radiotelegraphischen Stationen »Neu-Halland« in Petersburg und (von Juni 1921 ab) mit »Hodinka« in Moskau verbunden.

In letzter Zeit leidet die Sternwarte großen Mangel an ausländischer neuer Literatur, speziellen photographischen Platten und anderen wissenschaftlichen Hilfsmitteln. Auch darf nicht unerwähnt bleiben, daß die Veröffentlichung wissenschaftlicher Arbeiten gegenwärtig mit großen Schwierigkeiten

Pulkowo, 1921 Juli 25.

verbunden ist.

Wenn auch die Astronomen noch mit vielen anderen Schwierigkeiten zu kämpfen haben, so bemüht die Sternwarte sich dessenungeachtet, ihre wissenschaftlichen Arbeiten nach alten Traditionen und streng durchdachtem Plane auszuführen, und drückt ihre lebhaft Freude aus über die Wiederaufnahme der Beziehungen zu den Gelehrten Westeuropas und Amerikas.

Direktor A. Ivanoff.

Ein astronomisches Gegenstück zur Seismologie. Von K. v. Kövesligethy.

Die um die Gleichung der Laufzeit ergänzte Theorie der Refraktion bildet auch die Grundlage der Seismologie, die, soweit es sich bloß um geometrische Verhältnisse handelt, in den Beziehungen

$$\varphi = 2 \cos e \int_{\rho_0}^1 (\nu^2 \rho^2 - \cos^2 e)^{-1/2} d \log \rho$$

$$\theta = \nu(t - T) = 2 \int_{\rho_0}^1 \nu^2 \rho^2 (\nu^2 \rho^2 - \cos^2 e)^{-1/2} d \log \rho \quad (1)$$

$$\nu \rho \cos E = \cos e$$

restlos enthalten ist. Hierbei bedeutet ν den auf die Erdoberfläche als Einheit bezogenen Brechungsindex in der Entfernung ρ vom Erdmittelpunkte, den Erdradius als Einheit genommen, E und e den Emersionswinkel des Stoßstrahles aus der Kugel mit dem Radius ρ und 1, ρ_0 den geozentrischen Abstand des Scheitelpunktes dieses Strahles, φ die Winkelentfernung des Beobachtungsortes vom Epizentrum, $t - T$ die Laufzeit des Stoßes und ν die auf die Erdoberfläche reduzierte wahre Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Voraussetzung ist punktförmiger Herd und Aufbau der als Kugel betrachteten Erde aus einzelweil homogenen Schalen. Den Fehler der ersten Annahme korrigiert die um das Epizentrum nahezu unendlich große Oberflächengeschwindigkeit $d\varphi/dt$, und Abweichungen von den Folgerungen der zweiten Annahme werden — wie im Falle der Schwere — auf lokale Einwirkungen der ohnehin dünnen Erdkruste schließen lassen.

Eigentlich wären die beiden oben mit zwei multiplizierten Integrale durch solche zu ersetzen, die vom Bebenherde bis zum Scheitel und von diesem bis zur Erdoberfläche zu nehmen sind. Man kann aber jeden Strahl rückwärts durch den Herd bis zur Erdoberfläche verlängern und so ein »äquivalentes« Epizentrum einführen, das die Eliminierung der Herdtiefe erlaubt. Daß verschiedene Strahlen so verschiedene Epizentren erhalten, ist von keinem Belange, da die Strahlen ganz beliebig umgelagert werden dürfen.

Nimmt man die *Newtonsche* Regel für die Konstanz des Verhältnisses der brechenden Kraft und der Dichte und für diese wieder das *Rochesche* Gesetz an, so kommt

$$\nu^2 = 1 + k - k \rho^2 \quad (2)$$

wo k eine Konstante ist, und die Integrale lassen sich ausführen und sind in der Form

$$\varphi = e + \arctg \left[\frac{\operatorname{tg} e \cdot (1 + k)}{(1 - k)} \right]$$

$$\text{und } \theta = \sin e + \frac{1}{2} (1 + k) / \sqrt{k} \cdot \arctg \left[\frac{2 \sin e \sqrt{k}}{(1 - k)} \right] \quad (3)$$

darstellbar. Sie charakterisieren mit der Erde konzentrische Kegelschnitte, in denen die Umlaufzeit, wie im dritten *Keplerschen* Gesetz, von der Exzentrizität unabhängig ist.

Durch Elimination von e , das heute der Beobachtung noch kaum zugänglich ist, erhält man die Laufkurve als Grundlage einer der Bahnbestimmung ganz analogen Rechnung; der wesentlichste Unterschied ist, daß man es hier mit einer der gleichen Charakteristik k zugehörigen Schar von Kegelschnitten zu tun hat, deren Schnittpunkte mit der Erdoberfläche dem Orte und der Zeit nach gegeben sind.

Definiert man, wie ich bereits vor neun Jahren tat, eine »Gegenerde«, in welcher ρ der im Abstände ν herrschende Brechungsindex ist, so gehe φ in $\mathfrak{F}$ und θ in $\mathfrak{X}$ über, und man hat:

$$\varphi + \mathfrak{F} = 2e \quad \theta + \mathfrak{X} = 2 \sin e \quad (4)$$

und bei der Vertauschung von ρ und ν , oder φ und $\mathfrak{F}$, bleibt e ungeändert, und k geht in $1/k$ über. Aus den Formeln (3) wird nun:

$$\varphi = \mathfrak{F} + 2 \arctg \left[\frac{\operatorname{tg} e \cdot (1 + k)}{(1 - k)} \right] \quad (5)$$

$$\text{und } \theta = \mathfrak{X} + 2 \cdot \frac{1}{2} (1 + k) / \sqrt{k} \cdot \arctg \left[\frac{2 \sin e \sqrt{k}}{(1 - k)} \right].$$

Die obigen, die Integrierbarkeit bedingenden Annahmen sind recht bedenklich, und ich suchte vielfach mich von ihnen zu befreien. Es ist hier nicht der Ort, alle die oft lehrreichen Versuche auch nur aufzuzählen; auch die Untersuchung des elastischen Potentials einer nach innen sich verdichtenden Kugel findet sich darunter. Endlich blieb ich bei dem ersten, schon anfänglich aufgetauchten Gedanken stehen, daß es in Erdinnern geschlossene Stoßbahnen gibt, welche — nebenbei gesagt — vielleicht für den Zusammenhang der Polschwankungen mit Beben verantwortlich gemacht werden können.

Dieser Gedanke führt auf ein Gegenstück des *Bertrandschen* Problems. Meine Lösung ergab zwei Möglichkeiten: Mit der Erde konzentrische oder konfokale Kegelschnitte. Der erste Fall ist der hier dargelegte, der zweite unmöglich, denn bei abnehmender kleiner Achse rückt das Antizentrum — der Punkt senkrecht nach außen gerichteten Stoßes — an das Epizentrum heran, was unnatürlich ist.

Soll das Antizentrum der Natur entsprechend in den Antipodenpunkt des Epizentrums fallen, so muß nach (4) für $\varphi = \pi$ und $e = \frac{1}{2}\pi$: $\mathfrak{F} = 0$ werden. Dies besagt in anderer Fassung, daß in der Umgebung von $\rho = 0$ eine Entwicklung $\nu = a_m \rho^m + \dots$ angesetzt werden darf, für welche

$$\varphi = 2e/(m+1) \quad \text{und} \quad \mathfrak{F} = 2me/(m+1)$$

wird und wobei dem Gesagten nach $m = 0$ sein muß.

Da mir gegen die Allgemeinheit meiner Behandlung des *Bertrandschen* Problems Zweifel aufstiegen, ersuchte ich Herrn E. v. Egerváry, damals Assistent am Erdbebeninstitut zu Budapest, sich mit der Frage zu beschäftigen. Anfänglich selbst von der Richtigkeit meiner Lösung überzeugt, fand er endlich doch meine Zweifel begründet und gab die nun ganz allgemeine Lösung

$$\varrho/\varrho' = \{[N^{1/2} - (N-n)^{1/2}]/[N^{1/2} + (N-n)^{1/2}]\}^\lambda \quad (6)$$

in welcher $n = \varrho^2 \nu^2$ und N dessen Maximum bedeutet. ϱ' wird ganz beliebig und λ ist eine feste rationale Zahl, sodaß $\lambda\pi$ den zwischen Maximal- und Minimalradius gelegenen Bogen bedeutet.

Wählt man nun einen sehr nahe am Erdmittelpunkte vorbeigehenden Strahl, so kann dieser nur an zwei Stellen, dem Epizentrum und dessen Gegenpunkt, austreten. Das allgemein sternartige Gebilde schrumpft zu einem Zweizack zusammen, d. h. $\lambda = 1/2$, wie es auch aus dem Werte des obigen m gefolgert werden kann.

Setzt man nun (6) in (1) und nennt φ' und θ' die dem ϱ' entsprechenden, daher ebenfalls willkürlichen Werte, schreibt man weiter

$$N = 1/4 (1+k)^2/k \quad (7)$$

was dem Umstand Rechnung trägt, daß $\sqrt{N-1}$ bei Vertauschung von ϱ und ϱ' Zeichen wechselt, N aber unverändert bleibt, wenn $1/k$ an Stelle von k tritt, so erhält man genau die Gleichungen (5), jedoch mit φ' und θ' anstatt $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{X}$.

Budapest, 1921 August.

Da nun bei Vertauschung von ϱ und ν einestheils φ in $\mathfrak{F}$ und k in $1/k$ übergeht, andernteils diese Substitution φ in φ' wandelt, muß wohl geschlossen werden, daß $\varphi' = \mathfrak{F}$ und mitfolgend $\theta' = \mathfrak{X}$ ist.

Die Annahme, daß im Innern der Erde geschlossene Erdbebenstrahlen möglich sind, führt mit elementaren Beobachtungsergebnissen, daß Epizentrum und Antizentrum diametral entgegengesetzte Punkte sind, zu der hier skizzierten Theorie, auf die vor etwa 10 Jahren aus Bequemlichkeitsgründen auch Fürst *B. Galitzin* geführt wurde.

Literaturnachweis: *R. v. Kövesligethy*. Neue geometrische Theorie seismischer Erscheinungen. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. Bd. XIII. Berlin-Budapest, 1897. — *Seismonomia*. Modena 1906. — Über den Inflexionspunkt der Laufkurve und das *Bertrandsche* Problem. Beiträge zur Geophysik. Bd. XII. 1912. — *E. v. Egerváry*. Über die seismischen Trajektorien und über das *Bertrandsche* Problem in der Seismologie. Ebenda, XIV. Bd. 1918.

R. von Kövesligethy.

Beziehungen zwischen dem alten und neuen Zentralpunkt der preußischen Vermessungen.

Von *L. Krüger*.

Die geographischen Koordinaten der preußischen Landesaufnahme nahmen bisher ihren Ausgang von dem Hauptdreieckspunkte Rauenberg der »Küstenvermessung«. Auf diesem war jedoch von *Baeyer* im Jahre 1859 nur das Azimut nach dem Marienurm in Berlin bestimmt. Die geographische Breite, die *Baeyer* 1853 auf der Berliner Sternwarte beobachtet hatte, war mit den Werten der von *Baeyer* 1837–1846 gemessenen Küstenvermessung nach dem Rauenberg übertragen. Es wurde für Rauenberg erhalten für die Breite: $52^\circ 27' 12''.021$ und für das Azimut des Marienurms: $19^\circ 46' 4''.87$.¹⁾

Nun zeigte die erste Ausgleichung des astronomisch-geodätischen Netzes in Norddeutschland unter Leitung von Prof. *Helmert*²⁾, daß das Azimut auf Rauenberg mit einem starken Fehler behaftet sein mußte. Da außerdem das Azimut »mit einer für diesen Zentralpunkt des Landes nicht ausreichenden Sicherheit« bestimmt war³⁾, so wurde auf Veranlassung von *Helmert* 1886 und 1887 auf Rauenberg das Azimut von neuem und dazu die geographische Breite beobachtet. Für die Polhöhe fanden Prof. *Albrecht* und Dr. *Galle* durch Messen von Zenitdistanzen, durch Beobachtungen im 1. Vertikal und nach der Methode von *Horrebow*, und Prof. *Fischer* durch Messen von Zenitdistanzen der Reihe nach $52^\circ 27' 12''.48$, ... $11''.84$, ... $11''.80$ und ... $12''.64$; im Mittel also ... $12''.19$. Die Herleitung des Azimutes der Richtung Rauenberg-Glienick erfolgte bei *Albrecht* und *Galle* durch Winkelmessung zwischen dem Polarstern und Glienick und ferner durch Einschaltung einer Meridianmarke, bei *Fischer* durch direkte Winkelmessung zwischen denselben Objekten; es

ergaben sich die Werte: $178^\circ 10' 23''.81$ ... $23''.74$, ... $23''.63$, im Mittel ... $23''.73$.⁴⁾

Mit dem Winkel Berlin Marienurm — Glienick der Küstenvermessung, S. 362, = $158^\circ 24' 15''.03$, folgt aber für das Azimut Rauenberg — Glienick nach *Baeyer* ein um $3''.83$ kleinerer Wert, als die neueren Bestimmungen lieferten.

Da in den Jahren 1885–87 das Anschlußnetz an das Berliner Basisnetz vom Geodätischen Institut beobachtet worden war, so konnte man durch Vergleichung mit gleichnamigen Punkten der Küstenvermessung einen Aufschluß über eine mögliche Verschiebung der Punkte erhalten, die für das Azimut in Betracht kommen. Es wurden zu diesem Zwecke 3 zusammenhängende Dreiecke mit den Eckpunkten Rauenberg, Eichberg, Glienick, Müggelsberg und Colberg aus dem Anschlußnetz und aus der Küstenvermessung gebildet. Beide Figuren wurden unter der Bedingung, daß die Summe der Quadrate der Entfernungen gleichnamiger Punkte ein Minimum wird, gegeneinander verschoben. An die auf diese Weise bestimmten Lagen der beiden Figuren wurde der Punkt Marienurm aus beiden Netzen angeschlossen. Während nun bei den erstgenannten Punkten die Entfernungen sämtlich unter 0.09 m liegen, ergab sich für den Marienurm eine Verschiebung von 0.3 m.⁵⁾ Eine solche Verschiebung, die zwischen den Jahren 1845/46 und 1859 erfolgt sein mußte, könnte den Fehler des von *Baeyer* bestimmten Azimutes hervorgerufen haben; sie wäre auch erklärlich, da der obere Teil des Marienurms aus einer 39 m hohen Holzkonstruktion besteht.

Bei den Lotabweichungszügen des Geodätischen Instituts,

¹⁾ Die Königl. Preuß. Landestriangulation, Hauptdreiecke I, zweite Auflage, Berlin 1870. Vorrede S. V.

²⁾ Lotabweichungen I: Formeln und Tafeln sowie einige numerische Ergebnisse für Norddeutschland. Von *F.R. Helmert*. Berlin 1886. S. 89.

³⁾ Jahresbericht des Geodätischen Instituts für 1886/87, S. 12, 20 und 21.

⁴⁾ Die europäische Längengradmessung in 52° Breite usw. II. Heft. Von *A. Börsch* und *L. Krüger*. Berlin 1896. S. 45.

⁵⁾ Über ein Verfahren, die Ergebnisse mehrfacher Beobachtungen eines Dreiecksnetzes miteinander zu verbinden. Von *L. Krüger*. AN 133.153–176.