eben so glänzendes erwiesen, als wir es aus mannigfachen älteren Nachrichten kennen.

Breslau, 1853, im September.

XI. Ueber die Veränderungen der Rotationsaxe der Erde durch Veränderungen auf der Erdoberfläche; von Oberlehrer Dr. Haedenkamp zu Hamm in Westphalen.

Die mannigfachen Ortsveränderungen, die alle Theile der Erdoberfläche in den verschiedenen geologischen Perioden erlitten haben und noch täglich erleiden, müssen nothwendig auch Veränderungen in der Lage der sogenannten Hauptaxe und somit auch in der Rotationsaxe der Erde herbeiführen, die allerdings nur sehr klein seyn können, da die der Lage nach veränderten Massen gegen die Gröfse der Erde nur ganz unbedeutend sind. Es kann aber immer doch die Frage aufgeworfen werden, ob solche Oscillationen der Erdaxe noch mit unseren vervollkommeneten astronomischen Hilfsmitteln im Verlaufe der Zeit bei den andauernden Veränderungen der Erdoberfläche an den Polhöhen beobachtet werden können. Die hier in Rede stehenden Veränderungen entstehen einmal wie bekannt dadurch, daß die Massen durch unterirdische Kraft zu Gebirgen emporgehoben werden, und dann vielleicht in ebenso großem Maafse dadurch, daß die Flüsse durch ihre unaufhörliche mechanische Thätigkeit große Massen von einem Punkte der Erde zu einem weit entlegenen anderen führen. Andere weiter wichtige Ursachen der Veränderungen übergehe ich. Ich werde hier, nur im Allgemeinen die äußersten Gränzen des Wankens der Erdaxe bemessen zu können, nur einige Hauptveränderungen und deren Effecte betrachten; für eine genauere Kenntniß, wenn überhaupt

möglich, fehlen uns bis jetzt wenigstens die nöthigen Anhaltspunkte.

Zunächst werde ich die Formeln, nach welcher die hier zur Sprache gebrachten Veränderungen der freien Axe der Erde sich berechnen lassen, entwickeln. Zu diesem Ende werde ich, um nicht die bekannten Sätze über die freien Axen des Körpers hier von Neuem zu entwickeln, mich der Bezeichnungen und Formeln, die Poisson in seiner Mechanik gebraucht hat, bedienen. Wenn auf der Oberfläche der Erde eine Masse m von dem Punkte (x', y', z') nach dem Punkte (x, y, z) wandert, so wird dadurch eine Veränderung der freien Axe der Erde erfolgen müssen, die unter der Voraussetzung, daß diese klein genug sey, nach der Bezeichnung von Poisson durch die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned}(f \sin^2 \psi + g \cos^2 \psi - h) \sin \Theta &= -(g' \sin \psi + f' \cos \psi) \\ (f - g) \sin \psi \cos \psi \sin \Theta &= -(g' \sin \psi - f' \cos \psi)\end{aligned}$$

bestimmt werden, in welchen ψ und Θ die Verrückungen der freien Axe nach Länge und Breite bedeuten. Aus diesen Gleichungen ergibt sich leicht:

$$\begin{aligned}\sin \Theta \cos \psi &= \frac{g'}{A - C}, \\ \sin \Theta \sin \psi &= \frac{f'}{B - C}.\end{aligned}$$

In diesen Gleichungen bedeuten:

$$\begin{aligned}g' &= xzm - x'z'm \\ f' &= yzm - y'z'm.\end{aligned}$$

Für die Effecte aller transportirten Massen müßte das Summenzeichen gebraucht und also gesetzt werden:

$$\begin{aligned}g' &= S(xzm) - S(x'z'm), \\ f' &= S(yzm) - S(y'z'm).\end{aligned}$$

Setzt man die Länge und Breite des Orts der Masse m vor und nach dem Transporte: β', λ' und β, λ , dann ist

$$\begin{aligned}x &= r \cos \beta \cos \lambda, & x' &= r \cos \beta' \cos \lambda', \\ y &= r \cos \beta \sin \lambda, & y' &= r \cos \beta' \sin \lambda', \\ z &= r \sin \beta, & z' &= r \sin \beta' .\end{aligned}$$

Hieraus wird:

$$g' = \frac{r^2 m}{2(A-C)} [\sin 2\beta \sin \lambda - \sin 2\beta' \sin \lambda'],$$

$$f' = \frac{r^2 m}{2(A-C)} [\sin 2\beta \cos \lambda - \sin 2\beta' \cos \lambda'].$$

Multipliziert man die erste dieser Gleichung mit $\sin \lambda$ und die zweite mit $\cos \lambda$ und addirt, nachdem $A=B$ gesetzt worden, so ergibt sich:

$$\sin \Theta \sin(\lambda + \psi) = \frac{mr^2}{2(A-C)} [\sin 2\beta - \sin 2\beta' \cos(\lambda' - \lambda)].$$

Bezeichnet man die Veränderung, die die Breite β durch die Verrückung des Pols erfährt, durch δ , dann ist in dem sphärischen Dreiecke, dessen Ecken der Punkt (x, y, z) und die Pole vor und nach der Verrückung der Erdaxe sind:

$$\cos(\beta + \delta) = \cos \beta \cos \Theta + \sin \Theta \sin \beta \sin(\lambda' - \psi),$$

und bei der Kleinheit von δ und Θ :

$$\sin \delta = \sin \Theta \sin(\lambda + \psi),$$

daher endlich:

$$\sin \delta = \frac{mr^2}{2(A-C)} [\sin 2\beta - \sin 2\beta' \cos(\lambda' - \lambda)].$$

Die größte Veränderung der freien Axe der Erde würde durch den Transport der Masse m erfolgen, wenn

$$\beta = \beta' = 45^\circ \text{ und } \lambda' - \lambda = 180^\circ,$$

oder wenn

$$\beta = -\beta' = 45^\circ \text{ und } \lambda' - \lambda = 0.$$

Für den größten Effect ist:

$$\sin \delta = \frac{mr^2}{A-C}.$$

Es ist bekanntlich für die Erde, wenn deren Masse durch M und deren Abplattung durch ϵ bezeichnet wird:

$$\frac{A-C}{r^2} = \frac{\epsilon(2-\epsilon)}{5} M = \frac{2\epsilon M}{5} \text{ nahe.}$$

Das Gewicht der Erde, wenn die mittlere Dichtigkeit der Erde nach Reich zu 5,44 angenommen wird, ist:

$$M = 12,5 \cdot 10^{24} \text{ Pfunde pr.}$$

Das Gewicht einer Cubikmeile Masse für eine mittlere Dichtigkeit der Massen auf der Erdoberfläche von 2,5 ist

$$= 216, 10^{13} \text{ Pfunde pr.}$$

Für den günstigsten Fall des Transports von einer Cubikmeile Masse von der angegebenen Dichtigkeit wäre die Aenderung der Hauptaxe der Erde aber

$$\delta = \frac{5m}{2\epsilon M} = 0,0268 \text{ Bogen-Sekunden,}$$

für n Cubikmeilen wäre

$$\delta = 0,0268'' \cdot n$$

und allgemein

$$\delta = 0,0134'' \cdot n \cdot [\sin 2\beta - \sin 2\beta' \cos (\lambda' - \lambda)].$$

Will man diese Formel auf die durch die Flüsse transportirten Massen anwenden, so muß man wissen, wie viel feste Bestandtheile die einzelnen Flüsse aus ihren Gebieten dem Meere zuführen und aus welchen Entfernungen. Wir besitzen aber hierüber nur wenige und unsichere Angaben. Nach den neueren Angaben von Dickeson betragen die festen Bestandtheile, die der Mississippi z. B. jährlich in den Mexikanischen Meerbusen führt, dem Volumen nach $\frac{1}{10000}$ von seiner Wassermasse. Beim Ganges ist dieses Verhältniß nach Everest nahe $\frac{1}{8500}$. Beim Gelbenflusse soll dieses Verhältniß sogar $\frac{1}{2000}$ seyn. Lyell giebt das Verhältniß der festen Bestandtheile des Rheins zu der Wassermasse zu $\frac{1}{10000}$, Horner zu $\frac{1}{12000}$ und Harstoker zu $\frac{1}{2000}$ bei der Fluthzeit an. Manfredi schätzte das Verhältniß der Niederschläge zu der Wassermasse aller Flüsse wie 1 : 175. Der Rhein führt nach gemachten Beobachtungen alle 5 Jahre ungefähr eine Cubikmeile Wasser in die Nordsee; er würde also, wenn wir auch das Verhältniß der festen zu den flüssigen Bestandtheilen des Rheins von 1 : 1000 zulassen, in 5000 Jahren 1 Cubikmeile fester Masse in diesem Meere absetzen. Durch diese Masse würde die freie Axe der Erde in dieser Zeit höchstens eine Verrückung von $\frac{1}{10000}$ einer Bogen-Sekunde erleiden. Wir wollen ein anderes Beispiel nehmen. Die drei mächtigsten Ströme Asiens: Obi, Jenisei und Lena, deren Effecte sich auch nahe addiren, sind nach Berghaus zusammen 37 mal größer als der Rhein und führen jährlich 7,4 Cubikmeile

Wasser in das Eismeer. Bei einem Verhältniß des Festen zu dem Flüssigen von $\frac{1}{3000}$ würden diese Flüsse in 500 Jahren 7,4 Cubikmeilen fester Masse dem genannten Meere zuführen und eine Verrückung der freien Axe von $\frac{1}{1000}$ Bogen-Sekunden in dieser Zeit bewirken. Der Effect des Mississippi würde in derselben Zeit 0,01" betragen. Der größte Strom der Erde giebt nach der obigen Formel wegen seiner Lage über dem Aequator gar keinen Effect. Wir sehen aus diesen Beispielen, wie wenig die größten Ströme der Erde die Lage der freien Axe der Erde zu verändern vermögen; da nun noch die Effecte aller Flüsse sich vielfach gegenseitig zerstören, so muß der, aus der Gesamtwirkung derselben, resultirende Effect so klein ausfallen, daß er sich den Beobachtungen der Astronomen bis jetzt entziehen muß.

Eine andere Kraft, welche zu allen Zeiten auf die Form der Oberfläche den mächtigsten Einfluß geübt hat, ist diejenige, welche die Massen zu Gebirgen emporhebt. Um sich von seiner Wirkung auf die Veränderung der Hauptaxe der Erde einen Begriff zu machen, setze man, die Masse m werde durch unterirdische Kräfte in senkrechter Richtung um die GröÙe αr verschoben, es ergiebt sich dann aus den obigen Gleichungen:

$$\sin \Theta \sin \psi = \frac{r^2 m \alpha \sin 2\beta \sin \lambda}{A - C},$$

$$\sin \Theta \cos \psi = \frac{r^2 m \alpha \sin 2\beta \cos \lambda}{A - C},$$

und hieraus:

$$\sin \Theta = \frac{r^2 m \alpha \sin 2\beta}{A - C} = 0,0268'' \cdot \alpha \cdot n \sin 2\beta.$$

Für die Gesamtwirkungen der Massen müßte man auch hier setzen:

$$\sin \Theta \sin \psi = \frac{r^2}{A - C} \cdot S(\alpha \sin 2\beta \sin \lambda),$$

$$\sin \Theta \cos \psi = \frac{r^2}{A - C} \cdot S(\alpha \sin 2\beta \cos \lambda).$$

A. v. Humboldt hat die in den verschiedenen geolo-

gischen Perioden gehobenen Gebirgsmassen über dem jetzigen Meeresspiegel für die einzelnen Theile der Erdoberfläche berechnet, und für Asien z. B. gefunden, daß diese auf die ganze Fläche Asiens gleich vertheilt, eine Erhöhung des Bodens von ungefähr 1000' bewirken. Hiernach werden die gehobenen Massen für diesen Erdtheil nicht über 44000 Cubikmeilen betragen. Da die einzelnen Gebirge zu verschiedenen Höhen gehoben sind, so ist es schwer, auch nur einen annähernden Werth für α anzugeben, Nimmt man für α die Erhöhung des Schwerpunkts an, den man erhält, wenn diese Massen auf das Hochland Asiens vertheilt gedacht werden, so würden doch diese so gewaltigen Massen nur ungefähr um den zehnten Theil einer Bogen-Sekunde die Lage der freien Axe der Erde verrückt haben. Wenn auch die als am höchsten gehobenen Massen der Hochgebirge Asiens zwischen den 28 und 40 Graden der Breite zu 10000 Cubikmeilen gerechnet werden, so müßte doch eine mittlere Verschiebung dieser Massen in senkrechter Richtung von 3 Meilen (eine Entfernung, die der tiefsten Senkung des Meerbodens bis zum höchsten Gipfel des Himalaya gleich kommt) angenommen werden, um einen Effect von nur einer Bogen-Sekunde zu erhalten. Es ist gewiß, daß die jüngsten und größten Massenerhebungen auf der Erdoberfläche, wie die des Himalaya-Gebirges, der Alpen, der Andeskette u. s. w. noch nicht Veränderungen von einer Bogen-Sekunde in der Lage der freien Axe der Erde hervorgerufen haben. Daß die jetzt noch statthabenden allmäligen Hebungen ganzer Länder einen sichtbaren Effect der hier zur Sprache gebrachten Art, selbst nach langen Zeiträumen, nicht geben können, ist aus dem Vorhergehenden leicht zu beweisen.

Hamm den 26. Sept. 1853.