I. Ueber die elliptische Polarisatton des Lichtes und ihre Beziehungen zu den Oberflächenfarben der Körper; von Eilhard Wiedemann.

(Aus den Berichten der Sächs. Gesell., 1872 vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

§. 1.

Die bereits von Arago beobachteten Veränderungen des Lichtes bei der Reflexion an Metallen wurden von Brewster¹⁾ im Jahre 1830 näher untersucht. Aus seinen Messungen berechnete Hr. Neumann²⁾ unter Zugrundelegung der Vibrationstheorie die Verzögerungen der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen und das Verhältniß ihrer Amplituden nach der Reflexion, wenn es vor derselben gleich Eins war. Die Beobachtungen von Brewster beziehen sich theils auf weißes, theils auf mittleres rothes, gelbes und blaues Licht; dabei sind aber keine genaueren Angaben über den betreffenden Theil des Spectrums gemacht. Eine derartige Untersuchung nahm zuerst Hr. Jamin³⁾ vor. Er ermittelte in seiner Arbeit über die Farben der Metalle für die verschiedenen Theile des Spectrums den „Haupteinfallswinkel“, bei dem der Gangunterschied der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen eine Viertelwellenlänge beträgt und den Winkel, dessen Tangente das Verhältniß der Intensitäten dieser beiden Strahlen bei dem Haupteinfalls-

1) Brewster, *Phil. Trans.* 1830. Vol. 2, pag. 287. Diese Ann. Bd. 21, S. 219. 1831.

2) Neumann, Diese Ann. Bd. 62, S. 89. 1832.

3) Jamin, *Ann. de chim. et phys. Sér. III. T. 22, p. 311.* 1848. Diese Ann. Bd. 74, S. 532. 1848.

winkel giebt. In seinen weiteren Arbeiten über die elliptische Polarisation des Lichtes bei der Reflexion an Metallen und durchsichtigen festen und flüssigen Körpern ¹⁾ wandte er stets homogenes rothes Licht an und fand seine Resultate in Uebereinstimmung mit den von Cauchy aufgestellten theoretischen Formeln. In einer ähnlicher Weise sind die sorgfältigen neueren Arbeiten von Hrn. Quincke ²⁾ angestellt, wobei derselbe auch den Einfluß der verschiedenen Herstellung der Metallspiegel und ihrer Dicke in Betracht zieht. Ausser von Hrn. Jamin besitzen wir noch von Hrn. van der Willigen ³⁾ Messungen, die sich auf Licht verschiedener Wellenlänge beziehen. Er ermittelte die Ellipticitätsconstanten für eine Reihe von Fraunhofer'schen Linien bei Indigo und Blutstein. Dabei ersetzte er, wie auch schon Hr. Jamin, das Verhältniß der Intensitäten beim Haupteinfallswinkel durch das Verhältniß der Amplituden; wir wollen diese GröÙe das „*Hauptamplitudenverhältniß*“ nennen. Er beschäftigte sich aber ebenso wenig, wie Hr. Jamin in seiner Arbeit über die Farben der Metalle, mit der Bestimmung der Verzögerungen und der Verhältnisse der Amplituden bei verschiedenen Einfallswinkeln. Die von Hrn. van der Willigen untersuchten Körper zeigen die sogenannten Oberflächenfarben, deren erste nähere Untersuchung wir, wenn auch nur in qualitativer Hinsicht, Haidinger ⁴⁾ verdanken. Außerdem hat Hr. Stokes über die Körper mit Oberflächenfarben und die elliptische Polarisation an denselben ⁵⁾ einige theoretische Bemerkungen veröffentlicht, die aber nur an qualitative Schätzungen und Beobachtungen anknüpfen.

1) Jamin, *Ann. de chim. et phys. Sér. III, T. 19.* 1847, 29. 1840, 31. 1851. Diese Ann. Erg. II, S. 437. Erg. III, S. 282 u. S. 269.

2) Diese Ann. Bd. 128, S. 541. 1866.

3) Diese Ann. Bd. 127, S. 464. 1862.

4) Neben anderen Stellen: *Berichte. d. Wiener Akademie* Bd. 8, S. 97. 1852.

5) *Phil. Mag. Vol. 6, p. 293.* Diese Ann. Bd. 91, S. 393. 1854, cf. auch O. E. Meyer, diese Ann. Bd. 145, S. 80. 1870.

In der vorliegenden Arbeit hat sich der Verfasser die Aufgabe gestellt, Messungen der elliptischen Polarisation bei der Reflexion an Körpern mit Oberflächenfarben für eine Reihe von Einfallswinkeln und für verschiedene Fraunhofer'sche Linien auszuführen, einmal um die früheren Schlüsse zu bestätigen, sodann um einige neue Gesichtspunkte für das noch so dunkle Capitel der Oberflächenfarben zu gewinnen.

§. 2.

Unter den von den verschiedenen Forschern benutzten Methoden leidet die älteste und directeste von Brewster¹⁾ an manchen Uebelständen. Bei ihr wird polarisirtes Licht von zwei parallel einander gegenüberstehenden Platten reflectirt, und es werden die Einfallswinkel bestimmt, bei denen nach zwei- oder mehrmaliger Reflexion das Licht wieder geradlinig polarisirt wird. Außerdem wird die Lage der Polarisationsebene des reflectirten Lichtes gegen die des einfallenden aufgesucht. Die Ungenauigkeiten dieser Methode liegen einmal in der Unmöglichkeit, ganz gleiche Platten herzustellen; sind ferner die Platten nicht ganz eben, so mengt sich dem elliptisch polarisirten Licht durch diffuse Reflexion noch natürliches bei, wodurch eine Einstellung auf ein Minimum der Helligkeit statt auf Dunkelheit nothwendig wird. Da aber die Helligkeit des reflectirten Lichtes bei verschiedenen Einfallswinkeln nach einander untersucht werden, so vergeht zwischen je zwei Beobachtungen eine längere Zeit, und dadurch wird die Vergleichung sehr erschwert.

Neben dieser Methode benutzte Hr. Jamin²⁾ noch eine andere. Er liefs das durch einmalige Reflexion elliptisch polarisirte Licht durch einen Kalkspath gehen und suchte die Lagen seines Hauptschnittes auf, bei denen der extraordinäre und ordinäre Strahl eine gleiche Helligkeit

1) *Phil. Trans.* 1830. Vol. 2, p. 287; Diese Ann. Bd. 21, S. 219. 1831.

2) *Ann. de chim. et phys. Sér. III, T. 29, p. 296.* 1850; Diese Ann. Erg. II. S. 437.

besitzen. Aus diesen Lagen können dann die Richtungen der Axen der von den Aethertheilchen beschriebenen Ellipsen bestimmt werden. Wie bereits Sénarmont hervorhob, ist die Genauigkeit einer derartiger Einstellung ziemlich gering und verschieden für verschiedene Individuen.

Sénarmont¹⁾ selbst hatte schon früher eine andere Methode angegeben. Er bediente sich der Combination eines Glimmerblättchens, in dem die beiden nach den Hauptschnitten polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge erleiden und eines Kalkspathes, dem er in einzelnen Fällen noch einen Turmalin beifügte, um das eine Bild des Kalkspathes auszulöschen. Er stellte durch Drehen des Glimmerblättchens und Kalkspathes auf ein Minimum der Helligkeit des einen Bildes ein. Da er meinte, daß homogenes Licht zu lichtschwach sey, so wandte er nur weißes an und erhielt so Messungen für das mittlere Gelb, da beim Verschwinden dieser Farbe aus dem weißen Licht die Intensität des gefärbten am kleinsten ist.

Auch Hr. Stokes²⁾ hat später unter Ersetzung des Kalkspathes und Turmalins durch ein Nicol'sches Prisma diese Methode wieder aufgenommen und erklärt sich, ohne indeß die gemessenen Werthe anzugeben, mit der Genauigkeit zufrieden.

In seiner Arbeit über die elliptische Polarisation des Lichtes bei der Reflexion an der Oberfläche krystallinischer Medien benutzte ferner Sénarmont³⁾ eine vortreffliche aber leider nur für weißes Licht anwendbare Methode. Polarisiertes Licht, das durch die beiden Hälften einer Soleil'schen Quarzdoppelplatte gegangen war, wurde von einer das Licht elliptisch polarisirenden Fläche reflectirt und durch ein doppeltbrechendes Prisma aufgefangen. Im Allgemeinen erscheinen sowohl die beiden durch den Kalkspath erzeugten Bilder der Quarzplatte unter einander,

1) *Ann. de chim. et phys.* T. 53, p. 337. 1840; Diese Ann. Erg. I, S. 451.

2) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. 2, p. 420*; Diese Ann. Erg. III, S. 475.

3) *Ann. de chim. et phys. Sér. III, T. 20. 1847*; Diese Ann. Erg. II, S. 513.

als auch in ihren einzelnen Hälften verschieden gefärbt. Man dreht den Kalkspath so lange bis die beiden Hälften des einen Bildes gleich gefärbt erscheinen; aus dieser Lage berechnen sich dann die Phasenunterschiede und die Amplitudenverhältnisse. Verhalten sich die reflectirenden Körper für die verschiedenen Farben nicht sehr nahe gleich, so haben aber Bestimmungen für das weiße Licht wenig Werth. Bei Anwendung homogenen Lichtes leidet die Methode auch an der Schwierigkeit, gleiche Helligkeiten zu vergleichen. Sie ist deshalb für unsern Zweck, wo gerade homogenes Licht untersucht werden soll, nicht brauchbar.

Die Jamin'sche ¹⁾ Methode, die auf der Anwendung des zu einem Meßinstrument umgewandelten Compensators von Babinet in Verbindung mit einem Nicol'schen Prisma besteht, ist wohl unstreitig von den bisher angewandten Methoden die beste. Doch muß man bei derselben schon von vorneherein homogenes Licht auf den Apparat fallen lassen, was stets umständlich und mit großen Lichtverlust verbunden ist. Ferner giebt es, so viel mir scheint, kein einfaches Mittel, durch das eine genaue Orientirung der Axen der beiden Quarzkeile gegen die Einfallsebene und unter einander ermöglicht wäre. Ein Fehler in dieser Einstellung führt aber einen ebenso großen Fehler in die Bestimmung der Lage der Axen der von den Aethertheilchen beschriebenen Ellipsen ein. Wie wenig genau außerdem unter Umständen die Bestimmungen der Amplitudenverhältnisse sind, zeigt der höchst eigenenthümliche Gang dieser GröÙe bei einigen der so sorgfältigen Messungen von Hrn. Quincke. ²⁾ Auf die Mängel der Bestimmung der Einfallswinkel mittelst der Jamin'schen Methode, bei der sie durch Coincidiren der Schatten verschiedener Fadenkreuze bestimmt werden, weist Herr Quincke ³⁾ auch bereits hin.

1) *Ann. de chim. et phys. Sér. III, T. 29, p. 263. 1850; Diese Annalen, Erg. III, S. 232.*

2) *Diese Ann. Bd. 128, S. 541. 1866. Tabelle XXX. a.*

3) *L. c. S. 546.*

§. III.

Um die Fehler und Schwierigkeiten der angeführten Methoden nach Kräften zu beseitigen, habe ich mich unter Zugrundlegung der von Sénarmont benutzten Verbindung eines Glimmerblättchens und eines Polarisators der folgenden Methode bedient.

Das von einem Heliostaten in das dunkle Zimmer reflectirte Sonnenlicht fiel auf das Collimatorfernrohr eines Spectrometers, welches von der *Soc. génev. pour la constr. d'appareil de phys.* gearbeitet war. Sein Kreis war bis auf Drittgrade getheilt. Um die Axe des Apparates konnten ein in der Mitte befindlicher Tisch, der durch drei Schrauben verstellbar war, ein Beobachtungsfernrohr und das Collimatorfernrohr gedreht werden; doch wurde letzteres meist fest gestellt. An allen drei Theilen waren Nonien angebracht, vermittelst deren man Winkel bis auf Minuten genau ablesen konnte.

Zu den Untersuchungen über die elliptische Polarisation wurden folgende Veränderungen vorgenommen. Das Rohr des Collimatorfernrohrs wurde sammt der Linse unverändert beibehalten. Den Spalt ersetzte ich durch einen etwas weiteren vertikalen von $2\frac{3}{4}$ Mm. Breite und 8 Mm. Höhe, über dessen Mitte ein horizontaler Faden gespannt war, und stellte ihn so ein, daß er sich im Brennpunkt der Collimatorlinse befand. Vor dem Spalt wurde ein in der Axe eines vertikalen Theilkreises drehbares Nicol-sches Prisma befestigt, dessen Stellungen mittelst eines Nonius bis auf 5' genau bestimmt werden konnten. Dies Nicol diente als Polarisator.

Das Beobachtungsfernrohr wurde (cf. Fig., welche einen schematischen Durchschnitt giebt) durch eine Messingröhre *Q* von gleicher Weite ersetzt, in welcher sich eine Hülse *h* drehte, die einen in Grade getheilten Kreis *k* trug. Die Theilung lief im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers. Die Stellung dieses Kreises konnte an einem Nonius *R*, der an einem der Röhre *Q* angeschraubten Arme *J* befestigt war, abgelesen werden. Vermittelst einer

durch denselben Arm *J* hindurchgehenden Schraube *f* konnte der Kreis in jeder Lage festgehalten werden. Auf das im Innern der Röhre *Q* befindliche Ende der Hülse *h* war ein Glimmerblättchen *g* aufgeklebt (die beiden nach den Hauptschnitten polarisirten Strahlen erlitten in ihm einen Gangunterschied von etwa einer Viertelwellenlänge); auf seiner Fassung war die Richtung des einen Hauptschnittes, den wir den ersten nennen wollen, markirt. In

der Hülse *h* drehte sich eine zweite Hülse *i*, in welcher sich ein Nicol'sches Prisma *n* befand, die Hülse *i* trug an einem Arm *p* einen Nonius *t*, welcher auf der Theilung des Kreises *k* spielte; durch Blendungen *m* und *s* wurde alles seitliche Licht abgehalten.

Von der Röhre *Q* aus war ein starker Bügel *B* von Messing um den Kreis *k* herumgeführt, der ein kleines Spectroskop à vision directe von Browning *v* trug, dessen Axe mit den Axen der Hülse *h*, des Nicol *n* und der Röhre *Q* zusammenfiel und dessen denselben zugekehrter Spalt vertical stand.

Die Anwendung des Spectroskopes bot den großen Vortheil, daß man, ohne homogenes Licht von verschiedener Farbe auf den Apparat fallen zu lassen, unter Anwendung des weißen Sonnenlichtes nach einander in einer *ununterbrochenen* Beobachtungsreihe das Verhalten elliptisch polarisirten Lichtes von jeder durch die Fraunhofer'schen Linien im Spectrum bestimmten Wellenlänge untersuchen konnte.

Um nun den Apparat für die Untersuchung der elliptischen Polarisation bei der Reflexion an ebenen Flächen zu benutzen, konnte auf den mittleren Tisch in der Nähe seiner Drehungsaxe eine vertikale Metallplatte aufgeschraubt werden. Gegen diese wurde die zu untersuchende Spiegelplatte und darauf eine zweite mit einem weiten Ausschnitt versehene Metallplatte gelegt, die durch zwei Schrauben an ersterer festgehalten wurde. Das auf den Apparat fallende und durch das Nicol'sche Prisma gradlinig polarisirte Licht polarisirt die reflectirende Platte in der Mitte des Tisches elliptisch. Eine nähere Untersuchung dieses wird dann vermittelt der Combination des Nicol'schen Prismas und Glimmerblättchens in Verbindung mit dem Browning'schen Spectroskop für die verschiedenen Farben ausgeführt.

§. IV.

Der Gang der Untersuchung war folgender. Zuerst wurde unter Fortlassung der Metallplatte auf dem mittleren Tische die Axe des Collimatorfernrohres, welche durch die Verbindungslinie der Mitte des Querfadens über den Spalt und der Mitte der Collimatorlinse gegeben ist, nach der bekannten Methode¹⁾ senkrecht zur Drehungsaxe ge-

- 1) Man stellt auf den Tisch des unveränderten Spectralapparates eine planparallele Glasplatte, erleuchtet das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres und zieht es so weit aus, bis das direct gesehene Fadenkreuz und das durch die Reflexion von der planparallelen Glasplatte entstehende Bild desselben bei Verschieben des Auges keine Verschiebungen mehr gegeneinander erleiden, dann steht das Fernrohr auf unendlich ein. Hierauf bringt man das Beobachtungsfernrohr dem Collimator gegenüber und zieht diesen so weit aus, daß das Bild

stellt. Hierauf wurde unter Weglassung des Browning'schen Spectroskopes die analysirende Vorrichtung der polarisirenden so gegenübergestellt, daß ihre Axen zusammenfielen. Das Glimmerblättchen und das Nicol'sche Prisma wurden so lange gegen einander gedreht, bis das vom ersten Nicol polarisirte Licht ausgelöscht war. Es fiel dann die bekanntlich der längeren Diagonale des Querschnittes entsprechende Polarisationssebene desselben mit dem einen Hauptschnitt des Glimmerblättchens zusammen. Es wurde hierbei beachtet, ob diese Coincidenz für den ersten, durch den Pfeil markirten, oder den anderen Hauptschnitt des Glimmerblättchens stattfand. Die Lage des am Nicol'schen Prisma befindlichen Nonius wurde notirt, wenn Pfeil und Längsdiagonale parallel lagen, im anderen Falle wurden noch 90° zur betreffenden Ablesung hinzugeaddirt. Diese Ablesung giebt eine der Nulllagen des Apparates.

Nach Entfernung der analysirenden Vorrichtung wurde statt ihrer das Beobachtungsfernrohr eingesetzt. Der Schnitt-

des Spaltes gegen das Fadenkreuz bei Verschiebung des Auges sich nicht mehr verschiebt. Dann bringt man den Schnittpunkt des Fadenkreuzes des Fernrohres, durch Drehen dieses um eine horizontale Axe, mit einem Punkte des Querfadens über den Spalt zur Deckung, die Axen der beiden Fernröhre fallen dann zusammen. Durch Drehen des Fernrohres um eine verticale Axe sucht man das von der Glasplatte reflectirte Bild des Spaltes auf. Kann man nicht durch bloße Drehung um eine verticale Axe den Querfaden und den Schnittpunkt des Fadenkreuzes zur Deckung bringen, so corrigirt man die Abweichung zum Theil durch Drehen der Glasplatte mittelst der an dem früher erwähnten Tischchen befindlichen Schrauben und zum Theil durch Heben oder Senken des Collimator- und Beobachtungsfernrohres, sucht das von der Platte reflectirte Bild desselben auf, corrigirt, falls sich die Schnittpunkte der Fadenkreuze nicht zur Deckung bringen lassen, halb die Stellung der Glasplatte, halb die des Fernrohres. Durch Fortsetzung dieser Correctionen gelangt man dahin, daß sowohl direct gesehen, als auch im reflectirten Bild der Schnittpunkt des Fadenkreuzes auf den Querfaden des Spaltes fällt, und das auch das reflectirte Bild des Fadenkreuzes mit diesem selbst zur Deckung durch bloßes Drehen um eine verticale Axe gebracht werden kann. Dann stehen die beiden Fernröhre senkrecht zur Drehungsaxe und diese liegt parallel der Ebene der Platte.

punkt eines Fadenkreuzes wurde auf die Mitte des quer über den Spalt laufenden Fadens eingestellt und die Lage des mit dem Fernrohr verbundenen Nonius abgelesen. Sie sey a . Alsdann wurde auf dem Tischchen die zu untersuchende Platte, welche bei der Reflexion das Licht elliptisch polarisirt (ein Metallspiegel u. s. f.), befestigt, ihre Ebene parallel der Drehungsaxe gestellt, indem man sie mit den 3 Schrauben so lange verstellte, bis der Quersfaden über den Spalt im reflectirten Licht durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes ging. Der mit dem Tischchen verbundene Nonius wurde dann auf 0 gestellt, der Schnittpunkt des Fadenkreuzes auf die Mitte des Spaltes im reflectirten Licht eingestellt und der Nonius am Beobachtungsfernrohr abgelesen. Die Ablesung ergebe b . Es ist dann der Einfallswinkel der von dem Spiegel reflectirten Strahlen gleich

$$90 - \frac{b-a}{2}.$$

Ist dann bei ferneren Beobachtungen der Tisch mit dem Spiegel gegen seine Nullstellung um c Grad gedreht, so ergibt sich der Einfallswinkel ohne weitere Beobachtung

$$i = 90 - \frac{b-a}{2} - c.$$

Das Ocularfernrohr wurde darauf entfernt und statt seiner die Combination des Glimmerblättchens mit dem Nicol eingesetzt und das Nicol'sche Prisma so eingestellt, daß seine Polarisationsebene mit einem der Hauptschnitte des Glimmerblättchens zusammenfiel (dann wirkt die analysierende Vorrichtung wie ein einfaches Nicol'sches Prisma). Nun drehte man die ganze Vorrichtung mittelst des Kreises k und gleichzeitig das polarisierende Nicol so lange, bis das an der spiegelnden Platte reflectirte Licht, das im Allgemeinen elliptisch polarisirt ist, ausgelöscht wurde. Jetzt fiel die Polarisationsebene des polarisierenden Nicol'schen Prismas mit der Einfallsebene zusammen oder stand senkrecht darauf, indem nur in diesen beiden Fällen metallisch wirkende Körper polarisirtes einfallendes Licht auch

als gradlinig polarisirtes reflectiren. Welches von beiden der Fall war, entschied wieder die Lage der Längsdiagonale des Querschnittes am polarisirenden Nicol. Durch diese Bestimmung ist auch die Lage des durch den Pfeil bezeichneten Hauptschnittes gegeben.¹⁾

Hierauf drehte man das polarisirende Nicol'sche Prisma um einen bestimmten Winkel gegen die Einfallsebene, die Tangente des Neigungswinkels ergab dann das Verhältniß der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Lichtstrahlen. Nach Vorsetzung des Browning'schen Spectroskopes wurde darauf das Glimmerblättchen und das zugehörige Nicol'sche Prisma so lange gegeneinander gedreht, bis ein dunkler Streifen im Spectrum erschien; derselbe wurde durch weiteres Drehen auf eine Fraunhofer'sche Linie gerückt und dort auf ein Maximum der Dunkelheit gebracht. Wie später gezeigt werden wird, giebt es zwei wirklich, d. h. nicht um 180° verschiedene Lagen des Glimmerblättchens und des Nicol'schen Prismas, bei denen dies eintritt; sie wurden beide notirt.

Die Erscheinung eines schwarzen Streifens im Spectrum zeigt an, daß das an der spiegelnden Fläche elliptisch polarisirte Licht durch den Durchgang durch das Glimmerblättchen wiederum linear polarisirt ist, und daß seine Polarisationssebene (die wiederhergestellte Polarisationssebene) auf der Polarisationssebene des analysirenden Nicols senkrecht steht.

§. 5.

Hat das Glimmerblättchen eine solche Dicke, daß für Licht von mittlerer Brechbarkeit die nach den Hauptschnitten polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von

- 1) Die an dem Collimatorfernrohr befestigte Linse stört hier, wie bei den folgenden Versuchen, die Polarisationserscheinungen nicht; die etwa zu befürchtende Depolarisation des Lichtes durch die Linse ist nicht merklich. Denn wurde dieselbe zwischen zwei auf eine helle Lichtquelle gerichtete Nicols eingeschaltet, so konnte mit gleicher Sicherheit auf Dunkelheit eingestellt werden, wie ohne die Linse. Dagegen ermöglichte sie eine genaue Bestimmung der Einfallswinkel, die bei dem Jamin'schen Verfahren nicht so gut ausführbar erscheint.

einer Viertelwellenlänge ($\frac{\lambda}{4}$) besitzen, so sind die Abweichungen für die übrigen Theile des Spectrums nicht so bedeutend, daß wir nicht wenigstens für qualitative Versuche sie vernachlässigen könnten. Da bei dem Haupteinfallswinkel für eine beliebige Farbe der Gangunterschied der in und senkrecht zu der Einfallsebene poralisirten Strahlen $\frac{1}{4}\lambda$ ist, so wird in diesem Falle das elliptisch polarisirte Licht auf geradliniges zurückgeführt, wenn der eine Hauptschnitt des Glimmerblättchens in der Einfallsebene liegt, und man kann dann durch alleiniges Drehen des Nicol'schen Prismas einen schwarzen Streifen für die betreffende Farbe erzeugen. Ist umgekehrt der eine Hauptschnitt in die Einfallsebene gestellt, und gelingt es durch bloßes Drehen des Nicols bei einem bestimmten Einfallswinkel den schwarzen Streifen im Spectrum für eine Farbe hervorzurufen, so ist der betreffende Einfallswinkel der Haupteinfallswinkel für diese Farbe und die Neigung der Polarisationsebene des Nicols gegen die Einfallsebene bestimmt das Hauptamplitudenverhältniß. Es lassen sich so die Haupteinfallswinkel annähernd ohne genauere Messungen bestimmen und in einzelnen Fällen schon gewisse Eigenthümlichkeiten ihres Verlaufes für die verschiedenen Farben ermitteln. Bringt man also z. B. den Hauptschnitt des Glimmerblättchens bei einem Einfallswinkel in die Einfallsebene und verschwindet beim Drehen des Nicols auf einmal das ganze Spectrum oder größere Theil desselben, so zeigt dies, daß die ausgelöschten Farben nahe denselben Haupteinfallswinkel und nahe dasselbe Hauptamplitudenverhältniß besitzen. Verschwinden dagegen beim alleinigen Drehen des Nicols nach einander verschiedene Theile des Spectrums, so haben diese Farben denselben Haupteinfallswinkel, aber verschiedene Hauptamplitudenverhältnisse.

§. VI.

Für genauere qualitative Bestimmungen bedarf es noch einer mathematischen Ableitung der zu bestimmenden

Größen aus den beobachteten Werthen. Sind m und n die Ablesungen an dem Arm R und dem Nonius t , wenn der erste Hauptschnitt des Glimmerblättchens und die Polarisationssebene des Nicol'schen Prisma in der Einfallsebene liegen, m_1 und n_1 dagegen die Ablesungen von R und t bei einem beliebigen Einfallswinkel und einem Auftreten des dunkeln Streifen, so ist die Neigung des Hauptschnittes des Glimmerblättchens bei dieser Lage gegen die erste

$$\varphi = m - m_1;$$

die Neigung ψ' der durch die Einschaltung des Glimmerblättchens wiederhergestellten Polarisationssebene gegen den Hauptschnitt des Glimmerblättchens aber

$$\psi' - n_1 = n + 90.$$

Diese beiden Größen hängen ab

1. von der Verzögerung der beiden in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten, von der Spiegelfläche reflectirten Strahlen,
2. von dem Verhältniß der Amplituden dieser beiden Strahlen,
3. von der Verzögerung, die die beiden, durch das Glimmerblättchen gehenden Strahlen in diesem erleiden. Es ist diese für jede Farbe eine andere Constante.¹⁾

In der Einfallsebene liege die x Axe, der Lichtstrahl selbst bilde die z Axe, die Verschiebung parallel der x Axe sey u , parallel der y Axe v , die Phasenänderungen der parallel und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Componenten seyen δ und ε und das Verhältniß der Amplituden dieser beiden Strahlen nach der Reflexion sey $\tan \psi$, wenn es vor derselben gleich Eins war, dann sind die Bewegungsgleichungen des reflectirten Strahles

$$(1) \quad \dots \quad \begin{cases} u = \cos \psi \sin (t + \delta) \\ v = \sin \psi \sin (t + \varepsilon) \end{cases}$$

Schalten wir in den Weg des Lichtstrahles ein Glimmer-

1) Die folgende Ableitung ist in ihren Grundzügen von Hrn. Kirchhoff gegeben.

blättchen ein, so können durch dieses nur Strahlen gehen, deren Schwingungen parallel den beiden Hauptschnitten stattfinden. Um die Strahlen nach ihrem Durchgang durch das Glimmerblättchen zu untersuchen, wollen wir deshalb die Bewegungsgleichungen auf ein Coordinatensystem beziehen, dessen Axen x' und y' parallel den Hauptschnitten des Glimmerblättchens sind. In Bezug auf dieses Coordinatensystem lauten die Gleichungen

$$(2) \quad \dots \quad \begin{cases} u' = \cos \psi' \sin (t + \delta') \\ v' = \sin \psi' \sin (t + \epsilon') \end{cases}$$

$\delta' \epsilon' \psi'$ sind abhängig von der Neigung des zweiten Coordinatensystems gegen das erste. Geht nun das Licht durch das Glimmerblättchen, so werden die Phasen des parallel den beiden Hauptschnitten $x' y'$ polarisirten Lichtes um δ'' und ϵ'' geändert, so daß die Bewegungsgleichungen nach dem Austritt sind:

$$\begin{aligned} u'' &= \cos \psi' \sin (t + \delta' + \delta'') \\ v'' &= \sin \psi' \sin (t + \epsilon' + \epsilon''). \end{aligned}$$

Es finden sich nun zwei Lagen des Glimmerblättchens und des analysirenden Nicols, für welche

$\delta' + \delta'' = \epsilon' + \epsilon' + \epsilon''$ oder $\epsilon' - \delta' = -\{\epsilon'' - \delta''\}$ ist. In diesem Falle ist das aus dem Glimmerblättchen austretende Licht linear polarisirt, da beide Strahlen gleiche Phasenänderungen erlitten haben, und $\operatorname{tg} \psi'$ giebt das Verhältniß der Verrückungen parallel x' und y' an. Den Winkel ψ' und den Neigungswinkel von x' gegen x geben aber die Messungen, so daß es möglich ist aus diesen Größen $\epsilon' - \delta'$ und $\epsilon'' - \delta''$, $\epsilon - \delta$ und $\operatorname{tg} \psi$ zu bestimmen. Diese Bestimmung ergibt sich folgendermaassen: Ist φ der Neigungswinkel von x' gegen x , so ist

$$\begin{cases} u' = u \cos \varphi + v \sin \varphi \\ v' = -u \sin \varphi + v \cos \varphi \end{cases} \quad \dots \quad (3)$$

Setzen wir hierin für $u v u' v'$ ihre Werthe aus 1 und 2, so erhalten wir nach Auflösung der vorkommenden Sinus und Cosinus folgende Gleichungen in $\sin t$ und $\cos t$

$$\begin{aligned}
\cos \psi' \sin t \cos \varepsilon' + \cos \psi' \cos t \sin \delta' &= \cos \varphi \cos \psi \sin t \cos \delta \\
&+ \cos \varphi \cos \psi \cos t \sin \delta + \sin \varphi \sin \psi \sin t \cos \varepsilon \\
&+ \sin \varphi \sin \psi \cos t \sin \varepsilon \\
\sin \psi' \sin t \cos \varepsilon + \sin \psi' \cos t \sin \varepsilon' &= -\sin \varphi \cos \psi \sin t \cos \delta \\
&- \sin \varphi \sin \psi \cos t \sin \delta + \cos \varphi \sin \psi \sin t \cos \varepsilon \\
&+ \cos \varphi \sin \psi \cos t \sin \varepsilon.
\end{aligned}$$

Diese Gleichungen gelten für jedes t , es müssen also in jeder auf beiden Seiten die Coëfficienten von $\sin t$ und $\cos t$ gleich seyn, hieraus folgt folgendes System von Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\alpha) \cos \psi' \cos \delta' &= \cos \varphi \cos \psi \cos \delta + \sin \varphi \sin \psi \cos \varepsilon \\
\beta) \cos \psi' \sin \delta' &= \cos \varphi \cos \psi \sin \delta + \sin \varphi \sin \psi \sin \varepsilon \\
\gamma) \sin \psi' \cos \varepsilon' &= -\sin \varphi \cos \psi \cos \delta + \cos \varphi \sin \psi \cos \varepsilon \\
\delta) \sin \psi' \sin \varepsilon' &= -\sin \varphi \cos \psi \sin \delta + \cos \varphi \sin \psi \sin \varepsilon
\end{aligned} \quad (4)$$

Quadriert man α und β und addirt sie, quadriert dann γ und δ und addirt sie und subtrahirt die beiden Summen von einander, so erhält man

$$(5) \quad \cos 2\psi' = \cos 2\psi \cos 2\varphi + \sin 2\psi \sin 2\varphi \cos (\varepsilon - \delta)$$

Multiplicirt man ferner β und γ , α und δ und subtrahirt die Producte, so erhält man

$$(6) \quad \sin 2\psi' \sin (\varepsilon' - \delta') = \sin 2\psi \sin (\varepsilon - \delta).$$

Multiplicirt man endlich α und γ , β und δ und addirt so findet man

$$\begin{aligned}
(7) \quad \sin 2\psi' \cos (\varepsilon' - \delta') &= -\sin 2\varphi \cos 2\psi \\
&+ \sin 2\psi \cos (\varepsilon - \delta) \cos 2\varphi.
\end{aligned}$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$a = 2\psi$$

$$c = 2\varphi$$

$$B = \varepsilon - \delta \quad A = 180 - (\varepsilon' - \delta')$$

so gehen Gl. 5, 6, 7 über in

$$(8) \quad \begin{cases} \text{I.} & \cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \\ \text{II.} & \sin b \sin A = \sin a \sin B \\ \text{III.} & \cos a \sin c = \cos A \sin b + \sin a \cos c \cos B. \end{cases}$$

Diese Gleichungen haben dieselbe Form, wie die, auf die man bei der Untersuchung eines sphärischen Dreieckes gelangt, in dem $a b c$ die Seiten, $A B C$ die Winkel bezeichnen.

Ebenso wie dort ergeben sich daraus die folgenden Gauss'schen oder Delamber'schen Formeln

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha) \cos \frac{a}{2} \sin \frac{B+C}{2} = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{b-c}{2} \\ \beta) \sin \frac{a}{2} \cos \frac{B-C}{2} = \sin \frac{A}{2} \sin \frac{b+c}{2} \\ \gamma) \sin \frac{a}{2} \sin \frac{B-C}{2} = \cos \frac{A}{2} \sin \frac{b-c}{2} \\ \delta) \cos \frac{a}{2} \cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2} \cos \frac{b+c}{2} \end{array} \right.$$

Zunächst soll eine Relation für A gesucht werden. Wir zeigen, daß den Gleichungen 8) zwei Werthsysteme von φ und ψ' Genüge leisten; es ergibt sich dann daraus auch, daß wir zwei Lagen des Glimmerblättchens und Nicols finden können, für die an derselben Stelle des Spectrums Dunkelheit entsteht.

Ist die Gleichung 8) II.

$$\sin b \sin A = \sin a \sin B$$

durch einen Werth b_1 erfüllt, so genügt ihr auch ein zweiter Werth

$$b_2 = 180 - b_1$$

da

$$\sin b_1 = \sin (180 - b_1)$$

Führen wir diese beiden Werthe von b in 8) I. und 8) III. ein und bezeichnen die ihnen entsprechenden zwei c Werthe mit c_1 und c_2 , so geben diese Gleichungen leicht die gesuchte Relation.

Multiplicirt man I. mit $\sin c_1$ resp. $\sin c_2$, III. mit $\cos c_1$ resp. $\cos c_2$ und addirt, so ergeben sich dann die folgenden zwei Gleichungen

$$\cos b_1 \sin c_1 - \sin b_1 \cos c_1 \cos A = \sin a \cos B$$

$$\cos b_2 \sin c_2 - \sin b_2 \cos c_2 \cos A = \sin a \cos B.$$

Nach Subtraction dieser beiden Gleichungen von einander ergibt sich unmittelbar

$$\cos A = \frac{\cos b_1 \sin c_1 - \cos b_2 \sin c_2}{\sin b_1 \cos c_1 - \sin b_2 \cos c_2}$$

da nun

$$b_1 + b_2 = 180^\circ$$

so ist

$$\cos b_1 = -\cos b_2$$

$$\sin b_1 = \sin b_2.$$

Also ist

$$\cos A = \frac{\cos b_1}{\sin b_1} \left\{ \frac{\sin c_1 + \sin c_2}{\cos c_1 - \cos c_2} \right\}.$$

Nun ist aber

$$\frac{\sin c_1 + \sin c_2}{\cos c_1 - \cos c_2} = - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{c_1 - c_2}{2}}.$$

Ferner ist

$$b_1 = 180 - b_2$$

also

$$b_1 = \frac{b_1}{2} + \frac{180 - b_2}{2}$$

$$\frac{\cos b_1}{\sin b_1} = \operatorname{cotg} \left\{ \frac{b_1}{2} + \frac{180 - b_2}{2} \right\} = - \operatorname{tg} \frac{b_1 - b_2}{2}$$

$$(10) \quad \cos A = \frac{\operatorname{tg} \frac{b_1 - b_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{c_1 - c_2}{2}}$$

Diese Gleichung bestimmt A , aber es bleibt noch unentschieden, ob wir es mit einem Winkel $+A$ oder $-A$ zu thun haben. Um dies zu entscheiden wurde das benutzte Glimmerblättchen mit einer gegen die Hauptaxe senkrecht geschnittenen Kalkspathplatte zwischen zwei gekreuzte Nicols gebracht. Es zeigte sich, daß, wenn die Hauptschnitte des Glimmerblättchens gegen das in der Kalkspathplatte erscheinende schwarze Kreuz um 45° geneigt waren, in der Richtung des mit dem Pfeil bezeichneten Hauptschnittes die Ringe eine Zusammenziehung erlitten. Daraus folgt, daß die nach diesem Hauptschnitt polarisirten Strahlen die verzögerten sind. Es ist also, da der Phasenunterschied der senkrecht und parallel zu dem Pfeil polarisirten Strahlen gleich

$$\varepsilon'' - \delta''$$

ist

$$\varepsilon'' - \delta'' > 0.$$

Nun ist aber auch

$$A = 180 + (\varepsilon'' - \delta'')$$

also

$$A > 180^\circ.$$

Hieraus ersehen wir, welcher der beiden Werthe für A aus der obigen Gleichung zu nehmen ist. So ist A vollständig bestimmt.

Aus dem Gleichungssystem 8) ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \alpha) \operatorname{tg} \frac{B-C}{2} &= \operatorname{tg} \frac{A}{2} \frac{\sin \frac{b-c}{2}}{\sin \frac{b+c}{2}} \\ \beta) \operatorname{tg} \frac{B+C}{2} &= \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \frac{\cos \frac{b-c}{2}}{\cos \frac{b+c}{2}} \\ \gamma) \operatorname{tg} \frac{a}{2} &= \operatorname{tg} \frac{b-c}{2} \frac{\cos \frac{B+C}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (11)$$

oder nach Einführung von ψ' , φ und ψ

$$\left. \begin{aligned} \alpha) \operatorname{tg} \frac{B-C}{2} &= \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \frac{\sin (\psi' - \varphi)}{\sin (\psi' + \varphi)} \\ \beta) \operatorname{tg} \frac{B+C}{2} &= \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \frac{\cos (\psi' - \varphi)}{\cos (\psi' + \varphi)} \\ \gamma) \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} (\psi' + \varphi) \frac{\cos \frac{B+C}{2}}{\cos \frac{B-C}{2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

In dem System 12 bestimmen (α) und (β) die Werthe von $\frac{B-C}{2}$ und $\frac{B+C}{2}$, also auch den Werth von B , während (γ) den Werth von ψ giebt. Dadurch sind alle zu suchenden Größen als Functionen der beobachteten ψ und φ ausgedrückt. Bei der Bestimmung von B ist es

unbestimmt, ob B einen Werth α oder $180 + \alpha$ hat. Je nach der Annahme, ob bei senkrechtem Einfall die in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von keiner oder einer halben Wellenlänge erleiden, wird der eine oder andere dieser Werthe zu nehmen seyn. In dem Folgenden ist die erstere Annahme gemacht, die wohl auch die richtigere ist, da bei senkrechtem Einfall alles um den einfallenden Strahl symmetrisch liegt. Um ferner aus B die Verzögerung in Theilen von einer Wellenlänge zu erhalten, hat man seinen Werth noch durch 360 zu dividiren. Diese GröÙe bezeichnen wir mit δ' , das nicht mit dem δ in Gleichung 1 zu verwechseln ist. Wir können also den Gangunterschied und das Amplitudenverhältniß der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen, und da durch diese beiden GröÙen die elliptische Polarisation des Lichtes vollständig gegeben ist, auch die letztere bestimmen. Je verschiedener die Ellipticität des Lichtes für die verschiedenen Farben ist, um so mehr werden die Lagen des Glimmerblättchens und des Nicol'schen Prismas für die verschiedenen Farben von einander abweichen, und um so genauere Resultate wird die Methode geben. Es haben nämlich, wenn die Ellipticität für die verschiedenen Theile sehr verschieden ist, trotzdem daß eine Farbe ausgelöscht ist, die umliegenden doch noch eine bedeutende Intensität; hierdurch ist eine gröÙere Schärfe des Streifens und damit eine gröÙere Genauigkeit der Einstellung bedingt.

§. VII.

Nach der oben angegebenen Methode wurden für zwei verschiedene Spiegel von Fuchsin (I und II), für einen Spiegel von Anilinviolett und für einen von Kupfer bei einer Reihe von Einfallswinkeln Messungen angestellt. Die Spiegel von Anilinviolett und Fuchsin waren durch Aufgießen von Lösungen der betreffenden Körper in Alkohol, auf Glasplatten hergestellt worden. Sie wurden erst einige Zeit nach ihrer Bereitung untersucht. Man

erhält dabei manchmal ziemlich gut spiegelnde ebene Flächen, doch konnte bis jetzt kein Verfahren gefunden werden, bei dem dies mit Sicherheit gelang. Das Mißlingen beruht darauf, daß die betreffenden Körper sich mehr oder weniger krystallinisch niederzuschlagen pflegen. Versucht man durch Poliren spiegelnde Flächen der Substanzen darzustellen, so erleiden die oberflächlichen Schichten einen Druck, und da dieser nicht nach allen Seiten gleich ist, so sind nicht alle Richtungen auf den Spiegeln gleichwerthig. Bei dem einen, besseren, Fuchsin Spiegel I wurden die Messungen bei Einfallswinkeln angestellt, die um je $2\frac{1}{2}^\circ$ auseinander lagen, bei den anderen Spiegeln standen sie um 5° von einander ab. Die Beobachtungen wurden für das Roth in der Gegend von C für die Linie D , für die Mitte zwischen den Linien E und b ($E\frac{1}{2}b$), die Linie F , und bei den Fuchsin spiegeln für einen Punkt des Spectrum, der etwa in der Mitte zwischen F und G ($F\frac{1}{2}G$) liegt, angestellt. Bei den Beobachtungen $E\frac{1}{2}b$ wurde der schwarze Streifen so eingestellt, daß seine beiden Ränder gleichweit von E und b abstanden. Die Messungen für $F\frac{1}{2}G$ sind ungenau, da sich einmal der betreffende Punkt nicht fest fixiren läßt, und das Spectrum in dieser Gegend schon ziemlich dunkel ist. Bei den Versuchen war stets die Polarisationssebene des polarisirenden Nicols um 45° gegen die Einfallsebene geneigt, so daß die Intensitäten der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Lichtstrahlen vor der Reflexion gleich waren.

In der Zusammenstellung der Resultate enthalten für jeden Spiegel die Tabellen I und II die beobachteten Größen m_1 , m_2 und n_1 , n_2 , über ihnen stehen die Werthe von m und n (cf. pag. 11). Ferner geben III und IV die aus diesen Größen berechneten Werthe von δ' , nämlich δ_1 , δ_2 und von $\text{tg } \psi$, nämlich $\text{tg } \psi_1$, $\text{tg } \psi_2$ (die beiden Werthe dieser Größen entsprechen den beiden Werthesystemen m_1 , n_1 und m_2 , n_2). Tabelle V giebt die Mittelwerthe von δ_1 und δ_2 $\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$ und von $\text{tg } \psi_1$ und $\text{tg } \psi_2$,

$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \psi_2}{2}$ und $(\operatorname{tg} \psi)^2$, d. h. das Intensitätsverhältniß der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen. In den Tabellen I bis V giebt die erste Verticalreihe den Einfallswinkel i . Tabelle VI endlich den Haupteinfallswinkel J , seine Tangente, die nach dem Brewster'schen Gesetz das Brechungsverhältniß des untersuchten Körpers für die betreffende Farbe giebt (s. weiter unten), das Hauptamplitudenverhältniß $\operatorname{tg} \Psi$ und das diesem entsprechende Hauptintensitätsverhältniß $(\operatorname{tg} \Psi)^2$. Die letzten Größen sind, falls der Haupteinfallswinkel nicht mit einem der beobachteten Einfallswinkel zusammenfiel, durch Interpolation gefunden. Das richtige Hauptamplitudenverhältniß liegt etwas höher als das so gefundene, da bei dem Haupteinfallswinkel das Amplitudenverhältniß ein Minimum erreicht.

Fuchsinspiegel I.

Er war von den untersuchten Spiegeln der beste und die Messungen an ihm die ausgedehntesten. Es lassen diese einen Schluß auf die bedeutende Genauigkeit machen, zu der man mit der angewandten Methode bei vollkommeneren Spiegeln, als sie mir zu Gebote standen, gelangen könnte, indem sie schon hier ziemlich groß ist.

Tabelle I.

Werthe von m_1 und m_2 .

$$m = 226\frac{1}{4}.$$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2
79° 4	202 $\frac{1}{2}$	293 $\frac{1}{2}$	200 $\frac{1}{4}$	291 $\frac{1}{4}$	195	283	191 $\frac{3}{4}$	278 $\frac{1}{2}$	190	278
76 34	206	398 $\frac{1}{4}$	205 $\frac{1}{4}$	296 $\frac{1}{4}$	199	285 $\frac{1}{4}$	194 $\frac{1}{2}$	280		
74 4	211 $\frac{1}{2}$	303	210 $\frac{1}{2}$	301 $\frac{1}{2}$	203	289 $\frac{1}{2}$	197 $\frac{3}{4}$	282	194 $\frac{3}{4}$	283
71 34	215 $\frac{1}{4}$	307	214 $\frac{1}{2}$	306 $\frac{1}{4}$	207	293	201 $\frac{1}{4}$	284 $\frac{1}{2}$		
69 4	220 $\frac{1}{4}$	312 $\frac{1}{2}$	219 $\frac{1}{2}$	311 $\frac{1}{2}$	211 $\frac{1}{2}$	296 $\frac{3}{4}$	205	287 $\frac{1}{2}$	201	287
66 34	224	317	223 $\frac{1}{4}$	316	216 $\frac{1}{4}$	301	208 $\frac{1}{2}$	290		
64 4	229	320 $\frac{1}{2}$	228	320 $\frac{1}{4}$	220 $\frac{3}{4}$	305	213	294	207	296
61 34	232	324 $\frac{1}{2}$	232 $\frac{1}{4}$	334	226	310 $\frac{1}{4}$	217	298		
59 4	236	328 $\frac{1}{4}$	236	328	230 $\frac{1}{2}$	314 $\frac{1}{2}$	220 $\frac{3}{4}$	300	213	300 $\frac{1}{2}$
56 34	239 $\frac{1}{2}$	331	240	332	234	319 $\frac{1}{2}$	224 $\frac{1}{2}$	305		
54 4	242 $\frac{1}{2}$	334 $\frac{1}{2}$	243	334 $\frac{3}{4}$	239 $\frac{1}{4}$	324	230	309	222	309 $\frac{1}{2}$
51 34	245 $\frac{1}{2}$	337 $\frac{1}{2}$	246 $\frac{1}{2}$	337 $\frac{1}{2}$	243	327 $\frac{1}{2}$	233 $\frac{1}{2}$	313 $\frac{1}{4}$		
49 4	249	340 $\frac{1}{4}$	249	340 $\frac{1}{4}$	246	332	238 $\frac{1}{2}$	319	230	318
46 34	251	342 $\frac{1}{2}$	252	343	249 $\frac{1}{2}$	335 $\frac{1}{2}$	242	823		
44 4	254	344 $\frac{3}{4}$	254	345 $\frac{1}{2}$	251 $\frac{3}{4}$	338 $\frac{1}{4}$	245	326 $\frac{1}{2}$	238	327

Die angegebenen Zahlen sind wie alle folgenden das Mittel aus je drei Ablesungen, bei C und D beträgt in einem einzigen Fall der Unterschied der abweichendsten Zahlen $1\frac{1}{4}$, bei $E\frac{1}{2}b$ $\frac{3}{4}$, bei F 2° , doch überschreitet er meist $\frac{1}{2}^\circ$ nicht, bei $F\frac{1}{2}G$ sind dagegen die Unterschiede weit beträchtlicher.

Tabelle II.

Werthe von n_1 und n_2 .

$$n = 282^\circ 45'$$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n
79° 4	188	287 $\frac{1}{2}$	184	291	182 $\frac{1}{4}$	293 $\frac{1}{4}$	184 $\frac{1}{2}$	290 $\frac{1}{2}$	190 $\frac{1}{2}$	285
76 34	188	287	182 $\frac{3}{4}$	292 $\frac{3}{4}$	180 $\frac{1}{2}$	294 $\frac{1}{2}$	183	292		
74 4	187	289	181	294	178 $\frac{1}{4}$	297	181	294	190 $\frac{1}{2}$	284
71 34	187	287	180 $\frac{3}{4}$	294 $\frac{1}{2}$	177	298	180 $\frac{1}{2}$	295 $\frac{1}{2}$		
69 4	186 $\frac{1}{4}$	289 $\frac{1}{4}$	180	296	176	299 $\frac{1}{2}$	178	297 $\frac{1}{4}$	189	287
66 34	187 $\frac{1}{2}$	288 $\frac{1}{2}$	180	295 $\frac{3}{4}$	174 $\frac{3}{4}$	300 $\frac{3}{4}$	177 $\frac{3}{4}$	298 $\frac{1}{2}$		

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2
64° 4	187 $\frac{1}{2}$	288 $\frac{1}{2}$	180	195 $\frac{1}{2}$	174 $\frac{1}{2}$	301 $\frac{1}{2}$	175 $\frac{3}{4}$	299	188	287
61 34	187 $\frac{1}{2}$	288 $\frac{1}{2}$	181	295	173	301 $\frac{3}{4}$	175 $\frac{3}{4}$	299 $\frac{1}{4}$		
59 4	187 $\frac{1}{2}$	289	180 $\frac{1}{2}$	294	174	302	175	300 $\frac{1}{2}$	189	284
56 34	189	287 $\frac{1}{2}$	181 $\frac{1}{2}$	293 $\frac{3}{4}$	174 $\frac{3}{4}$	301 $\frac{1}{4}$	175	300 $\frac{1}{2}$		
54 4	188 $\frac{1}{2}$	287 $\frac{1}{2}$	182 $\frac{1}{2}$	293	175	300 $\frac{1}{2}$	174	301 $\frac{3}{4}$	190	289
51 34	189	287 $\frac{1}{2}$	183 $\frac{1}{2}$	292 $\frac{1}{2}$	176	299 $\frac{1}{2}$	174 $\frac{1}{2}$	300 $\frac{1}{2}$		
49 4	189	287 $\frac{1}{2}$	184 $\frac{1}{2}$	291 $\frac{3}{4}$	177 $\frac{1}{2}$	298 $\frac{1}{2}$	176 $\frac{1}{2}$	299 $\frac{1}{2}$	191	287
46 34	189 $\frac{3}{4}$	286 $\frac{1}{2}$	185 $\frac{1}{4}$	290 $\frac{1}{2}$	178 $\frac{1}{2}$	297	177	298 $\frac{1}{2}$		
44 4	190	285 $\frac{3}{4}$	186	289 $\frac{1}{2}$	180	295 $\frac{1}{2}$	179	297	196?	285

Für C und D betragen die größten Abweichungen der Einstellungen 1° , für $E\frac{1}{2}b$ $1\frac{1}{2}^\circ$, für F 2° , doch blieben auch hier die Unterschiede meist weit unter dieser Gröfse.

Tabelle III.
Werthe von δ_1 und δ_2 .

i	C $A = 257^\circ$		D $A = 260^\circ$		$E\frac{1}{2}b$ $A = 277\frac{1}{2}''$		F $A = 283''$		$F\frac{1}{2}G$ $A = 295^\circ$	
	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2
79° 4	0,036	0,034	0,061	0,058	0,063	0,064	0,046	0,042	0,012	0,012
76 34	0,040	0,038	0,081	0,080	0,078	0,074	0,059	0,055		
74 4	0,066	0,066	0,111	0,107	0,099	0,098	0,070	0,067	0,012	0,004
71 34	0,086	0,069	0,139	0,137	0,115	0,114	0,081	0,080		
69 4	0,153	0,142	0,186	0,185	0,137	0,137	0,099	0,097	0,024	0,026
66 34	0,215	0,234	0,235	0,236	0,164	0,165	0,113	0,112		
64 4	0,354	0,330	0,281	0,284	0,192	0,193	0,134	0,128	0,032	0,035
61 34	0,397	0,390	0,330	0,326	0,227	0,228	0,149	0,150		
59 4	0,432	0,414	0,358	0,367	0,260	0,259	0,175	0,167	0,038	0,013
56 34	0,458	0,446	0,390	0,392	0,288	0,294	0,200	0,199		
54 4	0,458	0,455	0,410	0,409	0,324	0,324	0,240	0,235	0,055	0,152
51 34	0,469	0,463	0,427	0,422	0,350	0,349	0,267	0,264		
49 4	0,472	0,466	0,437	0,434	0,374	0,385	0,316	0,309	0,423	0,368
46 34	0,479	0,474	0,450	0,447	0,392	0,393	0,345	0,340		
44 4	0,482	0,480	0,455	0,456	0,423	0,409	0,376	0,366	0,385	0,472

Der größte Unterschied zwischen den beiden Werthen beträgt bei C 24, D 9, bei $E\frac{1}{2}b$ 14 und bei F 10 Tausendstel, doch ist er meist weit geringer, so daß hier die Ge-

nauigkeit als genügend betrachtet werden kann. Die in der Tabelle V gegebenen Mittelwerthe sind deshalb etwa bis auf 5 Tausendstel genau.

Tabelle IV.

Werthe von $\operatorname{tg} \psi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_2$.

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$
79° 4	0,425	0,449	0,497	0,499	0,663	0,643	0,761	0,740	0,759	0,762
76 34	0,366	0,351	0,408	0,416	0,590	0,590	0,721	0,689		
74 4	0,258	0,283	0,337	0,342	0,534	0,521	0,638	0,638	0,666	0,648
71 34	0,197	0,199	0,285	0,282	0,480	0,468	0,606	0,583		
69 4	0,137	0,144	0,247	0,259	0,428	0,426	0,529	0,527	0,509	0,524
66 34	0,091	0,099	0,227	0,231	0,391	0,390	0,455	0,487		
64 4	0,113	0,107	0,231	0,236	0,361	0,370	0,434	0,429	0,393	0,340
61 34	0,151	0,156	0,240	0,248	0,360	0,345	0,375	0,365		
59 4	0,211	0,215	0,287	0,278	0,337	0,346	0,358	0,370	0,272	0,273
56 34	0,259	0,256	0,324	0,329	0,333	0,347	0,329	0,330		
54 4	0,320	0,319	0,360	0,368	0,365	0,366	0,328	0,334	0,104	0,123
51 34	0,371	0,376	0,415	0,411	0,391	0,381	0,326	0,311		
49 4	0,441	0,438	0,456	0,463	0,412	0,425	0,318	0,316	0,059	0,092
46 34	0,478	0,484	0,513	0,510	0,456	0,457	0,342	0,328		
44 4	0,542	0,530	0,548	0,555	0,511	0,492	0,363	0,348	0,085	0,210

Diese Zahlen zeigen, daß für C die größten Abweichungen der beiden Werthe für das Amplitudenverhältniß etwa $2\frac{1}{2}$ Hundertel, für D etwa 1 Hundertel, für $E\frac{1}{2}b$ 2 Hundertel, für F 3 Hundertel betragen, daß aber die Fehler im Allgemeinen weit kleiner sind; die folgende Tabelle, welche die Mittel giebt, enthält auch sehr angenähert die wahren Werthe der Amplitudenverhältnisse bis auf Hundertel genau.

Tabelle V.

Werthe von δ , $\operatorname{tg} \psi$ und $(\operatorname{tg} \psi)^2$.

i	C			D			$E \frac{1}{2} b$			F			$F \frac{1}{2} G$		
	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$
79° 4	0,035	0,437	0,191	0,060	0,498	0,248	0,063	0,653	0,427	0,044	0,750	0,562	0,012	0,761	0,579
76 34	0,039	0,358	0,128	0,080	0,412	0,170	0,076	0,590	0,348	0,057	0,705	0,500		0,657	0,432
74 4	0,066	0,260	0,068	0,109	0,339	0,115	0,098	0,527	0,278	0,068	0,638	0,407	0,008		
71 34	0,077	0,198	0,039	0,138	0,283	0,080	0,115	0,471	0,222	0,080	0,594	0,353			
69 4	0,147	0,140	0,020	0,186	0,253	0,064	0,137	0,427	0,182	0,098	0,528	0,279	0,025	0,515	0,265
66 34	0,224	0,095	0,009	0,235	0,229	0,052	0,164	0,390	0,152	0,113	0,470	0,221			
64 4	0,342	0,110	0,012	0,283	0,234	0,055	0,192	0,366	0,134	0,131	0,432	0,187	0,033	0,365	0,133
61 34	0,393	0,153	0,023	0,328	0,244	0,060	0,227	0,352	0,124	0,149	0,370	0,137			
59 4	0,423	0,213	0,045	0,363	0,283	0,080	0,260	0,342	0,117	0,170	0,364	0,132	0,028	0,272	0,074
56 34	0,452	0,257	0,066	0,391	0,327	0,107	0,291	0,340	0,110	0,200	0,330	0,109			
54 4	0,457	0,320	0,102	0,410	0,364	0,132	0,324	0,366	0,134	0,237	0,332	0,110	0,075	0,114	0,013
51 34	0,465	0,373	0,139	0,425	0,413	0,171	0,350	0,389	0,151	0,266	0,320	0,102			
49 4	0,468	0,440	0,194	0,435	0,460	0,212	0,379	0,418	0,175	0,313	0,317	0,101	0,400	0,064	0,004
46 34	0,477	0,481	0,231	0,449	0,511	0,261	0,392	0,457	0,209	0,342	0,335	0,112			
44 4	0,481	0,536	0,287	0,455	0,553	0,306	0,416	0,501	0,251	0,371	0,355	0,126	0,430	0,150	0,023

Tabelle VI.

Werthe von J , $\text{tg } \Psi$, $\text{tg } J$, $(\text{tg } \Psi)^2$.

	C	D	$E\frac{1}{2}b$	F	$F\frac{1}{2}G$	G
J	66°3	65°45	59°48	53°	50°23	(53°)
$\text{tg } \Psi$	0,084	0,225	0,340	0,320	0,020	
$\text{tg } J$	2,251	2,220	1,718	1,327	1,252	(1,327)
$(\text{tg } \Psi)^2$	0,007	0,051	0,116	0,102	0,0004	

Nachdem bei dem Haupteinfallswinkel für F der Hauptschnitt des Glimmerblättchens so eingestellt war, daß durch Drehen des Nicols bei der Linie F Dunkelheit erzeugt wurde, so sprang bei weiterem Drehen des Nicols der schwarze Streifen nach G , es zeigt dies nach den früheren Ausführungen, daß für F und G die Haupteinfallswinkel nahe gleich sind, nach dieser Bestimmung ist der obige Haupteinfallswinkel von G angegeben.

Fuchsin Spiegel II.

Die Fuchsin schicht war etwas dicker als bei dem ersten Fuchsin Spiegel.

Tabelle I.

Werthe von m_1 und m_2 . $m = 227$.

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2
79° 5	200	292	198½	290	194½	281¾	191	277¾	189	277½
74 5	209½	302	208	300	202	287¾	196¾	280½	193½	281½
69 5	218¾	311	218	309	210	295½	203¼	286	198½	285½
64 5	226¼	320	226½	318½	220¼	304¼	211	292½	204	290½
59 5	235½	327½	235½	327	229¼	313¾	218½	298¾	212½	298
54 5	242½	334¾	242½	334	239	323	229½	307	217¼	307
49 5	248½	340	249	340	245½	331	237½	317	225	313
44 5	254	345	254	345	252	338	245	326¾		

Die größten Abweichungen der drei Messungen, deren Mittel diese Zahlen sind, betragen für C 1° , für D 1° , für $E\frac{1}{2}b$ 1° für F 2° und für $F\frac{1}{2}G$ $2\frac{1}{4}^\circ$.

Tabelle II.
Werthe von u_1 und u_2 .
 $n = 282\frac{1}{2}$.

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2
79° 5	187	289	183	292	183	293 $\frac{1}{2}$	185	290	190 $\frac{1}{2}$	284
74 5	185 $\frac{1}{2}$	290	179 $\frac{3}{4}$	295 $\frac{1}{4}$	178 $\frac{1}{4}$	297 $\frac{1}{2}$	181 $\frac{1}{2}$	294 $\frac{3}{4}$	189 $\frac{1}{2}$	287 $\frac{1}{2}$
69 5	185 $\frac{3}{4}$	290 $\frac{1}{4}$	179	296	175	300 $\frac{1}{2}$	177 $\frac{1}{4}$	296 $\frac{3}{4}$	189 $\frac{1}{2}$	286 $\frac{3}{4}$
64 5	184 $\frac{1}{4}$	291 $\frac{1}{2}$	178 $\frac{1}{2}$	296 $\frac{3}{4}$	172	302 $\frac{1}{2}$	175	302 $\frac{1}{4}$	187 $\frac{3}{4}$	289 $\frac{1}{4}$
59 5	185 $\frac{1}{2}$	289 $\frac{1}{4}$	179 $\frac{1}{2}$	295 $\frac{3}{4}$	173	302 $\frac{3}{4}$	174	302 $\frac{1}{2}$	188	288
54 5	187 $\frac{1}{2}$	289	181 $\frac{1}{4}$	294 $\frac{1}{4}$	173 $\frac{3}{4}$	301 $\frac{1}{2}$	172 $\frac{3}{4}$	303 $\frac{1}{2}$	189 $\frac{1}{2}$	287
49 5	187 $\frac{1}{2}$	288 $\frac{1}{4}$	183	292 $\frac{1}{4}$	176 $\frac{1}{2}$	299	174 $\frac{3}{4}$	300 $\frac{1}{2}$	190	287 $\frac{1}{2}$
44 5	189 $\frac{1}{4}$	287 $\frac{1}{4}$	185	291	179	296 $\frac{1}{4}$	177 $\frac{1}{4}$	299 $\frac{3}{4}$		

Bei diesen Zahlen betragen die größten Unterschiede der Messungen für C 1° , für D 1° , für $E\frac{1}{2}b$ 1° und für F 0° .

Tabelle III.
Werthe von δ_1 und δ_2 .

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	$A = 261^\circ$		$A = 260^\circ 30'$		$A = 272^\circ$		$A = 284^\circ 30'$		$A = 295^\circ$	
	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2
79° 5	0,039	0,043	0,064	0,061	0,058	0,066	0,043	0,040	0,012	0,007
74 5	0,070	0,071	0,109	0,107	0,095	0,096	0,065	0,069	0,018	0,026
69 5	0,125	0,130	0,172	0,162	0,134	0,136	0,096	0,089	0,022	0,023
64 5	0,261	0,278	0,255	0,256	0,191	0,187	0,126	0,145	0,033	0,044
59 5	0,405	0,402	0,343	0,339	0,246	0,248	0,159	0,155	0,043	0,047
54 5	0,448	0,440	0,394	0,394	0,312	0,309	0,226	0,225	0,043	0,072
49 5	0,460	0,454	0,426	0,429	0,360	0,362	0,290	0,290	0,079	0,180
44 5	0,474	0,470	0,448	0,445	0,401	0,400	0,357	0,352		

Die größten Abweichungen zwischen den beiden Werthen von δ betragen für C 11, für D 10, für $E\frac{1}{2}b$ 8, für F 19 und für $F\frac{1}{2}G$ 100 Tausendstel Wellenlänge.

Tabelle IV.

Werthe von $\text{tg } \psi_1$ und $\text{tg } \psi_2$.

i	C		F		$E\frac{1}{2}b$		F		$F\frac{1}{2}G$	
	$\text{tg } \psi_1$	$\text{tg } \psi_2$	$\text{tg } \psi_1$	$\text{tg } \psi_2$	$\text{tg } \psi_1$	$\text{tg } \psi_2$	$\text{tg } \psi_1$	$\text{tg } \psi_2$	$\text{tg } \psi_1$	$\text{tg } \psi_2$
79° 5	0,499	0,499	0,554	0,545	0,685	0,674	0,787	0,771	0,809	0,808
74 5	0,319	0,316	0,399	0,389	0,565	0,573	0,677	0,682	0,698	0,665
69 5	0,175	0,181	0,284	0,282	0,471	0,465	0,590	0,563	0,582	0,579
64 5	0,148	0,154	0,253	0,249	0,412	0,395	0,490	0,479	0,476	0,451
59 5	0,212	0,201	0,285	0,281	0,356	0,360	0,408	0,405	0,306	0,312
54 5	0,307	0,320	0,355	0,355	0,378	0,373	0,354	0,369	0,203	0,200
49 5	0,420	0,378	0,449	0,444	0,401	0,408	0,331	0,320	0,070	0,083
44 5	0,525	0,521	0,536	0,538	0,390	0,483	0,361	0,388		

Hier betragen die größten Abweichungen für C 10, für D 10, für $E\frac{1}{2}b$ 17, für F 27 und für $F\frac{1}{2}G$ 33 Tausendstel, doch sind fast stets die Abweichungen sehr viel geringer.

Tabelle V.

Werthe von δ , $\operatorname{tg} \psi$ und $(\operatorname{tg} \psi)^2$.

i	C			D			$E \frac{1}{2} \alpha$			F			$F \frac{1}{2} G$		
	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$
70° 5	0,041	0,499	0,249	0,062	0,550	0,303	0,061	0,679	0,461	0,041	0,779	0,607	0,009	0,808	0,653
74 5	0,070	0,317	0,101	0,108	0,394	0,155	0,096	0,569	0,324	0,067	0,679	0,461	0,022	0,681	0,463
69 5	0,127	0,178	0,032	0,167	0,283	0,080	0,135	0,468	0,219	0,093	0,576	0,332	0,023	0,580	0,337
64 5	0,269	0,152	0,023	0,255	0,252	0,064	0,189	0,403	0,163	0,136	0,484	0,234	0,038	0,463	0,214
59 5	0,403	0,206	0,042	0,341	0,283	0,080	0,247	0,358	0,128	0,157	0,407	0,166	0,045	0,308	0,095
54 5	0,444	0,313	0,098	0,394	0,355	0,126	0,310	0,375	0,141	0,226	0,361	0,130	0,057	0,261	0,040
49 5	0,457	0,400	0,160	0,428	0,446	0,208	0,361	0,405	0,164	0,290	0,325	0,106	0,099	0,076	0,006
44 5	0,473	0,523	0,274	0,447	0,537	0,288	0,400	0,486	0,236	0,357	0,374	0,140			

Tabelle VI.

Werthe von J , $\text{tg } \Psi$, $\text{tg } J$, $(\text{tg } \Psi)^2$.

	C	D	$E\frac{1}{2}b$	F	$F\frac{1}{2}G$
J	$64^{\circ}52$	$64^{\circ}22$	$58^{\circ}51$	$52^{\circ}14$	kleiner als $49^{\circ}5$
$\text{tg } \Psi$	0,114	0,250	0,35	0,315	kleiner als 0,076
$\text{tg } J$	2,181	2,084	1,655	1,294	
$(\text{tg } \Psi)^2$	0,014	0,063	0,123	0,099	

Die Gröfsen $\text{tg } J$ und Ψ zeigen hier ganz dieselben Verhältnisse, wie bei dem Fuchsin Spiegel I, wenn auch die Zahlen nicht ganz übereinstimmen.

Anilinviolettspiegel.

Der benutzte Spiegel war nicht sehr gut.

Tabelle I.

Werthe von m_1 und m_2 . $m = 226^{\circ}45$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2
$70^{\circ}5$	212	304	$212\frac{1}{2}$	$303\frac{1}{2}$	205	$289\frac{3}{4}$	$198\frac{3}{4}$	$280\frac{1}{2}$
$69^{\circ}5$	$222\frac{1}{2}$	$314\frac{1}{2}$	$221\frac{1}{2}$	314	$214\frac{3}{4}$	299	207	$285\frac{3}{4}$
$64^{\circ}5$	$230\frac{3}{4}$	$321\frac{3}{4}$	$230\frac{1}{2}$	323	$224\frac{1}{2}$	$308\frac{1}{4}$	$215\frac{1}{4}$	$293\frac{3}{4}$
$59^{\circ}5$	$238\frac{1}{4}$	330	$238\frac{1}{4}$	330	235	319	225	301
$54^{\circ}5$	$244\frac{3}{4}$	336	245	$336\frac{1}{2}$	243	$327\frac{1}{4}$	234	310
$49^{\circ}5$	$250\frac{3}{4}$	341	251	342	$249\frac{3}{4}$	335	$241\frac{1}{2}$	$320\frac{1}{2}$
$44^{\circ}5$	255	346	$255\frac{1}{4}$	$346\frac{1}{2}$	$255\frac{3}{4}$	$341\frac{1}{2}$	249	328

Die grössten Unterschiede der Messungen, aus denen die obigen Zahlen die Mittel sind, betragen für $C1\frac{3}{4}^{\circ}$, für $D1\frac{1}{2}^{\circ}$, für $E\frac{1}{2}b1\frac{1}{2}^{\circ}$ und für $F2^{\circ}$.

Tabelle II.

Werthe von n_1 und n_2 . $n = 282$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2
74°5	188	288 $\frac{1}{2}$	180 $\frac{1}{2}$	294 $\frac{3}{4}$	176 $\frac{1}{4}$	298 $\frac{3}{4}$	179	297 $\frac{1}{2}$
69 5	187 $\frac{1}{2}$	289 $\frac{1}{2}$	179 $\frac{1}{2}$	296 $\frac{3}{4}$	173 $\frac{1}{2}$	302 $\frac{1}{2}$	174 $\frac{1}{2}$	301 $\frac{1}{2}$
64 5	188	288	180	295 $\frac{1}{2}$	172 $\frac{1}{2}$	304	172 $\frac{1}{2}$	302
59 5	188 $\frac{1}{2}$	288	181	293 $\frac{1}{2}$	172	303	171	305
54 5	188 $\frac{1}{4}$	286 $\frac{3}{4}$	183	292 $\frac{1}{2}$	174 $\frac{3}{4}$	301 $\frac{1}{2}$	171 $\frac{1}{2}$	305 $\frac{1}{2}$
49 5	190 $\frac{1}{2}$	285	185	290 $\frac{1}{2}$	177 $\frac{1}{2}$	299	173 $\frac{3}{4}$	303
44 5	191 $\frac{1}{2}$	284 $\frac{3}{4}$	186 $\frac{1}{2}$	289	180	296	177	302

Hier betragen die größten Unterschiede für C 1 $\frac{1}{2}$ °, für D 1 $\frac{1}{4}$ °, für $E\frac{1}{2}b$ 1 $\frac{1}{2}$ °, und für F 2°.

Tabelle III.

Werthe von δ_1 und δ_2 .

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	$A = 260\frac{1}{2}$		$A = 265\frac{1}{2}$ °		$A = 277\frac{1}{2}$ °		$A = 285\frac{1}{2}$ °	
	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2
74°5	0,054	0,063	0,128	0,120	0,113	0,109	0,080	0,084
69 5	0,154	0,176	0,204	0,211	0,160	0,164	0,116	0,120
64 5	0,376	0,356	0,303	0,310	0,215	0,219	0,148	0,148
59 5	0,445	0,445	0,372	0,381	0,281	0,285	0,196	0,202
54 5	0,466	0,465	0,417	0,417	0,340	0,335	0,251	0,256
49 5	0,482	0,483	0,444	0,444	0,386	0,378	0,311	0,316
44 5	0,492	0,487	0,459	0,460	0,416	0,413	0,374	0,354

Hier betragen die größten Abweichungen zwischen den beiden Werthsystemen für C 22, für D 8, für $E\frac{1}{2}b$ 8 und für F 20 Tausendstel.

Tabelle IV.

Werthe von $\operatorname{tg} \psi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_2$.

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$
74°5	0,262	0,261	0,323	0,329	0,532	0,535	0,662	0,662
69 5	0,111	0,131	0,246	0,257	0,435	0,439	0,566	0,561
64 5	0,117	0,115	0,240	0,240	0,377	0,394	0,472	0,447
59 5	0,228	0,237	0,302	0,290	0,384	0,377	0,410	0,413
54 5	0,343	0,343	0,383	0,385	0,401	0,410	0,369	0,397
49 5	0,455	0,444	0,481	0,479	0,464	0,470	0,361	0,395
44 5	0,542	0,553	0,561	0,571	0,557	0,537	0,413	0,454

Die größten Abweichungen zwischen beiden Werthen von $\operatorname{tg} \psi$ beträgt für C 20, für D 12, für $E\frac{1}{2}b$ 20 und für F 43 Tausendstel.

Tabelle V.

Werthe von δ , $\operatorname{tg} \psi$, und $(\operatorname{tg} \psi)^2$.

i	C			D			$E\frac{1}{2}b$			F		
	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$	δ	$\operatorname{tg} \psi$	$(\operatorname{tg} \psi)^2$
74° 5	0,059	0,261	0,068	0,124	0,326	0,106	0,111	0,533	0,284	0,082	0,662	0,439
69 5	0,165	0,121	0,015	0,207	0,251	0,063	0,162	0,437	0,191	0,118	0,564	0,318
64 5	0,366	0,116	0,013	0,306	0,240	0,058	0,217	0,383	0,147	0,148	0,459	0,211
59 5	0,445	0,233	0,054	0,376	0,295	0,087	0,283	0,380	0,145	0,199	0,411	0,169
54 5	0,466	0,343	0,118	0,417	0,384	0,148	0,337	0,405	0,164	0,254	0,384	0,148
49 5	0,482	0,450	0,202	0,444	0,480	0,230	0,382	0,467	0,218	0,314	0,378	0,143
44 5	0,490	0,547	0,299	0,459	0,567	0,321	0,415	0,547	0,299	0,364	0,433	0,187

Tabelle VI.

Werthe von J , $\operatorname{tg} \Psi$, $\operatorname{tg} J$, $(\operatorname{tg} \Psi)^2$.

	C	D	$E\frac{1}{2}b$	F
J	66° 58	66° 55	61° 35	54° 27
$\operatorname{tg} \Psi$	0,065	0,214	0,362	0,384
$\operatorname{tg} J$	2,352	2,348	1,848	1,399
$(\operatorname{tg} \Psi)^2$	0,004	0,046	0,131	0,148

Kupfer.

Der benutzte Spiegel war nicht sehr gut und daher mögen auch die etwas bedeutenderen Fehler der Messungen, besonders bei der Bestimmung der Amplitudenverhältnisse, herrühren.

Tabelle I.

Werthe von m_1 und m_2 .

$$m = 222\frac{1}{2}^{\circ}$$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2	m_1	m_2
79° 8	181	287	185	280	194 $\frac{1}{2}$	279	198 $\frac{1}{4}$	276
74 8	187	310	195	293	208 $\frac{1}{2}$	289 $\frac{1}{2}$	213	284
69 8	215	341	214	317	224 $\frac{1}{2}$	302 $\frac{1}{2}$	230 $\frac{3}{4}$	295 $\frac{1}{2}$
64 8	237	349	237 $\frac{1}{2}$	336 $\frac{1}{2}$	240	318	245	311 $\frac{1}{2}$
59 8	247	356	247 $\frac{1}{2}$	343	247	327	250 $\frac{1}{2}$	322
54 8	254 $\frac{1}{2}$	354 $\frac{1}{2}$	254 $\frac{1}{2}$	348 $\frac{1}{2}$	252 $\frac{1}{2}$	335 $\frac{1}{2}$	255 $\frac{1}{2}$	332
49 8	258	356	258 $\frac{1}{2}$	351 $\frac{1}{2}$	257 $\frac{1}{2}$	341 $\frac{1}{2}$	260	338
44 8	260 $\frac{1}{2}$	356	260 $\frac{1}{2}$	352 $\frac{1}{2}$	259 $\frac{1}{2}$	345	261 $\frac{1}{2}$	342

Die Zahlen sind das Mittel aus je drei Beobachtungen. Dabei ist der größte Unterschied der Messungen für C 2°, für D 2°, für $E\frac{1}{2}b$ 1° und für F 1°.

Tabelle II.

Werthe von n_1 und n_2 .

$$n = 232^{\circ}53$$

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2
79° 8	345	310	349 $\frac{1}{2}$	306	252	303 $\frac{1}{2}$	352	303 $\frac{3}{4}$
74 8	385	319	340 $\frac{1}{2}$	314	345 $\frac{1}{2}$	310 $\frac{1}{4}$	345 $\frac{1}{2}$	310 $\frac{1}{4}$
69 8	333 $\frac{3}{4}$	322 $\frac{1}{4}$	336 $\frac{3}{4}$	318 $\frac{1}{2}$	343	313 $\frac{1}{2}$	341 $\frac{1}{2}$	314 $\frac{1}{2}$
64 8	—	318 $\frac{1}{4}$	338 $\frac{1}{4}$	317 $\frac{1}{2}$	343	312 $\frac{1}{2}$	342 $\frac{1}{2}$	313
59 8	343	312 $\frac{1}{2}$	342	313	345 $\frac{1}{2}$	310	345 $\frac{1}{2}$	310
54 8	348 $\frac{1}{2}$	306 $\frac{1}{2}$	347	308 $\frac{3}{4}$	350 $\frac{1}{2}$	306 $\frac{1}{4}$	350	306 $\frac{1}{2}$
49 8	353	302 $\frac{1}{2}$	352	303 $\frac{1}{2}$	355 $\frac{1}{2}$	302	353 $\frac{3}{4}$	302
44 8	353	298	355 $\frac{1}{4}$	299 $\frac{1}{2}$	357	208 $\frac{1}{2}$	356 $\frac{3}{4}$	299 $\frac{1}{2}$

Tabelle III.

Werthe von δ_1 und δ_2 .

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2	δ_1	δ_2
79° 8	0,154	0,156	0,134	0,134	0,128	0,124	0,124	0,122
74 8	0,216	0,221	0,192	0,197	0,187	0,184	0,184	0,179
69 8	0,260	0,271	0,248	0,246	0,239	0,238	0,239	0,235
64 8	0,292	—	0,287	0,290	0,287	0,288	0,291	0,287
59 8	0,336	0,334	0,316	0,319	0,318	0,319	0,323	0,320
54 8	0,368	0,363	0,350	0,353	0,354	0,361	0,353	0,360
49 8	0,392	0,392	0,382	0,383	0,386	0,398	0,385	0,390
44 8	0,416	0,419	0,403	0,401	0,409	0,409	0,405	0,407

Die größten Abweichungen sind hier für C 11, für D 5, für $E\frac{1}{2}b$ 12 und für F 5 Tausendstel Wellenlängen.

Tabelle IV.

Werthe von $\operatorname{tg} \psi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_2$.

i	C		D		$E\frac{1}{2}b$		F	
	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$	$\operatorname{tg} \psi_1$	$\operatorname{tg} \psi_2$
78° 8	0,792	0,775	0,789	0,774	0,687	0,654	0,671	0,666
74 8	0,768	0,745	0,732	0,716	0,601	0,598	0,589	0,589
69 8	0,776	0,766	0,722	0,715	0,566	0,589	0,572	0,579
64 8	—	0,767	0,754	0,750	0,597	0,596	0,575	0,579
59 8	0,813	0,848	0,770	0,759	0,630	0,611	0,583	0,594
54 8	0,832	0,812	0,801	0,785	0,635	0,659	0,620	0,654
49 8	0,878	0,849	0,833	0,821	0,696	0,696	0,695	0,734
44 8	0,894	0,861	0,858	0,867	0,744	0,737	0,732	0,731

Der größte Unterschied der Werthe von $\operatorname{tg} \psi$ ist für C 35, für D 15, für $E\frac{1}{2}b$ 34 und für 40 Tausendstel, doch sind die Abweichungen meistens viel kleiner.

Tabelle V.

Werthe von δ , $\text{tg } \psi$ und $(\text{tg } \psi)^2$.

i	C			D			$E\frac{1}{2}b$			F		
	δ	$\text{tg } \psi$	$(\text{tg } \psi)^2$	δ	$\text{tg } \psi$	$(\text{tg } \psi)^2$	δ	$\text{tg } \psi$	$(\text{tg } \psi)^2$	δ	$\text{tg } \psi$	$(\text{tg } \psi)^2$
79° 8'	0,155	0,783	0,614	0,134	0,781	0,608	0,126	0,670	0,449	0,123	0,668	0,447
74 8'	0,219	0,756	0,572	0,194	0,724	0,520	0,186	0,599	0,359	0,182	0,589	0,347
69 8'	0,265	0,771	0,594	0,247	0,718	0,515	0,238	0,577	0,333	0,237	0,576	0,332
64 8'	0,292	0,767	0,612	0,288	0,752	0,565	0,288	0,596	0,335	0,289	0,577	0,333
59 8'	0,336	0,830	0,689	0,318	0,765	0,585	0,319	0,620	0,385	0,321	0,588	0,346
54 8'	0,365	0,822	0,676	0,351	0,792	0,627	0,357	0,647	0,419	0,359	0,633	0,401
49 8'	0,392	0,865	0,748	0,382	0,827	0,684	0,372	0,696	0,484	0,387	0,714	0,510
44 8'	0,418	0,879	0,773	0,402	0,863	0,745	0,409	0,740	0,548	0,406	0,731	0,535

Tabelle VI.

Werthe von J , $\text{tg } \psi$, $\text{tg } J$, $(\text{tg } \psi)^2$.

	C	D	$E\frac{1}{2}b$	F
J	70° 46'	68° 46'	67° 56'	67° 53'
$\text{tg } \psi$	0,746	0,718	0,573	0,571
$\text{tg } J$	2,866	2,574	2,467	2,461
$(\text{tg } \psi)^2$	0,556	0,515	0,328	0,318

Nach den obigen Tabellen sind die auf Taf. I gezeichneten Curven construirt. Die Curven 1, 1a, 1b beziehen sich auf den Fuchsin Spiegel I; die Curven 2, 2a, 2b auf den Anilinviolett-, und die 3, 3a, 3b auf den Kupferspiegel. Und zwar geben, als Functionen der Einfallswinkel, die als Abscissen aufgetragen sind, die Curven 1, 2, 3 die Verzögerungen in Procenten der Wellenlänge; 1a, 2a, 3a die Verhältnisse der Amplituden und 1b, 2b, 3b die Verhältnisse der Intensitäten der senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen zu den in derselben polarisirten, die Amplitude und Intensität des letzteren Strahles, bei dem die beiden Größen am größten sind, gleich 100 gesetzt. Die Curven für die verschiedenen Theile des Spectrums sind durch Beisetzen der entsprechenden Fraunhofer'schen Linien characterisirt. Für Kupfer sind bei den Verzögerungen nur die Curven für C und F gezeichnet,

denen die anderen sehr nahe liegen. Die Curven für den zweiten Fuchsin Spiegel, die denen für den ersten vollständig entsprechen, sind fortgelassen worden.

In den Curven 4, 5, 6, 7, Taf. I sind ferner die Haupteinfallswinkel, die Hauptamplitudenverhältnisse, die Tangenten der Haupteinfallswinkel und die Hauptintensitätsverhältnisse als Functionen der Wellenlänge aufgetragen. Die Curven für das Fuchsin sind durch den Buchstaben *F*, die für das Anilinviolett durch *AV* und die für das Kupfer durch *C* bezeichnet. Auf der Abscissenaxe sind die den betreffenden Wellenlängen entsprechenden Fraunhofer'schen Linien durch diese selbst angegeben.

Die Curven 4, 5, 6, 7 auf Taf. I für Indigo *J*, Blutstein *B* sind nach Angaben des Hrn. van der Willigen¹⁾ und die für Silber *Ag* nach Beobachtungen des Herrn Jamin²⁾ construirt; es lassen sich nach den Messungen von Hrn. van der Willigen und Hrn. Jamin folgende Tabellen aufstellen.

Indigo

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>b</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
<i>J</i>	62°33	60°43	57°26	57°15	57°20	57°55	59°16
tg <i>ψ</i>	0,168	0,180	0,147	0,098	0,090	0,081	0,081
tg <i>J</i>	1,925	1,783	1,565	1,555	1,560	1,590	1,682
(tg <i>ψ</i>) ²	0,028	0,032	0,022	0,009	0,008	0,007	0,007

Blutstein (Hämatit).

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>b</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
<i>J</i>	66°57	67° 6	67°55	67°50	67°47	67°37	66°29
tg <i>ψ</i>	0,084	0,094	0,114	0,157	0,166	0,188	0,236
tg <i>J</i>	2,350	2,367	2,465	2,455	2,448	2,428	2,298
(tg <i>ψ</i>) ²	0,007	0,009	0,012	0,025	0,027	0,035	0,056

1) Van der Willigen, Diese Ann. 117, S. 464. 1862.

2) Jamin, *Ann. de chim. et phys. Sér. III. T. 22, p. 311*; Diese Ann. Bd. 74, S. 528. 1848.

Silber.

	äußerstes Roth	mittleres Roth	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>H</i>
<i>J</i>	75°45	75° 0	72°30	71°30	69°34	66°12
tg <i>Ψ</i>	0,888	0,869	0,843	0,849	0,832	0,914
tg <i>J</i>	3,938	3,732	3,172	2,989	2,684	2,267
(tg <i>Ψ</i>) ²	0,942	0,931	0,918	0,920	0,912	0,834

Bei dem Silber ist die Curve der Raumerspannifs halber für tg *J* um 0,6 herabgerückt, für (tg *Ψ*)² um 20.

§. VIII.

Die Curve für die Haupteinfallswinkel zeigt für Fuchsin ein sehr starkes Steigen von $F\frac{1}{2}G$ nach *D*, das dann nach *C* zu langsamer wird; zwischen *G* und $F\frac{1}{2}G$ fällt die Curve. Das Steigen der Curve zwischen *F* und *D* etwa 5 mal so stark als das der Curve für Kupfer zwischen denselben Grenzen. Die Curve für Anilinviolett zeigt ebenfalls ein starkes Steigen von *F* nach *D*, zwischen *D* und *C* verläuft sie fast horizontal. Die Curve für Kupfer steigt von *F* nach *C*, doch so, daß zwischen *D* und *C* die Steigung ihr Maximum erreicht. Die Curve für Indigo, die zuerst von *G* bis *b* fällt, steigt nachher bis *B*, und zwar ist das Steigen ein stärkeres als das Fallen, umgekehrt steigt die Curve für Blutstein zuerst von *G* bis *D* und fällt dann nach *B* zu; hier ist der erste Theil der Curve der steilere. Bei der Curve für Silber findet ein continuirliches Steigen von *H* bis *B* statt. Ganz dieselben Verhältnisse bestehen für die Curven für die Tangenten der Haupteinfallswinkel. Die Curve für die Hauptamplitudenverhältnisse zeigt für Fuchsin zwischen $F\frac{1}{2}G$ und *F* ein sehr schnelles Steigen, zwischen *F* und $E\frac{1}{2}b$ steigt sie langsamer, um dann nach *C* zu zu fallen; wahrscheinlich liegt zwischen $F\frac{1}{2}b$ und *D* ein Maximum. Bei Anilinviolett findet ein Fallen von *F* nach *C* statt, doch ist dasselbe zwischen *C* und $E\frac{1}{2}b$ weit stärker, als zwischen $E\frac{1}{2}b$ und *F*, es dürfte deshalb vielleicht zwischen *F* und $E\frac{1}{2}b$ ein Maximum liegen. Die Curve für

Kupfer steigt von F bis C , zwischen F und $E\frac{1}{2}b$ und zwischen D und C langsam, schnell dagegen zwischen $E\frac{1}{2}b$ und D . Bei Indigo steigt die Curve von G nach C und fällt dann nach B , während die Curve für Blutstein von D bis B fällt. Die Curve für Silber endlich verläuft fast horizontal und steigt nur ganz wenig nach B hin.

§. IX.

An die vorhergehenden Beobachtungen schlossen sich noch die folgenden Versuche an.

Das von einer concentrirten Fuchsinlösung reflectirte Licht besaß eine sehr starke elliptische Polarisation, indem die beiden in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen bei sehr verschiedenen Einfallswinkeln noch beträchtliche Phasenunterschiede zeigten; eine solche Erscheinung tritt aber nur bei metallischen Körpern ein, die das Licht stark elliptisch polarisiren.

Bei der Untersuchung des von der Gränze eines Crownglasprismas und einer Fuchsinlösung reflectirten Lichtes scheinen die Haupteinfallswinkel für das Roth und Grün gleich zu seyn; es wurde dies nach der S. 12 angegebenen Methode untersucht. Die Beobachtungen greifen die Augen in hohem Grade an, so daß die weitere Verfolgung dieses Gegenstandes einer späteren Zeit vorbehalten bleiben mußte.

Pyrite, welche in rechten und linken Pentagondodekaedern krystallisirt waren, verhielten sich bei der elliptischen Polarisation des Lichtes bei der Reflexion an ihrer Oberfläche nicht wesentlich verschieden.

§. X.

Außer der elliptischen Polarisation bei der Reflexion an Körpern mit Oberflächenfarben wurde noch eine andere Erscheinung untersucht, die mit ihr in naher Verbindung steht, nämlich die *Farbenänderungen der Körper mit Oberflächenfarben bei ihrer Berührung mit Medien von verschiedener Brechbarkeit.*

Die erste Beobachtung über diesen Gegenstand rührt von Haidinger ¹⁾ her, er fand daß Indigo und zweifach wolframigsaures Natron in Berührung mit Glas roth und grünlich gelb werden. Weitere Versuche führt Herr Stokes ²⁾ an, nach denen Saffloroth (Carthamin) und Cyanplatinmagnesium an ihrer Contactfläche mit Glas grün und blau werden. Endlich hat auch Hr. Christiansen ³⁾ ähnliche Erscheinungen beobachtet. Alle diese Forscher haben aber nicht verschiedene Medien in ihrem Verhalten gegen denselben Oberflächenfarben zeigenden Körper und den Einfluß der Brechungsverhältnisse derselben in den Bereich ihrer Untersuchungen gezogen.

Bei den vorliegenden Versuchen wurden die Körper theils auf Glasplatten aufpolirt, theils ließ man Lösungen derselben verdunsten, um spiegelnde Flächen zu erhalten, theils wandte man sie in Form von Krystallen an. Sie wurden in dieser Gestalt in ein rechtwinkeliges gleichseitiges Hohlprisma gestellt, so daß ihre reflectirende Fläche parallel der Hypotenusenfläche des Prismas lag und der Kante am rechten Winkel zugekehrt war. Das Prisma war durch Zusammenkitten von drei passend angeschliffenen dicken Spiegelglasplatten gebildet. Die äußere Seite der Hypotenusenfläche war geschwärzt. Das durch die Seitenfläche auf die zu untersuchende Substanz fallende und nach der Reflexion aus der anderen Seitenfläche tretende Licht wurde untersucht. Durch diese Vorrichtung wurde das an den Glas- und Flüssigkeitsoberflächen reflectirte Licht ausgeschlossen. Das Prisma wurde dann mit Schwefelkohlenstoff oder Benzin gefüllt oder es wurden auch die verschiedenen Flüssigkeiten über einander geschichtet, so daß eine unmittelbare Vergleichung der Oberflächenfarben desselben Körpers bei der Berührung mit verschiedenen Medien ermöglicht wurde. Dabei wurde

1) Haidinger, Wiener Berichte 8, S. 97, 1852.

2) Stokes, Phil. Mag. 1853. Bd. 6. S. 393; Diese Ann. Bd. 91 S. 300. 1854.

3) Christiansen, Diese Ann. 143. S. 257. 1871.

bei einem grossen und einem kleinen Einfallswinkel i die Farbe untersucht; ausserdem wurde mit der dichroscopischen Loupe der sogenannte orientirte Flächenschiller, d. h. die Farben der in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen, wobei in dem einen Strahl hauptsächlich die metallisch reflectirten Farben enthalten sind, bestimmt. Diese Erscheinung ist zuerst von Haidinger ¹⁾ und Brewster ²⁾ beobachtet worden, und Ersterer hat ihr eine sehr grosse Aufmerksamkeit geschenkt. Die Versuche, deren Resultate in der folgenden Tabelle enthalten sind, beziehen sich vorläufig nur auf qualitative Bestimmungen.

Fuchsin.

In der Luft:		goldgelb
in Benzin	i gross	grüngelb (bläulich)
	i klein	grüngelb
in CS_2	i gross	intensiv blau
	i klein	grünblau

mit der dichroscopischen Loupe:

		senkrecht zur Einfallsebene polar.	parallel zur Einfallsebene pol.
in der Luft	i gross	blau	weiss
	i klein	gelb	gelb
in Benzin	i gross	blaugrün	weisslich
	i klein	gelbgrün	gelblich
in CS_2	i gross	intensiv blau	weiss
	i klein	gelb	weiss.

Anilinviolett.

In der Luft:		gelb, doch etwas mehr ins Grüne als Fuchsin
in Benzin	i gross	blaugrün
	i klein	gelbgrün

1) Haidinger, Diese Ann. Bd. 68. S. 302. 1846.

2) Brewster, Phil. Mag. Ser. III. Vol. 29. S. 331; Diese Ann. Bd. 69. S. 552. 1846.

in CS_2	{ i	groß	blau
	{ i	klein	grünblau

mit der dichroscopischen Loupe:

		senkrecht zur Einf. polarisirt	parallel zur Einf. pol.
in der Luft	{ i	groß	blau
	{ i	klein	weißlich
in Benzin	{ i	groß	gelb
	{ i	klein	hellgelb
in Benzin	{ i	groß	blau
	{ i	klein	weißlich
in CS_2	{ i	groß	intensiv gelb
	{ i	klein	hellgelb
in CS_2	{ i	groß	intensiv blau
	{ i	klein	weißlich
			grüngelb
			weißlich.

Anilingrün.

In der Luft:		roth, etwa wie Kupfer,
in Benzin	{ i	groß
	{ i	klein
in CS_2	{ i	groß
	{ i	klein
		tiefbraunroth
		ebenso
		gelbbraun, etwas grünlich
		klein braunroth

mit der dichroscopischen Loupe:

		senkr. zur Einf. polarisirt	parallel zur Einf. pol.
in der Luft	{ i	groß	braunroth
	{ i	klein	bräunlich
in Benzin	{ i	groß	roth etwas ins Braun
	{ i	klein	roth
in Benzin	{ i	groß	röthlich
	{ i	klein	rosa
in CS_2	{ i	groß	rosa
	{ i	klein	gelbbraun
		grünlich	braun.
		roth	

Anilinblau.

In der Luft:		rothbraun
in Benzin	{ i	groß
	{ i	klein
in CS_2	{ i	groß
	{ i	klein
		gelbgrün
		braungelb
		gelbgrün
		gelbbraun

mit der dichroscopischen Loupe:

		senkr. zur Einf. polarisirt	parallel zur Einf. pol.
in der Luft	$\left\{ \begin{array}{l} i \text{ grofs} \\ i \text{ klein} \end{array} \right.$	roth $\left\{ \begin{array}{l} \text{sehr} \\ \text{glänzend} \end{array} \right.$	grün gelbgrün
in Benzin	$\left\{ \begin{array}{l} i \text{ grofs} \\ i \text{ klein} \end{array} \right.$	gelbbraun gelbbraun	grüngelb gelbbraun
in CS_2	$\left\{ \begin{array}{l} i \text{ grofs} \\ i \text{ klein} \end{array} \right.$	grünblau braun	gelb braun

Indigo.

In der Luft: roth
in Benzin: wird das Roth intensiver
in CS_2 : gelbbraunroth.

Kupfer.

In CS_2 wird das Roth etwas intensiver.

Platincyanmagnesium.

In der Luft: blau
in CS_2 : das Blau sehr viel intensiver.

Uebermangansaaures Kali als Krystall.

In der Luft: braunroth
in Benzin $\left\{ \begin{array}{l} i \text{ grofs} \\ i \text{ klein} \end{array} \right.$ gelb
grüngelb
in CS_2 $\left\{ \begin{array}{l} i \text{ grofs} \\ i \text{ klein} \end{array} \right.$ grün
grüngelb.

Diese Angaben zeigen erstens „wie sehr verschieden die Oberflächenfarben bei Berührung mit verschiedenen Medien sind, daſs also die bisherigen Angaben der Oberflächenfarbe nur für die Gränze zwischen Luft und dem betreffenden Körper gelten.“

Sie bestätigen ferner, daſs der orientirte Flächenschiller unabhängig ist von einer bestimmten Anordnung der Theilchen der reflectirenden Fläche, wie sie etwa durch

Poliren hervorgerufen werden könnte, da die reflectirenden Flächen von Fuchsin, Anilinviolett, -grün und -blau durch Aufgießen und Eintrocknenlassen der betreffenden Substanzen hergestellt waren. Außerdem zeigt auch eine concentrirte Fuchsinlösung einen orientirten Flächenschiller, indem das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht bei großen Einfallswinkeln blau erscheint.

§. XI.

Es sey gestattet an die im Vorigen mitgetheilten Beobachtungen noch einige allgemeinere Betrachtungen zu knüpfen.

1. Zunächst zeigen die Curven, die den Gang der Verzögerungen als Functionen der Einfallswinkel darstellen, bei dem Fuchsin und Anilinviolett einige Eigenthümlichkeiten. Bei beiden nämlich laufen die Curven für D , $E_{\frac{1}{2}}b$, F nahe parallel und steigen gleichmäßig, während die Curve für C bei beiden Körpern und in noch weit höherem Grade die für $F_{\frac{1}{2}}G$ bei Fuchsin, erst langsam, dann auf einmal sehr schnell steigt, um dann ziemlich parallel den Curven der drei anderen Linien zu verlaufen. Mit den Curven für das Kupfer verglichen sind diesen die für die Linien D , $E_{\frac{1}{2}}b$ und F sehr ähnlich. Dagegen stehen die Curven für C und $F_{\frac{1}{2}}F$ den Curven, wie sie für durchsichtige Körper gelten, sehr nahe, nur daß bei Letzteren das Ansteigen noch schneller stattfindet. Die Beobachtungen für die Absorption zeigen auch entsprechend bei Fuchsin eine starke Durchlässigkeit für Roth und Blau bei Anilinviolett für Roth.

„Die halbmatalischen Körper verhalten sich demnach in Bezug auf den Gang der Verzögerungen in ihren durchsichtigen Theilen analog den durchsichtigen Körpern, in den undurchsichtigen analog den Metallen.“

2. Die Curven 5 und 7, Taf. I, welche die Hauptamplituden- und Hauptintensitätsverhältnisse als Functionen der Wellenlänge darstellen, lassen einige weitere Eigenschaften der elliptischen Polarisation an Körpern mit Oberflächen-

farben erkennen. Bei einigen Körpern ergibt sich eine stete Zu- oder Abnahme dieser Gröfse mit der Wellenlänge, während bei anderen das Hauptamplitudenverhältniß erst steigt und dann fällt oder umgekehrt. Auf diese Unterschiede hat bereits Hr. Jamin in der Abhandlung über die Farben der Metalle aufmerksam gemacht und nach ihnen die Metalle in verschiedene Klassen eingetheilt.

Vergleichen wir aber diese Erscheinung mit der Lage der Absorptionsstreifen, welche die betreffenden Körper im *durchgehenden* Licht zeigen, so ergibt sich, daß mit dem Maximum der Absorption, welches durch die Lage der Absorptionsstreifen angegeben ist, auch das Hauptamplitudenverhältniß ein Maximum erreicht. So liegt bei einer Lösung von Indigo in Schwefelsäure der Absorptionsstreifen im Roth, doch so, daß das äußerste Roth noch mit Leichtigkeit durchgelassen wird, dem entsprechend steigt auch das Hauptamplitudenverhältniß von *A* nach *C* und fällt dann gegen das Blau. Bei dem Fuchsin findet sich ein Steigen der Hauptamplitudenverhältnisse vom Roth zum Grün und ein nachheriges Fallen zum Blau, und in der That liegt ein Absorptionsstreifen im Grün. Bei Anilinviolett liegt *ein* Maximum der Hauptamplitudenverhältnisse wahrscheinlich zwischen *E* und *F*, und es tritt auch hier ein Absorptionsstreifen auf.¹⁾ Bei Kupfer fallen die Hauptamplitudenverhältnisse gegen das Blau zu und Strecker²⁾ giebt an, daß Kupfer in dünnen Blättchen grün erscheine, was einer Auslöschung des Roth entspricht. Für Hamatit, bei dem die Farbe des Pulvers, d. h. die Farbe des durchgehenden Lichtes roth ist, findet ein Steigen der Hauptamplitudenverhältnisse nach dem Blau zu statt, bei Silber endlich, welches im durchgehenden

1) In den Lösungen tritt noch ein Absorptionsstreifen zwischen *D* und *b* auf, doch müssen, um Punkte des Spectrums zu untersuchen, die nicht mit Fraunhofer'schen Linien zusammenfallen, noch einige Aenderungen am Apparate vorgenommen werden.

2) Strecker, Lehrbuch der Chemie 1864. Bd. I. S. 544.

Licht nur schwach blau erscheint, bleiben auch die Hauptamplitudenverhältnisse nahe constant.

Da nun das Axenverhältniß der von den Aethertheilchen beschriebenen Ellipsen unter dem Haupteinfallswinkel, d. h. das Hauptamplitudenverhältniß, am größten ist, so kann diese GröÙe als ein Maafs für die Ellipticität des reflectirten Lichtes betrachtet werden. Es lassen sich dann die obigen Beziehungen, soweit die vorliegenden Versuche reichen, so zusammenfassen:

„Je stärker Licht einer bestimmten Wellenlänge von einem Körper absorbirt wird, um so größer ist auch bei der Reflexion die Ellipticität desselben.“

Da nun ferner schon Haidinger gezeigt hat, daß die am stärksten absorbirten Farben bei der Berührung mit Luft auch nahe am stärksten reflectirt werden und so die Oberflächenfarben bilden, wie es auch die vorliegenden Körper bestätigen, so läßt sich der Satz auch so formuliren:

„Die am stärksten reflectirten Farben zeigen im Allgemeinen auch die stärkste elliptische Polarisation, es ist dabei als berührendes Medium aber stets Luft, resp. das Vacuum zu denken.“

Die Jamin'sche Eintheilung der Metalle würde sich demnach, wenn wir nach Analogie weiter schließen, auf eine Eintheilung der Metalle nach ihrer Absorptionskraft für die verschiedenen Farben reduciren.

3. Die Curve 4, Taf. 1, die den Gang der Haupteinfallswinkel als Functionen der Wellenlänge darstellen, ergeben, daß „die Haupteinfallswinkel den schnellsten Aenderungen für Wellenlängen, die nahezu Absorptionsstreifen entsprechen, unterworfen sind.“

Ob erstere in den Absorptionsstreifen selbst ein Maximum erreichen, müssen weitere Versuche zeigen.

Bei Fuchsin und Anilinviolett, die das Grün absorbiren, fällt hier die Curve am schnellsten. Bei Kupfer und Indigo ist die Neigung der Curve im Roth am größten, und bei Hämatit im Blau. Bei Silber, bei dem alle Farben nahe

gleich durchgelassen werden, zeigt sich kein merklicher Unterschied der Neigung in den verschiedenen Theilen der übrigens sehr unregelmäßigen, nach Hrn. Jamin construirten Curve.

Indefs bedarf es noch ausgedehnterer Untersuchungen mit anderen Körpern, um die oben ausgesprochene Beziehung sicher festzustellen.

4. Für durchsichtige Körper ist bekanntlich nach dem Brewster'schen Gesetz die Tangente des Polarisationswinkels (des Winkels bei dem die Intensität des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahles ein Minimum ist, und bei dem der Phasenunterschied der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen eine Viertelwellenlänge beträgt) gleich dem Brechungsverhältnisse. Nehmen wir dieses Gesetz auch für undurchsichtige Körper, etwa die Metalle, bei denen nur an Stelle des Polarisationswinkels der Haupteinfallswinkel tritt, als richtig an, so stellen die in den Curventafeln 6 verzeichneten Tangenten der Haupteinfallswinkel die Brechungsverhältnisse, zunächst gegen Luft, dar.

Es erleiden also auch die Brechungsexponenten ihre schnellsten Aenderungen bei Aenderungen der Wellenlänge in der Nähe der Absorptionsstreifen. Es stimmt dies mit der Beobachtung von Hrn. Kundt überein, nach welcher die Brechungsexponenten von Lösungen stark absorbirender Substanzen in der Nähe der Absorptionsstreifen auch sehr starken Aenderungen unterworfen sind; es theilt sich also diese Eigenschaft der festen Körper ihren Lösungen mit. Umgekehrt können wir vielleicht diese Uebereinstimmung als eine Bestätigung des Brewster'schen Gesetzes ansehen. Es würden damit auch die in §. IX angegebenen vorläufigen Versuche übereinstimmen, nach denen für eine Fuchsinlösung die Haupteinfallswinkel für roth und grün gleich waren, denn aus den Versuchen von Hrn. Kundt über die anomale Dispersion folgt, daß etwa für roth und grün die Brechungsexponenten einer Fuchsinlösung gleich sind.

5. Aus den nach dem Brewster'schen Gesetz berechneten Brechungsexponenten ergibt sich für das feste Fuchsin eine sehr starke anomale Dispersion. Die Differenz der Brechungsexponenten für die Linien *C* und *F* ist etwa 31mal so stark als beim Schwefelkohlenstoff; diese Differenzen sind für Fuchsin (2.251 — 1.327) für Schwefelkohlenstoff (1.622 — 1.655). Es erklärt dies dann auch die sehr starke anomale Dispersion der Fuchsinlösungen. Eigenthümlich ist dabei nur, daß die Brechungsexponenten bei dem vorliegenden festen Fuchsin von *C* nach *D*, wenn auch nur wenig, abnehmen, während sie bei den Fuchsinlösungen zunehmen, doch kennen wir den Einfluß des Lösungsmittels nicht. Für *F* und *G* zeigen sowohl festes wie gelöstes Fuchsin einen ziemlich gleichen Brechungsexponenten.

6. Die unter 1 bis 5 angeführten Resultate folgen unmittelbar aus den Beobachtungen. Wir wollen mit Hilfe derselben versuchen noch einige andere an den Körpern mit Oberflächenfarben auftretende Erscheinungen zu erklären.

Es werde gemischtes Licht von einer Fläche reflectirt und es seyen die Intensitäten der parallel und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten verschieden gefärbten Strahlen nach der Reflexion $p_r, p_g, p_b \dots s_r, s_g, s_b \dots$. Soll das aus sämmtlichen in der einen Richtung polarisirten Strahlen zusammengesetzte Licht dieselbe Färbung haben, wie das in der anderen Richtung polarisirte, so muß

$$s_r = n \cdot p_r \quad s_g = n \cdot p_g \quad s_b = n p_b \text{ usw.}$$

seyn, wo *n* eine Constante ist. Erhält *n* für die verschiedenen Farben verschiedene Werthe, so sind die beiden polarisirten Strahlen verschieden gefärbt, und wir haben die Erscheinung, welche uns die dichroscopische Loupe an den Körpern mit Oberflächenfarben zeigt, den orientirten Flächenschiller.

Der Werth von *n* hängt für einen bestimmten Einfallswinkel, von dem Brechungsverhältniß und dem Hauptamplitudenverhältniß ab. Bei durchsichtigen Körpern sind die Haupteinfallswinkel und die Hauptamplitudenverhält-

nisse für alle Farben nahe gleich, es wird also kein orientirter Flächenschiller auftreten.

Bei den Körpern mit Oberflächenfarben sind aber beide Gröfsen für die verschiedenen Theile des Spectrums sehr verschieden, n wird also auch für die verschiedenen Farben sehr verschiedene Werthe annehmen, und daraus erklärt sich der orientirte Flächenschiller.

Aus der Verschiedenheit der beiden Constanten läßt sich aber nicht allein die Existenz des orientirten Flächenschiller voraussehen, sondern es läßt sich auch die Färbung der beiden Strahlen bis zu einem gewissen Grade ableiten.

Wächst der Einfallswinkel von 0 bis zum Haupteinfallswinkel J und dann bis zu 90° , so fällt das Verhältniß der Amplituden der parallel und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Strahlen nach der Reflexion von Eins bis zu einem Minimum, dem Hauptamplitudenverhältniß $\operatorname{tg} \Psi$, und steigt von diesem wieder bis zu Eins.

Es sey zunächst für zwei verschiedene Farben, roth und blau, $\operatorname{tg} \Psi$ gleich, J aber für roth gröfser als blau, dann muß das Verhältniß der Amplituden für roth von 90° bis J schneller fallen, von J bis 0° langsamer steigen als für blau. Es wird also bei Einfallswinkeln, die gröfser als der Haupteinfallswinkel sind, das Amplitudenverhältniß für das Blau gröfser seyn, als für das Roth; der senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Strahl wird also mehr blau im Verhältniß zum roth enthalten als der in der Einfallsebene polarisirte. Wäre außerdem das Hauptamplitudenverhältniß für das Blau gröfser als für das Roth, so ist das Vorwalten des Blau über das Roth in dem senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahl noch stärker. Es erklärt dies die stark blaue Färbung dieses Strahles bei grofsen Einfallswinkeln bei dem Fuchsin. Ganz analoge Betrachtungen lassen sich für die übrigen Farben durchführen.

Da beim Fuchsin der Haupteinfallswinkel sowohl für roth als blau gröfser als 45° ist und ausserdem für roth beträchtlich gröfser (etwa 66°) als für das Blau (53°), so nähern sich auf ihrem längeren Gange zwischen J und 0°

die Curven für die Amplitudenverhältnisse (cf. Curve für *C* und *F* Tafel 1a), und es verschwinden die Unterschiede der Färbung für kleinere Einfallswinkel. Beide Strahlen erscheinen dann gelb.

7. Wir wenden uns schliesslich zu den Farbenänderungen der Körper mit Oberflächenfarben bei der Berührung mit Substanzen von verschiedenem Brechungsvermögen.

Treten diese Körper in Contact mit durchsichtigen, stärker brechenden Medien als Luft, so sind ihre Brechungsverhältnisse zunächst für diejenigen Farben, für welche sie sich wie durchsichtige Körper verhalten, und für welche die Brechungsverhältnisse grösser sind als die der durchsichtigen Medien, weniger von denen jener Medien verschieden als von dem der Luft. Da ausserdem für jene Farben die Fresnel'schen Intensitätsformeln annähernd gelten, so reflectiren die Körper an ihrer Berührungsfläche mit jenen Medien weniger von diesen Farben als an der Luft. Die metallisch reflectirten Theile des Spectrums zeigen sich also überwiegend.

Nehmen wir auch für die metallische Reflexion als angenähert richtig an, daß wenn zwei Körper denselben Brechungsexponenten für eine Farbe haben, an ihrer Gränze eine Schwächung dieser Farbe im reflectirten Licht eintritt, so ist die Färbung des reflectirten Lichtes bei einfallendem weissen mit davon abhängig, für welche Farben der Körper und das auf ihm befindliche Medium einen gleichen Brechungsexponenten haben. Daß die obige Annahme nur angenähert richtig seyn kann, zeigt, daß in dem an der Grenze von Fuchsin und Schwefelkohlenstoff reflectirten Licht kein Absorptionsstreifen bei *b* auftritt, trotzdem hier die Brechungsexponenten für beide Körper gleich sind.

Fuchsin verhält sich annähernd wie ein durchsichtiger Körper gegen rothe Strahlen und die Brechungsexponenten dieser Strahlen sind bei ihm grösser als bei Schwefelkohlenstoff und Benzin. Diese Strahlen treten also beim Uebergießen mit Schwefelkohlenstoff und Benzin im reflectirten Licht

zurück. Die übrigen Strahlen, mit Ausnahme des Blau in der Gegend von $F\frac{1}{2}G$, für welches Fuchsin durchsichtig ist, für das aber sein Brechungsexponent kleiner als der von Benzin und Schwefelkohlenstoff ist, werden metallisch reflectirt. Nun hat Benzin einen Brechungsexponenten, der dem des Fuchsin für etwa die Linie F entspricht, Schwefelkohlenstoff einen solchen, der der Linie b entspricht. Benzin schwächt also die blauen Theile des reflectirten Lichtes mehr als Schwefelkohlenstoff, letzterer mehr die grünen Strahlen und weniger die blauen, so daß bei Uebergießen mit Schwefelkohlenstoff das reflectirte Licht blauer, mit Benzin grünlicher erscheint. Diese blaue, auch bei senkrechtem Einfall auftretende Färbung bei der Berührung mit Schwefelkohlenstoff ist wohl von der bei großen Einfallswinkeln auftretenden zu unterscheiden, da diese von einer totalen Reflexion des Blau herrührt.

Bei Anilinviolett erklären sich die Erscheinungen ganz ebenso, bei Indigo sind die Verhältnisse etwas complicirter, da die Unterschiede der Brechungsexponenten weniger verschieden für die verschiedenen Farben sind.

Durch die obigen Untersuchungen sind die verschiedenen Erscheinungen der Oberflächenfarben mit dem Haupteinfallswinkel und dem Hauptamplitudenverhältniß wenigstens qualitativ in Verbindung gebracht. Da für diese ein Zusammenhang mit der Absorption nachgewiesen ist, so scheint sich das ganze Problem der Körper mit Oberflächenfarben zunächst auf ein Problem der elliptischen Polarisation und dann auf eine Erforschung des Zusammenhanges zwischen Absorption und elliptische Polarisation zu reduciren.

Um aber diese Aufgabe zu lösen, müssen zunächst quantitative Bestimmungen der Absorption gemacht werden. Vielleicht eignet sich dazu auch der zur Bestimmung der elliptischen Polarisation benutzte Apparat, worüber ich weitere Untersuchungen anzustellen beabsichtige.