beobachtung so einrichtet, daß g eine ganze Zahl von Theilstrichen umfaßt; fällt das Bild unmittelbar auf die Glastheilung, so ist es gut, dasselbe mit einem Mikroskop und Ocularmikrometer zu betrachten, wodurch man leicht die Zehntel schärfer schätzen kann. Im letzteren Fall ist große Sorgfalt darauf zu wenden, daß das Bild sich genau auf der Eintheilung befinde, und dies erreicht man, wenn man beide mit einem stark vergrößernden zusammengesetzten Mikroskop betrachtet. Hat man ein solches nicht, so kann man ein gewöhnliches Ablesemikroskop dazu benutzen, wie ich Repertorium der Physik, Bd. V S. 396, angegeben, indem man dessen kurzes Rohr durch ein langes ersetzt. Es wird dann auch das Einstellen überaus empfindlich, und läßt sich wegen dieser Eigenschaft zu mannichfachen Zwecken anwenden. Diese Art empfindlicher dioptrischer Instrumente (auch das Fernrohr läßt sich dazu einrichten) verdient, wie ich glaube, Aufmerksamkeit.

Was die Größe des Bildes betrifft, die man zur Messung verwendet, so folgt aus meinen Erfahrungen an Linsen von 110 bis 2,3 Linien Brennweite, daß man im Allgemeinen bei sonst guten Linsen ein Bild von der Ausdehnung $\frac{1}{10}p$ gebrauchen könne. Beschränkt wird man hierin nicht so sehr durch die beiden gewöhnlich betrachteten Abweichungen der Linse, die chromatische und die Abweichung wegen der Kugelgestalt, in sofern man sie durch Blendungen unerheblich machen kann; als vielmehr durch eine dritte Art der Abweichung, welche ich in demselben Bande des Repertoriums beschrieben und Abweichung von der Ebene zu nennen vorgeschlagen habe. Diese Abweichung wird durch Blenden

nicht aufgehoben. Da für einen Fehler von dg bei der Messung der Gröfse g sich α um $\frac{\alpha}{s} dg$ ändert, wo s die Gröfse des Objects bedeutet, so ergibt sich der Vortheil, ein möglichst großes Object zu wählen, so weit die Deutlichkeit des Bildes es gestattet.

Die Methode α zu bestimmen setzt ein Bild, das sich zu beiden Seiten der Axe gleich weit erstreckt, voraus. Befindet sich die Linse in einem ausziehbaren Rohr, so erfüllt man diese Bedingung leicht, wenn man der Linse, durch Auffangen ihres Bildes auf einer matten Glastafel, die Richtung giebt. Bei Messungen im Zimmer reicht hierzu ein in der Richtung beider Bleiloth ausgespannter horizontaler Faden aus, wenn die Brennweite der Linse nicht zu gering ist.

Folgende Messungen mögen zur Erläuterung des Vorhergehenden dienen.

Eine achromatische Linse entwarf das Bild eines Objects von 190^{mm} in der Stube auf 22,8 Theilstriche des Glasmikrometers. Hieraus ergibt sich $p=110'',86$. Das Bild eines Hauses derselben Linse nahm 65,35 Theilstriche ein; der Winkel des Hauses betrug $4^{\circ} 5' 55''$, und wurde 3 Fufs 2 Zoll hinter der Linse gemessen. Hieraus $p=110,81$. Zwei andere Messungen ergaben 110,83 und 110,90.

Eine andere achromatische Linse bildete das Object 720^{mm} in der Stube auf 47,6 Theilstriche ab. Hieraus ergibt sich $p=61'',98$. Eine anderweitige Messung ergab $62'',10$. Hierauf wurde ein Ocularmikrometer angewandt, so dafs $38\frac{2}{3}$ Theilstriche eine Pariser Linie einnahmen. Ein Object von 70^{mm} nahm 22,1 Theilstriche ein, und ergab also $p=62,03$. Endlich liefs ich durch diese Linse ein Haus abbilden. Der Winkel des Hauses betrug $4^{\circ} 15' 30''$; die Gröfse des Bildes auf dem Glasmikrometer 37,95 Theilstriche. Das Winkelinstrument stand 2,83 F. hinter der Linse. Hieraus $p=62,19$.

Bei einem achromatischen Objectiv, No. 4, aus einem zusammengesetzten Mikroskop, nahm das Bild eines Hauses auf dem Ocularmikrometer 29 Theilstriche ein ($=0''{,}7500$ Par.). Der Winkel desselben betrug $4^{\circ} 18' 50''$; die Entfernung des Winkelinstruments hinter der Linse 1,83 F. Hieraus ergibt sich $p=9''{,}88$. Ferner betrug die Gröfse des Bildes 35,4 Theilstriche desselben Ocularmikrometers als ein Object von 720^{mm} in der Stube genommen wurde. Hieraus $p=9,81$.

Ich schraubte drei mikroskopische Objective, No. 1, 2 und 3, zusammen, und liefs Objecte von 190, 325, 720 und 1020^{mm} sich auf einem Ocularmikrometer abbilden, von welchem 40 Theilstriche genau auf die Pariser Linie gingen. Die Gröfse der Bilder betrug 5,81, 10,10, 22,1 und 31,1 Theilstriche (der erste Werth ist das Mittel aus fünf Beobachtungen, der zweite aus vier, der dritte und vierte Werth sind einzelne Beobachtungen). Hieraus findet man $p=5,903$, 6,001, 5,928 und 5,888. Dem ersten Werthe von p liegt eine Messung des Bildes von nur $\frac{1}{4}$ Linie zu Grunde; dem letzten Werthe eine von $\frac{3}{4}$ Linie, und diefs Bild war wohl etwas zu grofs gewählt.

Die Objective No. 4, 5 und 6 gaben bei drei einzelnen Beobachtungen in der Stube an verschiedenen Tagen $p=2''{,}292$, 2,296, 2,313, und bei einer Messung mittelst Häuser 2,317. Dabei schien es, als wenn diefs zusammengesetzte Objectiv zwei verschiedene Brennweiten besäfsse, je nachdem es gehalten wurde. Doch waren die Messungen nicht im Stande diesen Unterschied bei kleinen Bildern mit Sicherheit anzugeben. Ich richtete daher dieses Objectiv auf Häuser, deren Winkel $21^{\circ} 3' 40''$ betrug, deren Bild einen Raum von beiläufig $0''{,}8$ einnahm, und zu grofs war, um daraus p zu bestimmen. Während nämlich das Bild an beiden Rändern scharf erschien, hatte es in der Mitte nicht den vollen Grad der Deutlichkeit. Aber der fragliche Unter-

schied trat nun unzweifelhaft hervor. War nämlich die Linse No. 6 gegen das Object gerichtet, so nahm das Bild 33 Theilstriche des Ocularmikrometers ein, und nur 32,2, wenn No. 4 nach dem Object hinwies. Hierüber war kein Irrthum möglich. Diese Thatsache zweier verschiedener Brennweiten konnte nur darin ihren Grund haben, daß mindestens bei der einen Stellung des Objectivs das Bild sich nicht außerhalb des Linsensystems, sondern wahrscheinlich im Innern der letzten Linse befand, und dieß zeigte sich durch einen Versuch von der Art, wie ich sie gleich beschreiben werde, bestätigt. War nämlich No. 6 gegen das Object gekehrt, so befand sich das Bild im Innern der Linse No. 4, und zwar scheinbar $0'',25$ vor der letzten Glasfläche.

Ich werde jetzt das Verfahren mittheilen, die optischen Hauptpunkte zu finden. Man lasse von der Linse oder von der Linsencombination ein Bild entwerfen, messe die Größe desselben, und berechne daraus nach Obigem den Werth α . Man nehme hierauf ein sehr empfindliches Mikroskop, das auf einer Skale beweglich ist, richte dasselbe auf das Bild und verschiebe es in der Richtung der Axe der Linse, bis die erste Linsenfläche deutlich erscheint, was ohne sonstige Vorrichtung durch den daran haftenden Staub leicht genug zu erreichen ist. Beträgt diese Verschiebung ν , so liegt der zweite optische Hauptpunkt, oder derjenige, von welchem bei dieser Stellung der Linse α und p gezählt werden, $\alpha - \nu$ von der betreffenden Linsenfläche entfernt. Und zwar liegt dieser Hauptpunkt nach dem Innern der Linse oder des Linsensystems zu, wenn diese Differenz positiv ist, und in entgegengesetzter Richtung, wenn sie negativ ist. Kehrt man jetzt die Linse um, so daß diejenige Fläche, die früher dem Object zunächst lag, nunmehr nach dem Bilde weist, und mißt man auch hier die Verschiebung, so erhält man auf dieselbe Weise die Lage des ersten Hauptpunkts, von dem bei der vorigen Stellung der Linse α

gemessen werden muß. Es kommt also darauf an, ein Mikroskop so zu stellen und zu verschieben, daß seine Axe mit der der Linse oder des Linsensystems zusammenfalle. Von den verschiedenen Mitteln, deren man sich hierzu bedienen kann, werde ich nur dasjenige anführen, welches bei meinen Versuchen am schnellsten und leicht zum Ziele führte. Auf die äußerste Linsenfläche befestige ich zwei Coconfäden, die sich rechtwinklich und möglichst genau in der Axe der Linse kreuzen. Hierauf wird die Linse auf das Object gerichtet, und nun sieht man von vorn her durch die Linse und verschiebt das Mikroskop so lange, bis man durch dasselbe hindurchsehen kann und das Fadenkreuz das Gesichtsfeld halbirt. Es bedarf dann nur noch kleiner Correctionen durch Schrauben, um die Mitte des Bildes bei der einen Stellung des Mikroskops und beim Verschieben desselben das Fadenkreuz auf der Linse zu sehen. Will man eine noch größere Genauigkeit, so bringe man dem eigentlichen Object gegenüber ein anderes Object auf der entgegengesetzten Seite der Linse, in gleicher Höhe und in der Richtung der beiden Lothe an. Man sieht jetzt durch die Linse und durch das Mikroskop (durch letzteres also in umgekehrter Richtung), und verschiebt dasselbe, bis das neue Object in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, was leicht zu bewirken ist.

Um von solchen Versuchen ein Beispiel anzuführen, wähle ich eine Combination zweier achromatischer Objective von beiläufig 18" Apertur. Durch eine Messung in der Stube fand sich $\alpha = 63'',25$. Ein Mikroskop wurde auf das Bild scharf eingestellt und mußte um 45'',38 verschoben werden, damit die zunächst liegende Glasfläche deutlich war (durch drei Beobachtungen mit stets neuer Einstellung der Instrumente ergab sich 45'',30, 45'',17 und 45'',37). Hieraus findet sich die Lage des zweiten optischen Hauptpunkts 17'',87 von der betreffenden Glasfläche nach Innen zu. Auf ähnliche Weise fand sich

der erste Hauptpunkt $12'',65$ von der entgegengesetzten äußersten Glasfläche entfernt, ebenfalls nach Innen. Für die Praxis würde es oft noch gerathener seyn, die Hauptpunkte in Bezug auf Punkte zu bestimmen, welche in der Axe der Linse sich befinden und fest mit ihr verbunden sind.

Wenn man sich von der Zweckmäßigkeit der getroffenen Vorkehrungen bei Versuchen dieser Art überzeugen will, so giebt die einfache planconvexe Linse das Mittel ab. Bei dieser Linse ist der eine Hauptpunkt bekannt; er liegt da, wo die sphärische Fläche von der Axe geschnitten wird. Ist also ihre convexe Seite dem Bilde zugewandt, so muß $\nu = \alpha$ seyn. Ich nahm eine planconvexe Linse aus einer Doppellupe, und fand $\alpha = 29'',39$, und die Verschiebung des Mikroskops $\nu = 29'',34$. Bei einer Collectivlinse aus einem Fernrohr fand ich durch zwei verschiedenartige Beobachtungen $\alpha = 13'',38$ und $= 13'',34$. Die Verschiebung des Mikroskops betrug $13'',23$, $13'',25$ und $13'',24$. Solche Linsen müssen übrigens, da sie nicht achromatisirt sind, gehörig abgeblendet werden.

Da meine Absicht in diesem Aufsatz vornehmlich gewesen ist, die Brennweite bei einem *System* von Linsen finden zu lehren, d. h. in Fällen, wo die bisher üblichen und angewandten Methoden kaum eine Annäherung gewähren, so war ich wegen der Unkenntniß der Lage des Hauptpunkts genöthigt α verhältnißmäßig groß zu wählen. Dieß ist aus anderweitigen Gründen nicht vortheilhaft. Hat man nämlich bei Bestimmung der Gröfse α den Fehler $d\alpha$ begangen, so entsteht hieraus für p der Fehler $\frac{p^2}{\alpha^2} d\alpha$. Dieser letztere ist nahe $d\alpha$, wenn das Object weit entfernt ist; er wird um so kleiner, je näher das Object der Linse steht. Befindet es sich z. B. in der doppelten Entfernung der Brennweite, so wäre auch $\alpha = 2p$, und daher $d\alpha$ nur der vierte Theil von $d\alpha$.

d α . Da sich nunmehr die Lage des ersten Hauptpunkts bis auf $\frac{1}{10}$ Linie finden läßt, so kann man diese Kenntnifs benutzen, die Objecte näher bringen und *a* immer noch mit der nöthigen Genauigkeit bestimmen. Messungen der Brennweite, wie sie vorher, mittelst Objecte in größerer Entfernung, angegeben worden, würden dann nur den ersten Grad der Annäherung bilden, und man würde hierauf das Object so viel nähern können, als es angeht, d. h. so viel als die Rücksicht auf die nöthige Lichtstärke und besonders auf die drei Arten von Abweichung der Linse, welche im Verhältniß von α^2 wachsen, es erlauben. Versuche in diesem Betracht anzustellen, bin ich durch anderweitige Untersuchungen verhindert worden.

Königsberg, im Juli 1844.

IV. *Ein Paar optische Versuche;* *von Dr. L. Merz in München.*

1) Polarisation mit einem bloßen Glaswürfel.

Schon wenn man ein schnell gekühltes Glasparallelepiped etwas schief vor sich hält, so daß man von der oberen der zwei polirten Flächen das Licht der Wolken durch Reflexion in's Auge bekommt, sieht man mehr oder minder ein Farbenspiel, welches nur von der Polarisation im Innern des Glases kommen kann. Es hat dieß einige Aehnlichkeit mit einer andern Erscheinung: Kehrt man nämlich ein Prisma von ziemlich spitzem Winkel mit der Basis von sich hinweg, und sieht dann von oben schief darauf, so sieht man die prismatischen Farben der verkehrt reflectirten Gegenstände viel lebhafter als durch's Prisma hindurch, denn die Strahlen sind hier zwei Mal gebrochen worden, so viel ihrer nämlich von