**X. Bemerkungen zu einem Versuch des Herrn
von Bezold über die dielectricische Polarisation;
von Th. Lohnstein.¹⁾**

Hr. v. Bezold²⁾ hat einen Versuch beschrieben, durch welchen die — nach dem Tangentengesetz erfolgende — Brechung der electricischen Kraftlinien an der Grenze zweier Dielectrica (Paraffin und Luft) — nachgewiesen werden sollte. Die Anordnung, deren sich Hr. v. Bezold bediente, sollte annähernd den Fall verwirklichen, dass sich eine electricisirte leitende Kugel im Inneren des einen Dielectricum, einer unendlich ausgedehnten ebenen Platte, befindet. Die Vorstellung, von der er ausging, war die, dass in diesem Falle die Kraftlinien Gerade seien, die im ersten Dielectricum, welches die Kugel enthält, von deren Mittelpunkt ausgehen, im zweiten ein Strahlenbüschel darstellen, dessen einzelne Strahlen aus dem ersten durch das Brechungsgesetz erhalten werden und dessen Mittelpunkt um die Strecke $K/K' \cdot d/2$ hinter der brechenden Ebene liegt, wo d die Dicke der Platte, K , K' die Dielectricitätsconstanten der beiden Medien sind. Es ist aber leicht einzusehen, dass diese Anschauung ungenau ist. Wäre sie nämlich richtig, so müsste man im Inneren der Platte durch den Potentialausdruck A_1/r_1 , im anderen Dielectricum auf der der brechenden Ebene anliegenden Seite durch A_2/r_2 (A_1 , A_2 Constante, r_1 , r_2 die Entfernungen von jenen beiden Centren der Strahlenbüschel) den Bedingungen des Problems genügen können, was nicht möglich ist. Die Kraftlinien sind viel-

1) Die Anregung, mich mit diesem Thema zu beschäftigen, verdanke ich Hrn. Prof. Planck gelegentlich der von ihm im Anschluss an seine Vorlesungen im Wintersemester 1889/90 abgehaltenen Uebungen. Ich veröffentliche die damals erlangten Resultate nebst einigen Zusätzen jetzt, um vielleicht dadurch eine nochmalige experimentelle Behandlung des Gegenstandes zu veranlassen.

2) v. Bezold, Sitzungsber. der math. phys. Cl. d. k. bayer. Acad. d. Wiss. 1883. Wied. Ann. **21**, p. 401. 1884.

mehr der Theorie zufolge in beiden Dielectricis krumme Linien. Es ist dies schon in dem einfachen Falle so, wo das Dielectricum, in dem sich die electrisirte Kugel befindet, einen nur auf einer Seite von einer Ebene begrenzten Halbraum darstellt. Dieser Fall lässt sich mit Hülfe ganz ähnlicher Entwicklungen, wie sie bei der Bestimmung der Electricitätsvertheilung auf zwei sich gegenseitig influenzirenden Kugeln anzustellen sind, z. B. durch Benutzung der Transformation durch reciproke radii vectores, vollständig erledigen. Specialisirt man das Resultat dieser Rechnungen für den Fall, in welchem die leitende Kugel in einen Punkt übergeht, so erhält man für die Potentiale φ_K und $\varphi_{K'}$ in den beiden Medien folgende, nachträglich leicht zu verifizirende Ausdrücke¹⁾:

$$\varphi_K = \frac{E}{2K} \left(\frac{K + K'}{r} + \frac{K - K'}{r'} \right)$$

$$\varphi_{K'} = \frac{E}{r},$$

wo E die in dem Punkte concentrirte Electricitätsmenge, r und r' die Entfernungen des Punktes, auf den φ sich bezieht, von dem electrischen Punkte und seinem Spiegelbild in Bezug auf die brechende Ebene bedeuten. In diesem Fall sind also im zweiten Medium allerdings die Kraftlinien Gerade, deren Convergenzpunkt aber der Punkt E ist. (Der Einfachheit halber soll der Punkt durch die in ihm enthaltene Electricitätsmenge bezeichnet werden.) — Den von Hrn. v. Bezold experimentell geprüften Fall können wir annähernd ersetzen dadurch, dass wir uns in einer unendlich ausgedehnten electrischen Platte einen electrischen Punkt denken. Auch dies Problem lässt noch eine relativ einfache, allerdings nicht mehr durch einen endlichen Ausdruck darstellbare Lösung zu; beschränken wir uns auf den der Anordnung des Hrn. v. Bezold entsprechenden Fall, dass jener Punkt von beiden Grenzebenen gleich weit ent-

1) Nachträglich fand ich obiges Resultat schon in Mascart's *Electricité statique*; man kann übrigens, von ihm ausgehend, das erstere Problem, ähnlich wie Kirchhoff das Poisson'sche Zweikugelpproblem, behandeln.

fernt ist, so kann man das Resultat in besonders übersichtlicher Weise aussprechen. Auf der Plattennormale, welche den electrischen Punkt enthält, nehme man in Abständen, die untereinander und der Dicke der Platte gleich sind, eine unendliche Menge von Punkten an, deren einer E selbst ist; man erhält dann das Potential im Inneren der Platte, wenn man sich in E die Electricitätsmenge $E.(K'/K)$, in dem n ten Punkte auf der einen und der anderen Seite der Platte die Electricitätsmenge:

$$E \frac{K'}{K} \left(\frac{K-K'}{K+K'} \right)^n$$

concentrirt denkt; dagegen das Potential in einem der beiden Aussenräume, wenn man in den Punkt E die Electricitätsmenge:

$$E \frac{2K'}{K+K'},$$

in den n ten Punkt des anderen Aussenraumes die Electricitätsmenge:

$$E \frac{2K'}{K+K'} \left(\frac{K-K'}{K+K'} \right)$$

legt. Setzt man $\mu = (K-K')/(K+K')$, so findet man, dass die Tangenten der Kraftlinien, welche durch einen der brechenden Ebene und jener Normalen unendlich benachbarten Punkt gehen, letztere in einem Punkte schneiden, dessen Entfernung hinter der brechenden Ebene:

$$= \frac{d}{2} \frac{1 + \frac{\mu}{3^2} + \frac{\mu^2}{5^2} + \dots}{1 + \frac{\mu}{3^3} + \frac{\mu^2}{5^3} + \dots}$$

ist. Dieser Schnittpunkt liegt also in allen Fällen äusserst nahe dem Punkte E . — Dagegen schneidet die Tangente einer Kraftlinie, in einem unendlich fernen Punkte gezogen, die Normale in einem Punkte, der um die Strecke:

$$\frac{d}{2} \frac{1 + 3\mu + 5\mu^2 + \dots}{1 + \mu + \mu^2 + \dots} = \frac{d}{2} \frac{1 + \mu}{1 - \mu} = \frac{d}{2} \frac{K}{K'}$$

hinter der brechenden Ebene liegt. Man kann dieses Resultat geometrisch deuten, indem der Punkt, von dem für unendlich ferne Punkte die Wirkung hiernach ausgeht, der Schwerpunkt der Massenpunkte ist, durch deren Potential in diesem Falle das electrische Potential dargestellt wird. —

Ferner kann man beweisen, dass der entsprechende Schnittpunkt für endliche Punkte zwischen jenen beiden liegt. — Wahrscheinlich hat Hr. v. Bezold die Wirkung in solchen Punkten untersucht, für welche die für unendlich entfernte geltende Formel nahezu angewandt werden könnte; wie wir eben gesehen haben, *ist für diese das Resultat der strengen Theorie identisch mit dem aus v. Bezold's Vorstellung folgenden.* — In jedem Falle wäre es wünschenswerth, mit Rücksicht auf die vorstehenden Erörterungen den lehrreichen Versuch des Hrn. v. Bezold zu wiederholen.

Berlin, Juni 1891.