βGC.	Name	RA. 1920.0	Decl. 1920.0	1900 +	θ	n	ρ	n	t	Q	Power	Means		
												1900+	θ	ρ
12094	OΣ 483	22 ^h 55 ^m	+11° 18'	21.72	237.7	4	0.87	4	-2.0	rg	450	21.73	237.0	0.92
				.74	236.4	4	0.96	4	-1.1	g	380			
12207	OΣ 490	23 7	+57 1	21.74	299.6	4	1.26	4	-3.7	m	450	21.75	300.0	1.23
				.74	301.4	4	—	—	-3.0	m	450			
				.78	298.9	5	1.20	4	-3.1	b	380	21.73	203.5	2.92
12304	o Cephei Σ 3001	23 15	+67 40	21.67	203.2	5	2.73	4	-2.9	rg	450			
				.72	202.6	4	2.89	4	-3.3	g	380	21.71	163.4	5.81
				.74	205.3	4	3.08	5	-3.1	g	450			
				.79	203.1	5	3.00	4	+0.4	m	450	21.72	85.9	6.17
12317	Σ 3006	23 17	+35 0	21.68	163.7	4	5.79	4	-2.8	g	380			
				.72	163.1	4	5.69	4	-2.0	rb	380	21.78	219.5	3.51
				.74	163.4	5	5.94	4	-3.2	m	380			
12332	Σ 3007	23 19	+20 7	21.68	87.4	4	6.34	4	-2.4	g	380	21.76	225.7	2.36
				.72	83.7	4	5.89	5	-0.4	g	200			
				.74	86.9	3	6.41	5	-1.2	m	380	21.76	33.0	32.69
				.76	85.5	4	6.06	4	-0.9	rb	380			
12340	H N 112 Σ 3008	23 20	- 8 54	21.72	219.8	3	3.13	4	-0.1	g	380	21.76	273.4	0.57
				.76	222.7	4	3.33	4	-0.4	rb	380			
				.77	219.8	4	3.89	5	+0.8	g	200	21.73	329.6	36.91
				.81	215.6	4	—	—	+0.1	b	380			
				.83	219.7	4	3.69	4	+0.3	g	380	21.91	255.6	3.41
12500	H N 91 Σ 3030	23 37	- 0 50	21.72	227.5	4	2.18	5	-0.1	rb	380			
				.74	218.9	5	2.56	4	-1.2	rb	450	21.71	65.7	1.17
				.77	231.2	3	—	—	+0.9	b	380			
				.83	225.3	4	2.33	4	-0.2	m	380	21.74	227.7	2.14
12552	H IV 107 Σ 3039	23 44	+27 58	21.74	32.7	4	32.71	5	-1.4	m	380			
				.77	33.2	5	32.67	5	-2.7	g	200	21.72	273.4	0.57
12573	OΣ 507	23 45	+64 26	21.68	270.0	4	—	—	-4.4	m	450			
				.72	263.2	4	—	—	-3.5	rb	650	21.72	273.4	0.57
				.74	285.5	4	0.46	4	-4.1	rg	450			
				.76	274.9	4	0.68	4	-4.1	rg	380	21.73	329.6	36.91
12624	Sh 358	23 50	+31 27	21.68	328.5	4	36.84	4	-2.7	rb	380			
				.74	329.8	4	36.78	8	-1.2	g	200	21.91	255.6	3.41
				.76	330.5	4	37.11	6	-1.1	rb	200			
12639	Σ 3046	23 52	- 9 56	21.83	254.5	4	3.41	5	+0.1	rb	380	21.71	65.7	1.17
				.85	258.8	5	—	—	+0.3	b	380			
				22.04	253.6	4	—	—	+1.4	b	380	21.71	65.7	1.17
12655	Σ 3047	23 54	+56 56	21.68	66.4	4	1.24	4	-3.7	b	450			
				.74	65.0	4	1.11	4	-4.1	m	450	21.74	227.7	2.14
12675	H N 58 Σ 3050	23 55	+33 17	21.70	227.2	4	2.20	4	-3.9	rg	450			
				.77	228.2	4	2.09	4	-1.6	g	650			

Kowloon, Elgin Rd., Sutton, Surrey, 1922 April 19.

W. Doberck.

Die Anwendung der Relativitätstheorie auf die spektroskopischen Doppelsterne und die veränderlichen Sterne. Von G. Schain.

Nach der Relativitätstheorie müssen die Grundgleichungen der Mechanik durch einige Glieder ergänzt werden, die im Nenner das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit enthalten; diese Korrekturen sind sehr klein und haben meistens nur theoretische Bedeutung. Je größer die Geschwindigkeit des Körpers und je größer die Masse des Anziehungskörpers ist, desto merklicher ist der Effekt des Gravitationsfeldes.

Die Rechtfertigung der Relativitätstheorie muß in solchen Erscheinungen gesucht werden, bei denen wir Geschwindigkeiten haben, die alle bisher im Sonnensystem bekannten übersteigen.

Deswegen habe ich es unternommen, diese Theorie auf die spektroskopischen Doppel- und veränderlichen Sterne kurzer Umlaufszeit anzuwenden.

Am meisten wirkt die Störung des Gravitationsfeldes auf die Perihellänge

$$d\omega = 6\pi k M / (c^2 p) = 24\pi^3 a^2 / [T^2 c^2 (1 - e^2)].$$

Der Parameter enger Paare ist sehr klein, die Masse ist aber nach den Untersuchungen Ludendorffs im allgemeinen größer als die der Sonne; solche Systeme sind für diesen Zweck am geeignetsten.

In der folgenden Tabelle gibt die zweite Spalte die Umlaufszeit; die dritte Spalte die Bewegung der Apsidenlinie für einen Umlauf; die vierte Spalte die Bewegung der Apsidenlinie für ein Jahr; die fünfte Spalte die Verschiebung der Epoche des Helligkeitsminimums für 10 Jahre.

U Ophiuchi	0 ^d 80	2.4	0° 17.8	3 ^m 23 ^s
RX Herculis	0.90	2.1	0 14.2	3 22
γ Bootis	0.29	4.5	1 33.2	7 9
U Pegasi	0.37	4.1	1 14.5	6 34
Algol	2.87	3.7	0 7.5	4 53
β Canis maj.	0.25	4.9	2 0.0	
π^5 Orionis	0.87	2.2	0 15.3	
V Puppis	1.45	15.4	1 4.5	
RZ Cassiopeiae	1.20	4.9	0 25.0	7 59
τ Tauri	1.50	6.3	0 25.5	
μ Herculis	2.05	18.5	0 54.9	7 28

Bei den Systemen mit unbekannten Massen wurden diese der der Sonne gleich angenommen. Man müßte hier noch die Störungen, die von der Rotation herrühren, das sogenannte *Thirring'sche* Korrektionsglied, anbringen, aber seiner Kleinheit halber kann es in erster Annäherung vernachlässigt werden. Wir wollen jetzt den Sinn der letzten Spalte auseinandersetzen. Wir zerlegen die wahre Anomalie in eine Reihe nach den Potenzen der Exzentrizität

$$v = M + 2e \sin M + \frac{5}{4}e^2 \sin 2M + \dots$$

Oder mit ziemlichlicher Annäherung

$$M = v - 2e \sin v - \frac{5}{4}e^2 \sin 2v.$$

Statt der wahren und mittleren Anomalie führen wir die wahre und mittlere Länge ein, wobei wir nicht vom Knoten, sondern von der Projektion des Visionsradius auf die Bahnebene aus rechnen. Dann erhalten wir den Ausdruck

$$z_0 = z - 2e \sin(z - \pi) - \frac{5}{4}e^2 \sin 2(z - \pi)$$

wo $z = 90^\circ + w$ $z_0 = n t + c$ $\pi = 90^\circ + \alpha$ ist. Dadurch bekommen wir

$t = (-c + 90^\circ)/n + w/n - 2e \sin(w - \alpha)/n - \frac{5}{4}e^2 \sin 2(w - \alpha)/n$ und für die Epoche des Minimums $w = 2m\pi$ oder $(2m+1)\pi$ endgültig

$$t = T_0 + mP + (e/\pi)P \sin \alpha + \frac{5}{8}(e^2/\pi)P \sin 2\alpha$$

wo $n = 2\pi/P$.

Auf analoge Weise können wir ableiten, daß die Dauer der Finsternis sich ändert. Infolge der Apsidenbewegung verschiebt sich die Epoche des Minimums. Für einige Sterne beträgt die Apsidenbewegung in 10 Jahren 20° und mehr, eine Größe, die der Beobachtung durchaus zugänglich ist. Für diese Veränderlichen kann die Verschiebung der Epoche des Minimums 10 Minuten und mehr entsprechen. Das letztere hängt auch ab von der Lage des Perihels und von der Exzentrizität.¹⁾ In unseren Rechnungen haben wir $\alpha = 0$ gesetzt, d. h. den Maximalwert dt berechnet.

Der Beobachtung können keinesfalls 10 Minuten entgehen, insbesondere, wenn die Dauer der Finsternis gering ist und wir eine starke Senkung und Steigung der Helligkeitskurve haben (Y Leonis, RZ Cassiopeiae und andere).

Es ist nun die Frage, ob wir in Wirklichkeit bei den spektroskopischen Doppelsternen eine Apsidenbewegung und eine Abweichung der beobachteten Epoche des Minimums von der vorausberechneten finden.

Tatsächlich wurde ein ähnlicher Effekt an einigen engen Paaren beobachtet, und sogar mehr, die beobachtete Apsidenbewegung und Verschiebung der Epoche stellte sich oft größer heraus, als es die Relativitätstheorie erfordert (β Cephei, γ Bootis, Algol, RZ Cassiopeiae und andere). Allerdings kennen wir die Masse der Himmelskörper nicht genau, um einen völlig bestimmten theoretischen Wert der Verschiebung zu erlangen. Aber auch wenn wir eine volle Übereinstimmung beobachten würden, so könnten wir doch nicht die Richtigkeit der Relativitätstheorie behaupten.

Der Grund liegt darin, daß, wenn wir beim Hauptstern eine Abplattung zulassen, wir damit eine Störungskraft einführen, welche die Apsidenlinie in direkte und die Knotenlinie in umgekehrte Bewegung bringt.

Der bekannte Ausdruck für den Zusammenhang der Abplattung des Zentralkörpers mit der Apsidenbewegung gibt

$$d\pi = n(\epsilon - \frac{1}{2}\sigma) [M/(M_1 + M)] (R/a)^2 \cdot \frac{1}{(1 - e^2)^{3/2}} \cdot \cos i.$$

Tisserand hat gezeigt, daß eine Abplattung $\epsilon = 1/288$ für das Algolsystem genügend ist für die Erklärung der Jahresbewegung der Apsidenlinie um 2°. Ist der Körper unhomogen, so muß ϵ größer sein.

Darin besteht eine der größten Schwierigkeiten der Anwendung der Relativitätstheorie, aber doch ist der Fall nicht hoffnungslos. Wir müssen eigentlich das Auftreten mehrerer Perioden in der Bewegung der Apsidenlinie beobachten, und mit Hilfe der harmonischen Analyse können dann alle Perioden getrennt werden. Alle gut bekannten veränderlichen Sterne zeigen einen komplizierten Charakter der Veränderung der Epoche des Minimums. Gewöhnlich bemerkt man außer dem periodischen Hauptglied auch andere mit besonderen Perioden.

Man kann endlich zulassen, daß nicht alle Sterne eine merkliche Abplattung besitzen. Dann kann der Effekt der Bewegung der Apsidenlinie ausschließlich der Relativitätstheorie zugeschrieben werden.

Die oben angeführten Resultate beruhen auf der Annahme, daß die Masse der Trabanten recht gering ist; aber gerade in den engen Paaren kurzer Periode ist dieses nicht zulässig.

Die Differentialgleichungen der Bewegung nach der Relativitätstheorie²⁾ können angenähert gelöst werden, wenn man die Störungskraft in drei Komponenten zerlegt, W, S, T . Da die Störungskraft nur in der Bahnebene wirkt, so ist $W = 0$, folglich bleiben Knoten und Neigung unverändert.

Nach der Methode der Variation der Elemente erhalten wir für die anderen Elemente

$$\begin{aligned} da/dt &= 2/n \cdot (1 - e^2)^{-1/2} \cdot (S e \sin v + T^{1/2} p) \\ de/dt &= (1 - e^2)^{1/2}/na \cdot [S \sin v + T(\cos v + \cos v)] \\ e d\pi/dt &= (1 - e^2)^{1/2}/na \cdot [-S \cos v + T(1 + r \sin v/p)] \end{aligned}$$

Führt man einige Proberechnungen aus und benutzt eine willkürliche Kombination der Komponentenmassen, so erkennt man, daß im allgemeinen die Masse des Trabanten

¹⁾ Für γ Bootis, U Pegasi und RZ Cassiopeiae haben wir $e = 0.20$ gesetzt.

²⁾ Siehe Prof. *de Sitter*. MN 77.165. Die Differentialgleichungen Nr. (84).

den Effekt der Apsidenlinie steigert. Aber gleichzeitig kommen wir zu einer anderen Störungskraft, nämlich zu einer Überlagerung zweier Gravitationsfelder. Sind die Größen der Körper gering im Vergleich mit ihrer gegenseitigen Entfernung, so ist der obengenannte Effekt nicht groß. Ist das nicht der Fall, was sehr oft bei den spektroskopischen Doppelsternen stattfindet, so hat die Überlagerung der Felder eine wesentliche Bedeutung. Dieses einer Berechnung zu unterziehen, ist analytisch recht schwer.

Pulkowa, 1922 April 5.

Gegenwärtig steht die Frage der Anwendbarkeit der Relativitätstheorie auf die spektroskopischen Doppel- und die veränderlichen Sterne noch offen. Es ist notwendig, eine möglichst große Zahl ähnlicher Systeme mit kurzer Periode zu erforschen. Berücksichtigt man die Masse des Systems und ergibt sich, daß die Reihe der periodischen Glieder nach Amplitude und Periode dem theoretischen Wert, der aus der Relativitätstheorie folgt, entspricht oder nicht entspricht, so erhält man damit eine positive oder negative Lösung des Problems.

G. Schain.

Systematische Unterschiede zwischen den Rektaszensionen des Katalogs Pulkowa 1915.0 und der Kataloge von *Auwers*, *Boss*, Pulkowa 1900.0 und Pulkowa 1905.0. Von *F. Renz*.

Im Herbst 1911 begannen am Ertelschen Passageninstrument der Pulkowaer Sternwarte die Beobachtungen für einen Fundamentalkatalog von 1426 Sternen, die im Frühling 1916 im großen und ganzen als abgeschlossen betrachtet werden konnten, da nur noch vereinzelte Lücken auszufüllen waren. Dieser Katalog, der durch Verschmelzung der beiden Pulkowaer Kataloge von 1900 und 1905 entstanden war, bildet für den nördlichen Himmel den Hauptbestandteil der Sternliste, welche von der Fundamentalsternkommission des Comité permanent pour l'exécution de la Carte photographique du Ciel zusammengestellt ist. An den Beobachtungen am Pulkowaer Passageninstrument beteiligten sich außer mir zunächst die Herren *Matkewitsch* und *Faschnoff*, nach dem Abgang des letzteren aus Pulkowa im Sommer 1912 trat Herr *Semenoff* an seine Stelle. Jeder Stern wurde mindestens achtmal beobachtet und, wenn seine Deklination größer ist als $+45^\circ$, ebenso häufig in der unteren Kulmination. Die Zeitsterne, deren Zahl 31 betrug, beobachteten wir an jedem klaren Tage vom frühen Morgen bis nach Mitternacht, um eine etwaige Abhängigkeit der aus ihnen erhaltenen Uhrkorrekturen von der Tageszeit aufzudecken. Der Nullpunkt der Miren und die Korrektur der am Niveau abgelesenen Neigung wurden aus den Polsternen α und δ Ursae minoris in beiden Kulminationen und in den Lagen O und W des Instruments abgeleitet. Die Positionen der Zeitsterne waren zunächst dem Berliner Jahrbuch entnommen. Später wurden ihre, aus den Beobachtungen folgenden, Verbesserungen nach der von Herrn Prof. *Cohn* vorgeschlagenen Methode von Herrn *Faschnoff* berechnet und die Orte der Katalogsterne dementsprechend korrigiert. Zur Ableitung der Korrektur des Äquinoktialpunktes wurde die Sonne, so oft das Wetter es gestattete, beobachtet, jedoch muß ich vorläufig auf eine Berechnung dieser Korrektur verzichten, weil die gleichzeitigen Beobachtungen der Sonne am Vertikalkreise mir nicht zugänglich sind. Abgesehen von diesem Fixpunkt stellt also der Katalog ein selbständiges System dar. Da seine Bearbeitung gegenwärtig abgeschlossen ist, der Druck des Manuskripts sich aber, aus von mir unabhängigen Gründen, verzögern dürfte, gebe ich zunächst nur eine Zusammenstellung der systematischen Abweichungen seiner Positionen von denen anderer Fundamentalkataloge. Seit Ausbruch des Krieges sind uns nur von wenigen Sternwarten Publikationen zugegangen; es ist mir daher nicht bekannt, welche Observatorien sich an der Beobachtung des Sternverzeichnisses des Comité permanent beteiligt haben und ob ihre Resultate veröffentlicht sind. Ich

beschränke mich infolgedessen auf eine Vergleichung mit den Katalogen von *Auwers-Peters*, *Boss*, Pulkowa 1900.0 und Pulkowa 1905.0.

Nachdem die *Auwers-Peters*schen Sternörter mit Benutzung des von Prof. *Küstner* angegebenen Koeffizienten 0.0052 auf die mittlere Helligkeit 4^m reduziert worden waren, wurden die Unterschiede zwischen Pulkowa 1915.0 und den vier anderen Katalogen gebildet, nach Helligkeit, Rektaszension und Deklination gruppiert und in Mittelwerte zusammengezogen. Zur Ableitung der $\Delta\alpha$ und der Helligkeitsgleichung benutzte ich zunächst Sterne zwischen -10° und $+60^\circ$ Deklination. Die nördlicheren Sterne wurden später besonders behandelt. Eine zweite Näherung erwies sich nur in den Fällen als notwendig, wenn die Verteilung der Sterne innerhalb der betreffenden Gruppe sehr ungleichförmig war. Die dabei erhaltenen Verbesserungen der ersten Näherung überstiegen selten ± 0.002 . Um den Gang der systematischen Unterschiede besser vergleichen zu können, habe ich alle Kataloge durch Hinzufügung der an den Kopf einer jeden Spalte gestellten Zahlen auf das Äquinoktium des *Auwers-Peters*schen Katalogs bezogen, das auch dem Katalog Pulkowa 1915.0 vorläufig zugrunde gelegt ist.

Was die Helligkeitsgleichung anbetrifft, so läßt sich der neue Pulkowaer Katalog als frei davon betrachten, da die Beobachtungen mit dem selbstregistrierenden Mikrometer angestellt sind und die helleren Sterne durch drei Netzblenden, welche die Sterngrößen um 2, 4 und 6 Klassen abschwächen, auf eine mittlere Helligkeit von $5^m.5$ bis $7^m.5$ gebracht wurden.

Helligkeitskorrektur der Fundamentalkataloge von *Auwers*¹⁾, *Boss*, Pulkowa 1900 und 1905.

Sterngröße	$P_{15}-A_{\text{(kor.)}}$ $\Delta\alpha$ **	$P_{15}-B$ $\Delta\alpha$ **	$P_{15}-P_{00}$ $\Delta\alpha$ **	$P_{15}-P_{05}$ $\Delta\alpha$ **
< 2.0	+0.0001	28 - 0.0002	28 + 0.0104	24 + 0.0001
(Mittel 1.4)				27
2.1-3.0	0.000	61 - 0.001	63 + 0.014	46 + 0.004
3.1-4.0	+0.001	157 + 0.002	160 + 0.012	67
4.1-5.0	-0.002	87 + 0.002	135 - 0.005	45
5.1-6.0	-0.002	69	0.000	283 - 0.004
6.1-7.0	+0.005	10 - 0.001	126 - 0.009	102 [-0.006]
				5

¹⁾ Nach Anbringung der *Küstners*chen Helligkeitsgleichung.

Die Unterschiede $P_{15} - A_{\text{kor.}}$ und $P_{15} - B$ lassen keine Abhängigkeit von der Sterngröße erkennen, obgleich sie wegen des von *Boss* angewandten, etwas größeren Helligkeitskoeffizienten vorhanden sein müßte. Der Pulkowaer Katalog 1905.0