STUDI SULLA POLARIZZAZIONE ROTATORIA MAGNETICA;
MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI ¹⁾.

CAPITOLO V.

Sui fenomeni che si producono quando la luce cade obliquamente sulla lastra a faccie parallele posta nel campo magnetico.

15. Nelle esperienze fatte finora dai fisici sui fenomeni ottici presentati dai corpi dotati di potere rotatorio magnetico, il corpo adoperato fu sempre collocato in modo che il raggio luminoso entrasse ed uscisse nel corpo con direzione normale alle faccie d'ingresso e di uscita. Solo, per quanto mi consta, in una esperienza di Brace ²⁾ la faccia d'uscita era obliqua rispetto al raggio emergente, ed in una di Kundt ³⁾, fatta allo scopo di dare per mezzo d'una analogia una qualche spiegazione del fenomeno di Kerr, un raggio entrava obliquamente in una lastra di vetro posta sul polo d'una elettro-calamita, ed usciva dopo essersi riflesso sulla seconda faccia della lastra.

Lo studio sperimentale dei fenomeni indicati dalla intestazione di questo capitolo, era dunque ancora a farsi.

Ho fatto alcune ricerche in questo senso nella speranza di trovare qualche prova prò o contro l'ipotesi della doppia rifrazione circolare, come pure allo scopo di esaminare fino a qual punto si verifica l'analogia invocata dal Kundt.

Prima però di descrivere le esperienze da me eseguite, le quali non hanno raggiunto che il secondo degli scopi che mi ero prefisso, è necessario indagare i fenomeni dal punto di vista teorico.

Si abbia un corpo trasparente terminato da due faccie parallele e posto nel campo magnetico.

Per non dare al problema una generalità che lo complicherrebbe senza frutto, supporremo sempre, 1° che le facce del corpo

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 193 del Volume precedente.

2) *L. c.*

3) *Wied. Ann.* October 1884.

sieno piane e, come si è detto, parallele, e disposte in modo da essere o parallele alle linee di forza, o normali, 2° che il raggio luminoso che cade obliquamente sopra una delle faccie sia polarizzato o nel piano d'incidenza o perpendicolarmente, ossia che le vibrazioni sul raggio incidente sieno o perpendicolari al piano d'incidenza, o giacenti in questo piano.

Secondo che si ammette o no la doppia rifrazione circolare, i fenomeni risulteranno descritti in maniera differente.

Cominciamo col non ammettere la doppia rifrazione circolare, e siano OM, AN (fig. 16) le faccie estreme del corpo ed IO il raggio incidente.

Entrando nel corpo, il raggio si rifrangerà secondo OA, ed una nuova rifrazione avrà luogo all'uscita, onde il raggio uscirà secondo AB in direzione parallela ad IO. Le vibrazioni lungo il raggio AB faranno un certo angolo, in generale, con quelle lungo IO, in causa del potere rotatorio del corpo; ma quest'angolo, ossia la rotazione impressa dal corpo sulle vibrazioni, dipenderà da due cause: 1° dalla rotazione che si produce lungo OA entro il corpo; 2° dalla rotazione che si effettua in A nell'atto della rifrazione, rotazione dovuta a ciò che, quantunque lungo IO le vibrazioni sieno o nel piano d'incidenza o parallele a questo piano, quando giungono in A cessano di trovarsi in uno dei due azimut principali in causa della rotazione che hanno subita da O ad A. Questa seconda rotazione si aggiunge o si sottrae alla prima a seconda dei casi, e può calcolarsi colle formole di Fresnel. La prima rotazione, cioè quella che ha luogo lungo OA, si calcolerà pure facilmente.

Nel caso in cui le linee di forza sono dirette secondo OM, dicendo g la grossezza della lastra e ρ la rotazione che si produrrebbe se un raggio percorresse uno spessore di un millimetro nella direzione delle linee di forza, la rotazione R che subiscono le vibrazioni da O in A, è

$$(1) \quad R = Mg\rho \operatorname{tg} r,$$

od anche, dicendo V, v le velocità della luce nell'aria e nel corpo:

$$(2) \quad R = \frac{Mg\rho v \operatorname{sen} i}{V^2 - v^2 \operatorname{sen}^2 i}.$$

Nel caso invece, in cui le faccie della lastra sono perpendicolari alle linee di forza, si trova semplicemente :

$$(3) \quad R = M \rho g ,$$

il che mostra che in questo caso la rotazione delle vibrazioni nel loro percorso entro il corpo, è indipendente dalla direzione del raggio luminoso.

Vedremo più oltre come si calcola la seconda rotazione, cioè quella che ha luogo in causa della rifrazione all'uscita dal corpo.

Vediamo ora come si devono descrivere i fenomeni ammettendo la doppia rifrazione circolare, secondo la superficie d'onda studiata nel capitolo precedente. Supponiamo dapprima la lastra colle faccie OE, DF (fig. 17) perpendicolari alla direzione Ox delle linee di forza. Sieno $P_2 Q_2$, $P_1 Q_1$ le semi-elissi che fatte girare intorno ad O generano la superficie d'onda relativa al punto O, vale a dire la superficie alla quale è giunto in un secondo il moto vibratorio generato in O. Si tracci la circonferenza AZ di centro O e raggio V. Si prolunghi il raggio incidente fino in A, si tiri AE tangente in A alla circonferenza, e da E le tangenti EA_1 , EA_2 alle due elissi, che ne sono toccate nei punti B_1 , B_2 . Se OA_1 , OA_2 sono le perpendicolari ad EA_1 , EA_2 , all'onda piana incidente NN, che si propaga nell'aria nella direzione IO, corrisponderanno le due onde piane rifratte EA_1 , EA_2 , la prima a vibrazioni circolari d'un senso, la seconda a vibrazioni circolari di senso contrario, che si propagano nelle direzioni OA_1 , OA_2 con velocità che indicheremo con v_1 e v_2 .

Tirando $OA_1 F_1$, $OA_2 F_2$, ed $F_1 H$ parallela ad NN, $F_2 H$ parallela a IO, le due onde piane emergeranno nella $F_1 H$, dopo avere percorso la prima una distanza OF_1 entro il corpo colla velocità v_1 , la seconda un intervallo OF_2 colla velocità v_2 entro il corpo, e la distanza $F_1 H$ nell'aria colla velocità V.

Il ritardo relativo delle due onde, sarà:

$$\frac{OF_2}{v_2} + \frac{F_2 H}{V} - \frac{OF_1}{v_1} .$$

Ma siccome all'esterno del corpo le due onde piane $F_1 H$ camminano di conserva colla velocità V, esse equivalgono ad un'onda

piana a vibrazioni rettilinee, che sieno le risultanti delle vibrazioni circolari recate dalle due onde parziali ¹⁾. La rotazione delle vibrazioni dovuta al ritardo suddetto sarà:

$$R = \frac{\pi}{T} \left(\frac{OF_2}{v_2} + \frac{F_2H}{V} - \frac{OF_1}{v_1} \right) ^2).$$

A calcoli eseguiti si trova:

$$R = M\tau g.$$

Dunque la rotazione calcolata nell'ipotesi della doppia rifrazione circolare, è identica a quella calcolata ammettendo che le vibrazioni sieno solo girate gradatamente entro il corpo, senza che abbia luogo separazione dei raggi.

Passiamo ora all'altro caso, e cioè supponiamo le faccie parallele alle linee di forza.

Sieno Ox , DC , (fig. 18) le faccie della lastra, IOA un raggio incidente, P_1Q_1 , P_2Q_2 le solite elissi di assi b e $\sqrt{b^2 + e^2}$; si tracci la circonferenza AZ di raggio V e quindi le onde rifratte EA_1 , EA_2 nel solito modo. Se OA_1 , OA_2 sono perpendicolari ad EA_1 , EA_2 , se B_1 , B_2 sono i punti di contatto delle tangenti EA_1 , EA_2 , e se tiriamo OB_1C_1 , OA_1F_1 , OB_2C_2 , OA_2F_2 , poi F_2H , C_2G parallele ad IO , HF_1 , GC , perpendicolari ad IO , potremo considerare o i due raggi rifratti OC_1 , OC_2G che si raggiungono nell'onda emergente GC , oppure le due onde rifratte EA_1 , EA_2 , che si sovrappongono nell'onda HF_1 . Facciamo il calcolo della rotazione sulle onde, poichè si troverebbe coi raggi lo stesso risultato.

L'onda EA_1 percorre OF_1 entro il corpo con velocità v_1 , mentre EA_2 percorre OF_2 con velocità v_2 ed F_2H con velocità V . Il ritardo relativo sarà quindi:

1) È probabile che all'uscita dal corpo le vibrazioni circolari sulle due onde abbiano ampiezza differente. Allora le vibrazioni risultanti dalla loro composizione sarebbero elittiche. Il valore R sarebbe tuttavia la rotazione, ossia l'angolo che farebbe l'asse maggiore dell'elisse colla direzione che hanno le vibrazioni emergenti nel caso in cui il campo magnetico venga soppresso.

2) Si giungerebbe ad uno stesso risultato calcolando il ritardo relativo, non già delle onde, ma dei raggi OB_1 , OB_2 , che hanno velocità w_1 , w_2 , il primo dei quali percorre OC_2 entro il corpo e C_2G nell'aria, ed il secondo OC_1 nel corpo.

$$\frac{OF_2}{v_2} + \frac{F_2 H}{V} - \frac{OF_1}{v_1},$$

e la rotazione delle vibrazioni che si produce:

$$R = \frac{\pi}{T} \left(\frac{OF_2}{v_2} + \frac{F_2 H}{V} - \frac{OF_1}{v_1} \right).$$

Eseguendo i necessari calcoli si arriva alla formola:

$$(8) R = \frac{4 \pi e g \operatorname{sen} i}{b T [\sqrt{V^2 + 2e V \operatorname{sen} i - b^2 \operatorname{sen}^2 i} + \sqrt{V^2 - 2e V \operatorname{sen} i - b^2 \operatorname{sen}^2 i}]}$$

$$\text{e siccome } e = \frac{K b^2}{2} = \frac{T M \rho}{\pi} \frac{b^2}{2},$$

$$(9) R = \frac{2 M g \rho b \operatorname{sen} i}{\sqrt{V^2 + 2e V \operatorname{sen} i - b^2 \operatorname{sen}^2 i} + \sqrt{V^2 - 2e V \operatorname{sen} i - b^2 \operatorname{sen}^2 i}}$$

Questa espressione diversifica dalla (2), trovata non ammettendo la biforcazione dei raggi, mentre nel caso della lastra disposta colle faccie normali alle linee di forza, le due espressioni erano identiche.

Ma se l'espressione (8), si sviluppa in serie, conservando solo la 1^a potenza di e , si trova:

$$R = \frac{2 \pi g e \operatorname{sen} i}{b T \sqrt{V^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 i}},$$

e mettendo per e il suo valore:

$$R = \frac{M g \rho b \operatorname{sen} i}{\sqrt{V^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 i}}.$$

Questa espressione di R , che è solo approssimativa, coincide con quella trovata coll'ipotesi della non separazione dei raggi, purchè si supponga $b = v$.

Sembra dunque naturale l'ammettere che la costante b , che nel capitolo precedente non fu determinata, ma che rappresenta la velocità della luce nelle direzioni perpendicolari alle linee di forza, sia eguale alla velocità della luce entro il corpo tolto dal campo magnetico.

Una volta calcolata la rotazione dovuta al passaggio della luce entro il corpo, e ciò tanto nel caso delle faccie perpendicolari alle linee di forza, che nel caso delle faccie parallele alle

linee stesse, e tanto secondo l'ipotesi della non separazione di un raggio in due circolari, che secondo l'ipotesi della doppia rifrazione, bisognerebbe calcolare la rotazione dovuta alla rifrazione d'uscita dal corpo, onde avere la rotazione totale.

Ma mentre il calcolo è possibile nell'ipotesi della non separazione dei raggi, giacchè non si deve far altro che applicare le note formole di Fresnel, nel caso invece della doppia rifrazione circolare, il calcolo non può essere istituito, giacchè mancano le formole, che corrisponderebbero a quelle di Fresnel, cioè non è noto quale sia l'intensità delle onde a vibrazioni circolari rifratte, per ogni angolo d'incidenza, nè con quale intensità esse emergano dal corpo.

I calcoli riportati fin qui hanno fatto vedere, che una differenza di risultati (dell'ordine di grandezza di e^3) sorge colle due ipotesi, applicandole al calcolo della rotazione nel caso di una lastra avente le faccie parallele alle linee di forza. Non potendo calcolare l'intera rotazione coll'ipotesi della doppia rifrazione circolare, faremo il calcolo completo supponendo il raggio non diviso entro il corpo. Dopo avere calcolato così la rotazione totale, si faranno le esperienze relative, e si vedrà se, particolarmente nel caso delle faccie parallele alle linee di forza, i risultati sperimentali si accordino o no coi calcoli fatti.

Dirò fin d'ora che le esperienze confermarono le formole, entro i limiti di errori presumibili. Ciò prova che anche non ammettendo la doppia rifrazione circolare, il calcolo della rotazione totale risulta abbastanza esatto, ma non già che si debba rinunciare alla doppia rifrazione circolare. In altre parole, le esperienze non forniscono una prova della doppia rifrazione circolare, ma neppure la smentiscono, per cui a tutt'oggi questa non si può provare, che invocando la forma ellittica delle vibrazioni, dimostrata nel cap. III.

16. Per calcolare più facilmente la rotazione totale che subiscono le vibrazioni d'un raggio che attraversi obbliquamente una lastra posta nel campo magnetico, serviamoci d'una figura in prospettiva come la figura 19, nella quale AMN, BPQ sono le faccie attraversate dalla luce, IA il raggio incidente, AB il raggio rifratto entro la lastra, BE il raggio emergente. A ciascuno di questi tre raggi immaginiamo condotto un piano per-

pendicolare, e per rendere chiara la figura, supponiamo questi piani limitati in forma rettangolare. Su ciascuno di questi piani prendiamo due assi ortogonali, adottando questa convenzione, che l'asse delle x sia nel piano d'incidenza e diretto a destra (supposto osservato il piano mentre il raggio arriva all'occhio), mentre l'asse delle y sia diretto dal basso all'alto (supposto orizzontale il piano d'incidenza). Gli assi pel raggio incidente saranno quindi O_0x_0 , O_0y_0 , pel raggio AB, O_1x_1 , O_1y_1 , e pel raggio emergente O_2x_2 , O_2y_2 . Sarà indifferente collocare il piano x_0y_0 in un qualunque punto del raggio IA, come pure il piano x_2y_2 in un punto qualsiasi di BE; ma il piano x_1y_1 , benchè rappresentato circa a metà fra A e B, dovremo supporlo ora passante per A ora per B, in causa del continuo cambiamento di azimut delle vibrazioni lungo AB, dovuto al potere rotatorio.

Supponiamo che la vibrazione O_0n_0 sul raggio incidente faccia con O_0x_0 un angolo ϵ_0 . Rifrangendosi il raggio in A, le vibrazioni saranno condotte in un nuovo azimut ϵ_1 . In virtù d'una formola di Fresnel si avrà :

$$\operatorname{tg} \epsilon_1 = \operatorname{tg} \epsilon_0 \cos (i - r) .$$

Da A a B le vibrazioni sono girate, in causa del potere rotatorio, cosicchè in B esse fanno coll'asse delle x un angolo $\epsilon'_1 = \epsilon_1 + R$, dicendo R la rotazione prodotta da A a B. Uscendo poi il raggio da B, si avrà una nuova rotazione dovuta alla rifrazione, per cui se ϵ_2 è l'angolo delle vibrazioni sul raggio emergente coll'asse O_2x_2 , si avrà :

$$\operatorname{tg} \epsilon_2 = \operatorname{tg} (\epsilon_1 + R) \cos (r - i) ,$$

e quindi :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \epsilon_2 &= \frac{\operatorname{tg} \epsilon_1 + \operatorname{tg} R}{1 - \operatorname{tg} \epsilon_1 \operatorname{tg} R} \cos (i - r) , \\ (10) \quad \operatorname{tg} \epsilon_2 &= \frac{\operatorname{tg} \epsilon_0 \cos^2 (i - r) + \operatorname{tg} R \cos (i - r)}{1 - \operatorname{tg} \epsilon_0 \operatorname{tg} R \cos (i - r)} . \end{aligned}$$

A seconda che le vibrazioni sul raggio incidente sono o dirette secondo O_0x_0 , o secondo O_0y_0 , converrà porre nella formola $\epsilon_0 = 0$, $\epsilon_0 = 90^\circ$. In quest'ultimo caso la rotazione prodotta sarà $\epsilon_2 = 90^\circ$, giacchè se rotazione non vi fosse, ϵ_2 sarebbe 90° . Se-

condo poi che le faccie della lastra attraversate dal raggio sono parallele o perpendicolari alle linee di forza, R avrà o il valore (1) o il valore (3). Nel primo caso supporremo la corrente magnetizzante levogira, vista da M verso A, come indica la freccia F; nel secondo caso la supporremo pure levogira, vista da P verso M, come indica la freccia F'. In tal modo R sarà sempre positivo.

Chiamando dunque in generale Z la rotazione delle vibrazioni, le formole valedoli nei vari casi saranno quelle comprese nel quadro seguente:

	Lastra colle faccie perpendic. alle linee di forza	Lastra colle faccie parallele alle linee di forza
Vibrazioni incidenti nel piano d'incidenza.	[11] $\text{tg} Z = \text{tg}(M \rho g) \cos(i-r)$	[13] $\text{tg} Z = (M \rho g \text{tg} r) \cos(i-r)$
Vibraz. incidenti perpendico- lari al piano d'incidenza.	[12] $\text{tg} Z = \frac{\text{tg}(M \rho g)}{\cos(i-r)}$	[14] $\text{tg} Z = \frac{\text{tg}(M \rho g \text{tg} r)}{\cos(i-r)}$

Le rotazioni sono in generale assai piccole, e si potrà il più delle volte sostituire gli archi alle tangenti e scrivere le quattro formole così:

$$(11') \quad \text{tg} Z = M \rho g \cos(i-r), \quad (13') \quad \text{tg} Z = M \rho g \text{tg} r \cos(i-r)$$

$$(12') \quad \text{tg} Z = \frac{M \rho g}{\cos(i-r)}, \quad (14') \quad \text{tg} Z = M \rho g \frac{\text{tg} r}{\cos(i-r)}.$$

Facendo il prodotto delle formole (11) e (12), si ha un risultato indipendente da i ed r . Se dunque la rotazione Z diminuisce al crescere di i pel caso della (11), essa cresce nell'egual rapporto nel caso della (12).

Se sul cammino del raggio emergente vien posto un analizzatore, e vien girato sino all'estinzione prima che la corrente magnetizzante sia chiusa, non appena questa agisce, converrà girare l'analizzatore dell'angolo Z onde avere nuovamente l'estinzione.

Ma invece di mettere all'estinzione l'analizzatore, onde compensare la rotazione che le vibrazioni hanno subito, si può

giungere allo stesso risultato girando il polarizzatore. Nelle ricerche relative al fenomeno di Kerr ho tratto grande partito dalle rotazioni fatte non solo coll' analizzatore, ma anche col polarizzatore. Trovai anzi che queste rotazioni compensatrici obbediscono, nel caso della luce riflessa sul polo d'una calamita, ad una legge che ho chiamato *legge di reciprocità*. Nel caso particolare delle rotazioni compensatrici suddette, la legge di reciprocità si può esprimere dicendo che: *se dopo aver orientato il polarizzatore in modo da dare vibrazioni giacenti nel piano d'incidenza, e l' analizzatore all'estinzione, si chiude la corrente, la rotazione dell' analizzatore o del polarizzatore che rende di nuovo minima la luce, è dello stesso senso e rispettivamente eguale a quella del polarizzatore o dell' analizzatore nel caso in cui si parta da vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza.*

Or bene, è facile dimostrare che: *questa legge di reciprocità vige anche nel caso del raggio che traversa obliquamente la lastra, tanto se le faccie di questa sono perpendicolari, quanto se sono parallele, alle linee di forza, ma le rotazioni compensatrici del polarizzatore sono in senso contrario alla corrente, mentre quelle dell' analizzatore sono nello stesso senso.*

La legge di reciprocità vale cioè soltanto pel valore assoluto delle rotazioni (Vedi l' Appendice).

17. In modo analogo possono stabilirsi le formule che danno la rotazione delle vibrazioni di un raggio luminoso il quale, come nella fig. 20, cada obliquamente sulla lastra a faccie parallele, sotto un angolo d'incidenza i , si rifranga in A, si rifletta internamente in B, ed esca infine secondo C E dalla lastra. Le formole alle quali si giunge sono le seguenti:

Lastra colle faccie perpendicolari alle linee di forza	
Vibraz. incidenti nel piano d'incidenza.	[16] $\text{tg}Z = -\text{tg}(M\rho g) \cos(i-r) \frac{2 \cos i \cos r}{\cos(i+r) - \text{tg}^2(M\rho g) \cos(i-r)}$
Vibraz. incid. perpendic. al piano d'incidenza.	[17] $\text{tg}Z = -\frac{\text{tg}(M\rho g)}{\cos(i-r)} \cdot \frac{2 \cos i \cos r}{\cos(i-r) - \text{tg}^2(M\rho g) \cos(i+r)}$

Lastra colle faccie parallele alle linee di forza	
Vibraz. incidenti nel piano d'incidenza.	[18] $\text{tg} Z = -\text{tg}(M\rho g \text{tg} r) \cos(i-r) \frac{2 \sin i \sin r}{\cos(i+r) + \text{tg}^2(M\rho g \text{tg} r) \cos(i-r)}$
Vibraz. incid. perpendic. al piano d'incidenza.	[19] $\text{tg} Z = \frac{\text{tg}(M\rho g \text{tg} r)}{\cos(i-r)} \cdot \frac{2 \sin i \sin r}{\cos(i-r) + \text{tg}^2(M\rho g \text{tg} r) \cos(i+r)}$

Siccome in generale $M\rho g \text{tg} r$ ed $M\rho g$ sono piccoli, si può spesso sostituire gli archi alle tangenti, e trascurarne i quadrati; allora:

$$(16') \quad \text{tg} Z = -2 M\rho g \frac{\cos i \cos r \cos(i-r)}{\cos(i+r)}$$

$$(17') \quad \text{tg} Z = -2 M\rho g \frac{\cos i \cos r}{\cos^2(i-r)}$$

$$(18') \quad \text{tg} Z = -2 M\rho g \frac{\sin i \sin r \text{tg} r \cos(i-r)}{\cos(i+r)}$$

$$(19') \quad \text{tg} Z = -2 M\rho g \frac{\sin i \sin r \text{tg} r}{\cos^2(i-r)} \quad 1).$$

Osservando le quattro formole (16), (17), (18) e (19), si vede, che mentre nei casi delle (17) e (19), cioè delle vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza, la rotazione Z ha sempre lo stesso segno, qualunque sia i , giacchè nella (17) il secondo termine del denominatore è minore del primo quando è positivo, invece nei casi di vibrazioni giacenti nel piano d'incidenza, il segno cambia ad una incidenza particolare. Il segno di $\text{tg} Z$ della (16) cambia per

$$(20) \quad \cos(i+r) = \cos(i-r) \text{tg}^2(M\rho g)$$

e nel caso della (18) il cambiamento di segno ha luogo per

$$(21) \quad \cos(i+r) = -\cos(i-r) \text{tg}^2(M\rho g \text{tg} r)$$

Per l'incidenza eguale all'angolo di polarizzazione si ha $\cos(i+r) = 0$. Essendo $\text{tg}^2(M\rho g)$ come pure $\text{tg}^2(M\rho g \text{tg} r)$ quan-

1) Due formole identiche alle (18') e (19') furono date, senza dimostrarle, dal Kundt. — *Wied. Ann.* 1884, n. 10. — *Phil. Mag.* October 1884.

tità generalmente assai piccole, le incidenze alle quali i denominatori delle (16) e (18) si annullano saranno poco diverse da quella di polarizzazione, ed il cambiamento di segno del valore (16) avverrà per una incidenza un po' minore, e quello del valore (18) per un po' maggiore, dell' incidenza di polarizzazione.

Per queste particolari incidenze, alle quali si annullano i denominatori delle (16) e (18), le formole darebbero per $\tan Z$ un valore infinito. Non bisogna però dimenticare che le formole di Fresnel cessano di essere esatte in vicinanza della incidenza di polarizzazione, e che in tal caso divengono manifesti i fenomeni di polarizzazione ellittica analoghi a quelli dei metalli. Vedremo però che realmente se sul raggio emergente si colloca un analizzatore, la rotazione di questo, necessaria a rendere minima l'intensità luminosa, diviene assai grande in prossimità dell'angolo di polarizzazione, nei casi delle formole (16) e (18), cioè quando le vibrazioni incidenti giacciono nel piano d'incidenza.

Quanto alla *legge di reciprocità*, si ricava facilmente dalle formole precedenti che: *nel caso della luce riflessa dalla seconda faccia d'una lastra disposta perpendicolarmente alle linee di forza, sussiste integralmente la legge di reciprocità, e che: nel caso della lastra messa colle sue faccie parallele alle linee di forza, la legge di reciprocità è valida solo pel valore assoluto delle rotazioni* (vedi l'Appendice).

È necessario per ultimo di definire il senso delle rotazioni. Supporremo sempre che il senso della corrente sia osservato da C verso A, quando la lastra è parallela alle linee di forza, cosicchè nella fig. 20 la corrente è levogira, e osservata guardando di fronte alla lastra da E verso A, quando è disposta normalmente alle linee di forza, per cui nella fig. 20 la corrente indicata dalla freccia F' è destrogira. Ciò posto, le rotazioni del polarizzatore saranno supposte osservate da A verso I e quelle dell'analizzatore da E verso C. Quando la corrente è destrogira o levogira, la rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore sarà detta nel senso della corrente, se vista nel modo convenuto, sarà essa pure destrogira o levogira.

Se col segno $+$ indichiamo le rotazioni compensatrici che

hanno lo stesso senso della corrente ¹⁾, e col segno — quelle di senso opposto, potremo coi due quadri seguenti indicare i sensi delle rotazioni compensatrici, quali risultano dall'esame delle formole (16), (17), (18) e (19) e dalla legge di reciprocità.

LASTRA COLLE FACCIE PERPENDICOLARI ALLE LINEE DI FORZA

	Rotazione compensatrice dell'analizzatore	Rotazione compensatrice del polarizzatore
Vibraz. incid. nel piano d'incid.	+ per piccole incidenze — per grandi incidenze	+ per ogni incidenza
Vibrazioni incid. perpendicolari al piano d'incidenza.	+ per ogni incidenza	+ per piccole incidenze — per grandi incidenze

LASTRA COLLE FACCIE PARALLELE ALLE LINEE DI FORZA

	Rotazione compensatrice dell'analizzatore	Rotazione compensatrice del polarizzatore
Vibraz. incid. nel piano d'incid.	— per piccole incidenze + per grandi incidenze	— per ogni incidenza
Vibrazioni incid. perpendicolari al piano d'incidenza.	+ per ogni incidenza.	+ per piccole incidenze — per grandi incidenza

Ove il segno delle rotazioni cambia coll'incidenza, s'intende che il cambiamento avviene pel valore di i che soddisfa alla formola (20) quando le faccie sono perpendicolari alle linee di forza, e pel valore di i che soddisfa alla (21) se le faccie della lastra sono parallele alle linee di forza. Come si è detto, questi valori particolari sono l'uno un po' minore, l'altro un po' maggiore, dell'incidenza di polarizzazione.

Non riescirà difficile al lettore di verificare i due quadri precedenti osservando con attenzione la figura 20. Se poi sembrasse

¹⁾ Qui supponiamo sempre le rotazioni minori di 90° . In realtà però quando $\text{tg} Z$ diviene negativo, si potrebbe prendere per Z un valore positivo e maggiore di 90° .

strano che nel caso delle faccie parallele alle linee di forza, e per piccole incidenze, la rotazione sia — se le vibrazioni incidenti sono nel piano d'incidenza, e + se sono perpendicolari a questo piano, si può fare il ragionamento seguente.

Se nella riflessione che avviene in B (fig. 20), la vibrazione non subisse una rotazione, la rotazione che si produce da B a C distruggerebbe esattamente la rotazione che si produsse da A a B. Ma la riflessione in B accosta le vibrazioni alla perpendicolare al piano d'incidenza. Quindi essa cospira colla rotazione che avviene da A a B, se le vibrazioni incidenti sono dirette secondo O_0x_0 , mentre invece cospira coll'effetto che si produce da B a C, se le vibrazioni lungo IA sono dirette secondo O_0y_0 . Nel primo caso la rotazione restante sarà destrogira (cioè — perchè la corrente è levogira), e nel secondo caso sarà levogira.

Preparate così le formole, passiamo alle esperienze istituite per verificarle.

CAPITOLO VI.

Descrizione d'una elettrocalamita universale per tutte le esperienze ottico-magnetiche.

18. L'apparecchio adoperato per le esperienze di verificaione delle precedenti formole, fu da me combinato in guisa da poter comodamente servire anche per ogni altra esperienza relativa ai fenomeni di polarizzazione rotatoria magnetica. Esso comprende due forti elettrocalamite a ferro di cavallo, munite di pezzi polari di ferro, di forma tale, che mentre producono un campo magnetico abbastanza esteso, intenso ed uniforme, lasciano libera strada alla luce, tanto secondo tutte le direzioni comprese in un piano perpendicolare alle linee di forza, quanto secondo le direzioni comprese in un piano parallelo alle stesse linee.

Per costruire le elettrocalamite utilizzai due antiche sbarre cilindriche di ferro dolce, piegate a ferro di cavallo. Queste sbarre hanno 75^{mm} di diametro, ed i tratti retti sono abbastanza lunghi per portare dei rocchetti lunghi 22 centimetri.

Una delle elettrocalamite AB (fig. 21) è collocata verticalmente e coi poli in alto sopra una robusta tavola di noce C D,

sulla quale sono fissate due tavole verticali larghe e sottili CE, DF, congiunte in alto da una traversa orizzontale EF. Sotto questa traversa è fissata l'altra elettrocalamita A_1B_1 , essa pure verticale, ma coi poli rivolti in basso, ed in modo che le sue branche sieno in prolungamento di quelle della AB.

I dritti CE, DF sono costruiti in guisa da essere robustissimi, ma da non intercettare sopra un piano orizzontale passante a metà fra le due elettrocalamite, che poche direzioni. Perciò nella parte di mezzo essi hanno una sezione trapezoidale, essendo in M più sottili che in N. Otto mensole, quattro delle quali veggonsi nella figura in EG, CI, LD, FH, come pure nel profilo in F' H', F'' H'', L' D', L'' D'', danno ai due dritti la necessaria solidità.

Tutto l'apparecchio è collocato sopra un grosso tavolo circolare di legno PQ, il cui diametro è di circa un metro. Esso riposa sopra tre rotelle di ferro che gli permettono di girare agevolmente intorno ad un asse verticale passante pel suo centro, e che si fa coincidere coll'asse di figura delle elettrocalamite. Il tavolo RS su cui gira il disco PQ ha superiormente un grosso disco di ferro tornito su cui girano le rotelle, e porta un braccio laterale T che sostiene una tavoletta U posta nel piano del disco girevole.

Quest'ultimo è nel contorno diviso in gradi, e sulla tavoletta U trovasi il nonnio che dà i decimi. Evidentemente sarebbe facile avere letture più esatte degli azimut nei quali si pone la elettrocalamita, ma nella maggior parte dei casi il leggere i decimi di grado è più che sufficiente.

Il tavolo che regge tutto il sistema si può allivellare in modo da rendere orizzontale il disco e verticale l'asse delle elettrocalamite che è in pari tempo l'asse di rotazione dell'apparecchio.

I pezzi polari di ferro dolce V, W, V', W', hanno una forma simile a quella da me recentemente adottata per lo studio del fenomeno di Kerr ¹⁾. Sono cioè prismi retti a sezione di trapezio, come nella figura. Essi possono fissarsi stabilmente sui quattro poli delle elettrocalamite, ma è possibile accostare più o meno V a W, e V' a W'.

¹⁾ *Ricerche teoriche e sperimentali ecc.* II Memoria, § 18. *R. Acc. dei Lincei*, serie 4. col. III, 1886.

Le distanze fra gli spigoli più vicini di V e V' , e di W e W' , suol essere circa un millimetro, ma può variarsi a piacere alzando od abbassando l'elettrocalamita inferiore.

I rocchetti che circondano le branche delle due elettrocalamite, sono lunghi, come si è detto, 22 centimetri. Ciascuno di essi contiene circa 230 giri, in quattro strati di un filo di rame di 3^{mm} di diametro, doppiamente coperto di cotone. I capi dei fili sono congiunti in modo che V V' acquistino una stessa polarità, e così W e W' la polarità opposta a quella di V e V' . Un commutatore cilindrico, come quello dell'elettrocalamita di Ruhmkorff, permette poi d'interrompere o chiudere in una direzione o nella direzione opposta, la corrente nei rocchetti.

Colla disposizione descritta V e V' costituiscono complessivamente uno dei poli dell'elettrocalamita, e W con W' il polo opposto. Il campo magnetico si forma fra VV' e WW' , e le linee di forza sono orizzontali.

Si noti poi che il piano dei due dritti CE , DF non è parallelo alle linee di forza, come apparisce dalla figura che non si è voluto troppo complicare; per cui nella direzione delle linee di forza un raggio luminoso orizzontale può liberamente passare fra V e V' e fra W e W' . I due dritti intercettano invece un raggio orizzontale inclinato d'un certo angolo sulle linee di forza; ma un raggio simmetrico a questo dall'altra parte della direzione delle linee di forza, ha la strada libera. Per cui può dirsi che un raggio orizzontale che faccia un angolo qualunque da 0° a 90° colle linee di forza, può liberamente attraversare il campo magnetico.

Per adoperare questo apparecchio nello studio dei fenomeni ottici prodotti dai corpi collocati nel campo magnetico, si colloca sulla tavoletta U un sostegno che porta il polarizzatore, che deve essere alla stessa altezza delle due fenditure che restano fra V e V' e fra W e W' . L'analizzatore poi si tiene sopra un tavolo separato. Ecco poi come nei vari casi si possono disporre le esperienze.

a) Per lo studio della polarizzazione rotatoria magnetica, nel caso comune, cioè ricevendo la luce normalmente alle faccie del corpo, questo viene collocato fra i poli, colle sue faccie perpendicolari alle linee di forza. L'apparecchio viene poi collocato

in modo che il raggio luminoso sia parallelo alle linee di forza. In questo caso la graduazione della tavola circolare non serve. È in questa maniera che l'apparecchio mi ha servito per le esperienze descritte nel cap. III.

b) Per verificare la legge del coseno, trovata da Verdet, il corpo trasparente, collocato nel modo che si è detto, deve essere sostenuto da un braccio indipendente dall'apparecchio. Girando allora quest'ultimo, si farà variare l'angolo delle linee di forza col raggio luminoso, restando però sempre la luce normale alle faccie del corpo trasparente. L'angolo fra la direzione delle linee di forza e quella del raggio luminoso, al coseno del quale si riconosce essere proporzionale la rotazione, si legge col nonnio posto in U, e colla graduazione del disco PQ.

c) Per lo studio del fenomeno di Kerr all'incidenza normale, cioè per studiare le modificazioni che si producono nel raggio polarizzato quando è riflesso normalmente da uno specchio di ferro (o d'acciaio) perpendicolare alle linee di forza, lo specchietto viene collocato fra i poli in modo da soddisfare a questa condizione, mettendolo in contatto con V e V' colla sua faccia posteriore, e volgendo la faccia speculare verso W e W'. Fra W e W' e lo specchio si metteranno due sottili laminette d'ottone, per rendere stabile la grandezza dell'intervallo. Sarà bene poi che la fenditura che resta fra W e W' sia di appena mezzo millimetro.

d) Per studiare il fenomeno di Kerr con incidenze oblique della luce sulla superficie polare riflettente, varrà la stessa disposizione c); girando l'apparecchio intorno al suo asse verticale di rotazione, si otterranno tutte le incidenze che si desiderano, le quali si leggeranno con nonnio posto in U.

e) Per studiare la riflessione della luce sulla superficie equatoriale d'una calamita, si metterà lo specchio di acciaio in modo che la superficie speculare sia parallela alle linee di forza. Lo specchio potrà toccare i pezzi polari. Qui pure colla graduazione del tavolo circolare si otterrà la misura delle incidenze. Volendo poi utilizzare tutta la superficie dello specchio, esso potrà collocarsi di lato, in modo che il piano della sua faccia riflettente, si trovi nel piano delle faccie di forma trapezoidali dei pezzi polari V, V₁, W, W₁, visibili nella figura 21. Non sarà male allora che V tocchi V₁ e W tocchi W₁, mentre V da W

e V_1 da W_1 possono essere a distanza eguale alla larghezza dello specchio, poichè allora questo rimane a posto senz'altro sostegno.

f) Infine, per le esperienze di cui ci occuperemo nel capitolo seguente cioè per istudiare il raggio trasmesso da una lastra a faccie parallele, mentre il raggio incidente è obliquo, od anche per istudiare il raggio riflesso sulla seconda superficie della lastra, questa si collocherà fra i poli in modo che le due faccie adoperate sieno o perpendicolari o parallele alle linee di forza. La rotazione dell'apparecchio permetterà di variare l'incidenza e di misurarla facilmente mediante la graduazione del tavolo circolare.

CAPITOLO VII.

Esperienze sulla rotazione prodotta dal vetro pesante, quando l'incidenza è obliqua.

19. Per istituire un confronto fra le formule date nei § 16 e 17, e le misure sperimentali, oltre che determinare per i vari valori dell'angolo d'incidenza i la rotazione Z , bisogna poi conoscere i valori delle altre quantità M , ρ , g , r , che entrano nelle formule (11), (12), (13), (14), (16), (17), (18) e (19) del Cap. V.

Dopo avere tentato di adoperare vari altri corpi trasparenti, mi fermai al vetro pesante, benchè il pezzo di forma parallelepipedo di cui potevo far uso, non fosse del tutto esente da tempra.

Con vetro da specchi scelto senza tracce di tempra, ebbi effetti troppo deboli. Con vaschette chiuse da lastre a faccie parallele, e contenenti una soluzione di ioduro di mercurio nell'ioduro di potassio, avrei avuto rotazioni più forti, ma diveniva complicatissimo il calcolo delle rotazioni stesse, dovendosi tener conto degli effetti delle due lastre di vetro.

Feci pulire e rendere ben parallele due delle faccie maggiori del vetro pesante e me ne servii in tutte le esperienze. La loro distanza, cioè la grossezza g della lastra adoperata, misurata allo sferometro varie volte, risultò di $16^{\text{mm}},3295$.

Siccome trovai conveniente sperimentare con luce sensibilmente semplice, feci sempre uso di una vaschetta contenente una soluzione di solfato di rame addizionata di ammoniaca, che

lascia passare una luce azzurra sensibilmente omogenea; essa fu posta fra l'eliostata ed il polarizzatore.

Con questa luce azzurra le rotazioni sono più grandi che con luce bianca; essa inoltre mi sembrò stancare assai meno la vista che non la luce rossa che è bene adoperare nelle esperienze col ferro (vedi Cap. III), il che non è cosa indifferente, quando si debba per più settimane e per più ore ogni giorno rimanere in una camera nera, e non ricevere quasi altra luce nell'occhio che quella che serve alle esperienze.

Dovendo misurare l'indice n del vetro pesante, onde calcolare poi l'angolo r , adoperai naturalmente la stessa luce azzurra trasmessa dalla suddetta vaschetta.

Il metodo al quale mi attenni, è quello comune della misura dello spostamento apparente dell'immagine d'una scala vista attraverso la lastra a faccie parallele. Se i è l'angolo d'incidenza, d questo spostamento, g la grossezza della lastra, n l'indice di rifrazione, la nota formola

$$n = \operatorname{sen} i \sqrt{1 + \frac{g^2 \cos^2 i}{(g \operatorname{sen} i - d)^2}}$$

serve a calcolare n . Ho già detto come g fu misurato. L'angolo i si misurò ponendo il pezzo di vetro sulla piattaforma girante d'un buon goniometro. Guardando poi col cannocchiale dell'istrumento una scala a millimetri alquanto lontana, in parte attraverso al vetro e in parte al disopra, apparivano due immagini della scala ed era facile vedere qual'era lo spostamento d .

Il risultato medio fu $n = 1,6656$. L'angolo di polarizzazione del vetro pesante adoperato è dunque di $59^\circ 1' 10''$.

Le quantità M, ρ , che entrano pure nelle formole, si possono misurare in blocco insieme alla grossezza g . Infatti il prodotto $M\rho g$ dell'intensità del campo per la rotazione prodotta nella direzione delle linee di forza per $M = 1$, $g = 1$, e per la grossezza, non è altro che la rotazione che si produce sopra un raggio che traversi lo spessore g nella direzione delle linee di forza, essendo M l'intensità del campo. La quantità $M\rho g$ è dunque fornita da una misura fatta nel modo ordinario.

Però l'intensità M del campo varia con quella della corrente. Essendo troppo difficile mantenere a lungo costante l'intensità

d'una corrente, cercai invece di misurare M onde ridurre i valori trovati delle rotazioni e quelli che si sarebbero avuti se M avesse conservato un valor costante, o in altre parole, onde fare le correzioni relative alla variabilità del campo magnetico.

Le formole esatte (11) a (14) e (16) a (19) mostrano che la rotazione Z non è proporzionale esattamente ad M . Tuttavia siccome le variazioni di M furono sempre piccole, così si potè ammettere la proporzionalità per fare le correzioni.

La misura di M in unità arbitrarie, l'ottenni col solito metodo dello spostamento d'un rocchettino. Il piccolo rocchetto fisso all'estremità d'una lunga leva girevole intorno ad un asse orizzontale, veniva messo in una posizione costante al disopra del parallelepipedo di vetro, fra V' e W' col suo asse di figura parallelo alle linee di forza. Facendo girare la leva, il rocchettino veniva rapidamente tolto dalla posizione che occupava fra i poli, e portato ove l'intensità del campo potevasi considerare come nulla. L'intensità della corrente indotta in esso sviluppata, e che era misurata da un galvanometro a riflessione con esso comunicante e collocato in altra camera a grande distanza, faceva conoscere l'intensità del campo.

Quanto alla parte ottica degli apparecchi adoperati, essa si ridusse ad un polarizzatore, che era un prisma di nicol mobile con nonnio al centro di un circolo graduato, ad un diaframma con foro circolare occupato per metà da una laminetta di mezz'onda, posto subito dopo il polarizzatore, ed infine ad un analizzatore costituito da un secondo nicol munito di cannocchietto e mobile esso pure, insieme ad un nonnio, al centro d'un altro cerchio graduato.

Il diaframma colla laminetta di mezz'onda, costituiva un polarimetro a penombra come quello di Laurent.

Non potei adoperare il polarimetro a penombra da me descritto altrove, giacchè i due nicol adoperati come polarizzatore e come analizzatore erano precisamente quelli del mio polarimetro, non avendone avuti altri a mia disposizione.

È noto che nei polarimetri a penombra il campo di visione che apparisce dal cannocchiale annesso all'analizzatore, è diviso in due parti, nelle quali i piani di polarizzazione fanno un piccolo angolo fra di loro. Le letture si fanno quando, girando l'ana-

lizzatore, si ottiene l'uniforme intensità del campo. Ma per una data intensità della luce che si analizza esiste un valore per l'angolo dei suddetti piani di polarizzazione, che dà la sensibilità massima all'istrumento.

Nel caso delle mie esperienze l'intensità della luce trasmessa dal vetro pesante, o riflessa internamente da esso, varia al variare delle incidenze.

Per ciò trovai utile, mano a mano che al variare dell'angolo d'incidenza, variava l'intensità della luce da analizzarsi, di variare pure qualche poco l'orientazione della mica di mezz'onda posta dopo il polarizzatore, in maniera da aversi sempre le condizioni di massima sensibilità.

Infine orientai con ogni cura, prima di ciascuna serie di esperimenti, il nicol polarizzatore, onde essere sicuro che le vibrazioni incidenti fossero sensibilmente o nel piano d'incidenza e quindi orizzontali, o verticali cioè perpendicolari al piano d'incidenza. Mi contentai di operare in questa maniera. Girato tutto l'apparecchio in modo che l'angolo d'incidenza della luce sul vetro posto fra i poli fosse eguale all'angolo di polarizzazione, facevo girare il polarizzatore finchè la luce riflessa del vetro avesse la minima intensità. Allora le vibrazioni incidenti erano nel piano d'incidenza. Volendole dirette secondo l'altro azimut principale, bastava poi girare il polarizzatore di 90° .

La mica di mezz'onda e l'analizzatore venivano collocati dopo. Sarebbe stato bene mettere la mica davanti all'analizzatore, onde le vibrazioni incidenti rimanessero dirette secondo uno dei due azimut principali, in corrispondenza a tutta l'estensione del campo del cannocchiale. Ma anche messa subito dopo il polarizzatore mi diede, con maggior comodità, sensibilmente gli stessi risultati.

Ogni misura veniva ripetuta invertendo la corrente molte volte di seguito. Dopo si faceva la media della doppia rotazione osservata, e poi si divideva per due il risultato, onde avere la rotazione semplice.

20. Senza riportare risultati numerici delle molte misure eseguite (che troverà il Lettore nella Memoria completa), dirò soltanto che le formole (11) a (14) e (16) a (19) del cap. V, stabilite nell'ipotesi della non separazione dei raggi, sono confer-

mate numericamente coll' esattezza sperabile (tenuto conto delle difficoltà molteplici che offrono le misure), non solo quanto al segno delle rotazioni, ma anche in riguardo al loro valore assoluto. Ho poi riconosciuto che in prossimità dell'angolo di polarizzazione le misure divengono incerte, in causa dell'elitticità che acquista la luce riflessa. D'altronde le formole, trovate coll' aiuto di quelle di Fresnel, non sono abbastanza esatte che per le incidenze non troppo vicine a quelle di polarizzazione.

Sarebbe tuttavia interessante che queste verificazioni venissero riprese con corpi che diano rotazioni più forti che quelle da me ottenute. Se, come è probabile, l'accordo fra formole calcolate e misure sperimentali si conserverà sempre abbastanza perfetto, se ne concluderà che esperienze di questo genere, mentre indirettamente verificano la legge di Verdet, non possono utilizzarsi per decidere la questione della doppia rifrazione circolare.

Quest' ultima rimane dunque non dimostrata, nel caso del quarzo, e dimostrata solo colle mie esperienze fatte col ferro, ed esposte nel cap. III, pei corpi dotati del potere rotatorio magnetico.

APPENDICE

Sopra una legge generale per la riflessione rifrazione della luce polarizzata.

Nel cap. V, ho dimostrato, che quando la luce si rifrange attraverso una lastra a faccie parallele posta nel campo magnetico, oppure entra in essa, ed esce dalla faccia per la quale è entrata dopo essersi riflessa internamente sulla seconda faccia, esiste una certa relazione fra le rotazioni del polarizzatore e dell'analizzatore, che compensano l'azione del magnetismo, partendo dalle orientazioni principali dei due nicol, relazione che era stata da me dimostrata teoricamente e sperimentalmente nel caso della luce riflessa dal polo d' una calamita.

Al principio del cap. II della mia seconda memoria sul fenomeno di Kerr, ho generalizzato questa relazione dandole il nome di *legge di reciprocità*. Essa consiste in questo, che se a partire dalla posizione del polarizzatore che produce vibrazioni

del piano d'incidenza, e dalla posizione dell'analizzatore che dà l'estinzione, si spostano il polarizzatore d'un angolo ω e l'analizzatore d'un angolo γ , la vibrazione che esce dall'analizzatore è la stessa, come quando a partire dalla posizione del polarizzatore che produce vibrazioni perpendicolari al piano di incidenza e da quella dell'analizzatore che dà in tal caso l'estinzione, si gira il polarizzatore dell'angolo γ e l'analizzatore dell'angolo ω .

Nel Cap. IV della stessa memoria ho mostrato in qual modo resta modificata la detta legge, nel caso di un numero pari di riflessioni fra due poli opposti paralleli.

Anche nei casi trattati nel Cap. V della presente memoria si può dimostrare la legge di reciprocità nel modo più generale. E siccome si può anche dimostrare pei casi di riflessione e di rifrazione in corpi non dotati del potere rotatorio, così si può trovare un enunciato della legge suddetta che valga per tutti i casi.

Tale enunciato generale (la cui dimostrazione troverà il Lettore nell'Appendice della Memoria completa) è il seguente.

Si abbia un raggio uscente da un nicol polarizzatore, lo si faccia riflettere o rifrangere in superfici piane in modo che il raggio resti sempre nel medesimo piano d'incidenza, e poi si riceva in un nicol analizzatore. Si orienti il polarizzatore in modo da dare vibrazioni nel piano d'incidenza, e l'analizzatore in modo che la sua lezione principale sia perpendicolare a questo piano. Ciò fatto, si sposti il polarizzatore d'un angolo ω e l'analizzatore d'un angolo γ , e sia V la vibrazione che esce dall'analizzatore.

Si orienti quindi il polarizzatore in modo da dare vibrazioni perpendicolari al piano d'incidenza, e l'analizzatore in modo che la sua sezione principale giaccia in questo piano, poi si giri il polarizzatore dell'angolo $\pm \gamma$ e l'analizzatore dell'angolo $\pm \omega$. La vibrazione da questo trasmessa sarà precisamente $\pm V$.

Se i corpi adoperati non sono nel campo magnetico, si potranno prendere o i segni superiori o gl'inferiori. Se invece i corpi adoperati sono posti in un campo magnetico uniforme, la legge cesserà in generale di aver luogo, salvo nei casi seguenti:

- a) prisma trasparente alla deviazione minima;
- b) lastra trasparente a faccie parallele, traversata dalla luce;
- c) sistema qualunque di lastre, eguali e parallele, succes-

sivamente attraversate dal raggio luminoso (o più generalmente, sistema di lastre per le quali $\cos(i - r)$ ed R abbiano gli stessi valori);

d) due lastre trasparenti eguali e parallele internamente alle quali si riflette un numero pari di volte il raggio luminoso (o più generalmente, due lastre trasparenti per le quali $\cos(i - r)$ R , R_1 , abbiano gli stessi valori);

e) una sola lastra che rifletta internamente la luce, ma avente le sue faccie parallele alle linee di forza;

f) due lastre parallele alle linee di forza, fra le quali si rifletta internamente la luce un numero qualunque di volte;

g) due superfici polari di ferro o d'acciaio parallele, fra le quali la luce si rifletta un numero pari di volte (Vedi II. Mem. sul fenomeno di Kerr, § 12);

h) due corpi trasparenti posti sui poli, alla prima superficie dei quali si rifletta la luce un numero pari di volte (Vedi II. Mem. sul fenomeno di Kerr, Cap. V);

i) superficie laterale d'una calamita, ossia superficie di ferro parallela alle linee di forza del campo (Vedi la Mem. intorno alla riflessione della luce polarizzata sulla superficie d'una calamita, § 6; in questo lavoro la legge in discorso è dimostrata sperimentalmente per casi particolari);

l) probabilmente, per analogia, anche nel caso di riflessioni multiple fra superfici di ferro parallele alle linee di forza, o sulla prima superficie di lastre trasparenti parallele alle linee di forza, o nel caso di riflessioni multiple in numero pari fra superfici parallele, di ferro o no, poste obbliquamente alle linee di forza.

In tutti questi casi la legge è verificata prendendo i segni inferiori per γ , ω e V ;

m) polo d'una calamita che riflette la luce (II. Mem. sul fenomeno di Kerr, § 4);

n) due poli opposti paralleli fra i quali la riflessione avvenga un numero dispari di volte (*l. c.* § 12);

o) lastra trasparente perpendicolare alle linee di forza, che riflette nella prima superficie (*l. c.* Cap. V);

p) due lastre simili alla precedente perpendicolari alle linee di forza e fra le quali la luce si riflette un numero dispari di volte (*l. c.* Cap. V);

q) lastra trasparente perpendicolare alle linee di forza, che riflette la luce alla seconda superficie;

r) due lastre simili entro le quali alternativamente si riflette la luce un numero dispari di volte.

In questi casi da *m)* ad *r)* bisogna prendere col segno positivo γ , ω e V .

Si può osservare che i casi da *m)* ad *r)* nei quali vale la legge di reciprocità senza cambiamento di segno, sono quelli nei quali avviene un numero dispari di riflessioni in superfici perpendicolari alle linee di forza. I casi da *a)* ad *l)* sono quelli nei quali le superficie o sono parallele alle linee di forza, o oblique in modo qualunque, o se sono perpendicolari alle linee di forza, hanno luogo però riflessioni in numero pari.

Si può notare altresì che quando esiste la legge di reciprocità con cambiamento di segno tanto con superfici parallele che con superfici perpendicolari alle linee di forza, essa ha luogo anche con superfici oblique in un modo qualunque. Invece allorchè (essendovi riflessioni in numero dispari) si ha la legge con cambiamento di segno quando le superfici sono parallele alle linee di forza, e la legge senza cambiamento di segno quando le superfici sono perpendicolari alle linee medesime, la legge cessa di essere valida quando le superfici sono collocate obliquamente.

Questa legge generale, come è stata di aiuto nelle mie ricerche sul fenomeno di Kerr, potrà certo riuscire utile anche in altre ricerche, sperimentali o teoriche, relative ai fenomeni ottici che si producono in un campo magnetico.

RICERCHE INTORNO ALLA MAGNETIZZAZIONE DEL FERRO;
NOTA PRELIMINARE DEL DOTT. FRANCO MAGRINI.

Mi permetto di comunicare sommariamente alcuni risultati d'un mio studio intorno alla magnetizzazione del ferro

1. Ho cominciato col determinare la permeabilità magnetica, mediante una disposizione sperimentale che mi permetteva di misurarla direttamente. Essa è definita, come il rapporto tra