COMPENDIO DELLE RICERCHE DEL PROF. *Voigt* SULL' ELASTICITÀ
DEI CRISTALLI; PER ALFONSO SELLA ¹⁾.

III CLASSE.

Dolomite proveniente da Viesch nel Wallis.

Non potendosi calcolare tutte le costanti per l'insufficienza del materiale, rimaneva altamente interessante lo stabilire se in natura esistono realmente corpi aventi una simmetria elastica corrispondente a quella propria di questa classe. Fu perciò determinata la legge con cui varia il coefficiente di flessione in un piano normale al piano delle yz e che biseca il secondo ed il quarto quadrante (l'orientazione essendo come per la calcite) e si trovò che per direzioni simmetricamente disposte rispetto all'asse delle x , E presenta valori notevolmente diversi, il che viene a confermare la dissimetria prevista dalla teoria. Si noti infine che la Dolomite presenta una resistenza elastica molto maggiore della Calcite.

Le costanti c_{hk} , come pure i moduli s_{hk} , si dicono costanti *isotermiche*, giacchè esse misurano deformazioni elastiche, le quali vengono prodotte da azioni esterne, mentre la temperatura si mantiene costante. Le costanti adiabatiche γ_{hk} e σ_{hk} , le quali determinano deformazioni prodotte con processo adiabatico, sono legate alle antecedenti dalle relazioni

$$\gamma_{hk} = c_{hk} + \frac{q_h q_k \theta}{A \epsilon c}, \quad \sigma_{hk} = s_{hk} - \frac{a_h a_k \theta}{A \epsilon c}$$

in cui θ significa la temperatura assoluta, A l'equivalente meccanico del calore, ϵ la densità, c il calore specifico ordinario; a_1, a_2, a_3 , i coefficienti delle dilatazioni lineari termiche parallelamente agli assi coordinati; a_4, a_5, a_6 i coefficienti delle va-

1) *Continuazione e fine*, vedi pag. 218 del volume precedente.

riazioni angolari termiche delle direzioni assiali, mentre le q_h sono definite dalle relazioni

$$q_h = a_1 c_{h1} + \dots a_6 c_{h6}; \quad a_h = q_1 s_{h1} + \dots q_6 s_{h6}.$$

Nella tabella seguente sono dati quei valori di $s_{hk} - \sigma_{hk}$, $c_{hk} - \gamma_{hk}$, i quali sono diversi da 0, per i minerali sopra studiati:

	Fluorite	Pirite	Salgemma	Silvina
$(s_{11} - \sigma_{11})10^8 = (s_{12} - \sigma_{12})10^8$	0,040	0,011	0,25	0,29
$(\gamma_{11} - c_{11})10^{-6} = (\gamma_{12} - c_{12})10^{-6}$	0,27	0,083	0,135	0,048
	Berillo	Quarzo	Calcite	Tormalina
$(s_{11} - \sigma_{11})10^8 = (s_{12} - \sigma_{12})10^8$	0,00023	0,028	0,0036	0,0067
$(s_{13} - \sigma_{13})10^8$	-0,00017	0,016	-0,0173	0,0081
$(s_{33} - \sigma_{33})10^8$	0,00014	0,0085	0,084	0,0098
$(\gamma_{11} - c_{11})10^{-6} = (\gamma_{12} - c_{12})10^{-6}$	0,0023	0,029	0,0005	0,068
$(\gamma_{13} - c_{13})10^{-6}$	-0,00038	0,025	0,0040	0,052
$(\gamma_{33} - c_{33})10^{-6}$	0,00006	0,022	0,0326	0,031
	Topazio	Barite		
$(s_{11} - \sigma_{11})10^8$	0,0023	0,029		
$(s_{22} - \sigma_{22})10^8$	0,0016	0,072		
$(s_{33} - \sigma_{33})10^8$	0,0031	0,032		
$(s_{23} - \sigma_{23})10^8$	0,0023	0,048		
$(s_{31} - \sigma_{31})10^8$	0,0026	0,030		
$(s_{12} - \sigma_{12})10^8$	0,0019	0,046		
$(\gamma_{11} - c_{11})10^{-6}$	0,055	0,108		
$(\gamma_{22} - c_{22})10^{-6}$	0,066	0,118		
$(\gamma_{33} - c_{33})10^{-6}$	0,062	0,098		
$(\gamma_{23} - c_{23})10^{-6}$	0,060	0,108		
$(\gamma_{31} - c_{31})10^{-6}$	0,058	0,103		
$(\gamma_{12} - c_{12})10^{-6}$	0,061	0,113		

L'ipotesi di Poisson che l'azione di una molecola sia eguale in tutte le direzioni e che quindi l'azione reciproca delle molecole sia solo funzione della loro distanza mutua conduce a porre nel

Sistema monometrico: $c_{11} = c_{44}$. Questa relazione si può tutt'al più ritenere verificata per il Salgemma. Gli altri minerali sarebbero fortemente polari; nella pirite la c_{11} e la c_{44} sono persino di segno contrario.

Sistema trimetrico: $c_{11} = c_{22}$, $c_{22} = c_{33}$, $c_{33} = c_{11}$. Questo non vale per la Barite e meno ancora per il Topazio.

Sistema esagonale: $c_{11} = c_{22}$, $c_{11} = 3c_{33}$. Queste valgono con grande approssimazione per il Berillo così da ritenersi come esatte. Invece bisogna ammettere che le molecole del quarzo e quelle della tormalina possiedono una notevole polarità, mentre per il calcare la seconda relazione è verificata e meno esattamente la prima.

Dunque bisogna in generale supporre le molecole dei corpi cristallini dotate di una certa polarità.

Per le sostanze isotrope l'ipotesi di Poisson conduce a porre $c = 3c'$ ovvero a ritenere il rapporto D fra l'allungamento e la contrazione laterale in un corpo prismatico sottoposto a trazione $= \frac{1}{4}$; il che non fu verificato con certezza in nessun corpo e per alcuni invece fu mostrato con certezza non essere vero. Ora il Voigt fa un'ipotesi molto ingegnosa; suppone i corpi così detti isotropi formati da tanti cristallini identici mescolati insieme alla rinfusa e quindi orientati in tutti i sensi, piccoli rispetto alle dimensioni del corpo, ma grandi rispetto al raggio dell'azione molecolare e li denomina corpi *quasi-isotropi*. Ora se la polarità delle molecole, ove il corpo isotropo fosse formato da molecole orientate in tutti i modi, non ha alcuna influenza e condurrebbe alla relazione di Poisson; invece ove il corpo sia formato da frammenti cristallini pure orientati in tutti i sensi, essa polarità non conduce a nessuna relazione fra le costanti elastiche. Calcolando ora colle costanti precedenti caratteristiche del cristallo elementare il rapporto $\frac{c}{c'}$ e $D = \frac{c'}{c + c'}$ per corpi *quasi isotropi* composti di individui appartenenti a ciascuna delle sostanze studiate, si trovano valori che oscillano fra 2,4

e 13,7 e fra 0,292 e 0,068 ¹⁾, giacendo però la maggior parte non lontano da 3 e da 0,25.

Un mezzo semplice per verificare l'ipotesi sopradetta consiste nel ricorrere a sostanze, che si presentano sia in grossi cristalli, sia con struttura criptocristallina compatta e confrontare i valori di E/T trovati sperimentalmente per aste tagliate nella varietà compatta; col valore teorico, dedotto dalle s_{hk} caratteristiche del cristallo elementare, per un corpo *quasi isotropo*. In generale è molto difficile trovare del materiale adatto; ma per la fluorite compatta di Stolberg (Harz) e per il calcare litografico di Solenhofen si trovano valori molto vicini ai teorici; e per la Barite compatta nera di Clausthal (Harz) valori che si possono ritenere identici al calcolato. Inoltre per la Selce dell'isola Rügen si trovò per c/c' il valore anormalissimo 14,71, mentre il valore teorico per quarzo quasi isotropo sarebbe 13,7. Questi risultati dimostrano l'esistenza di corpi quasi isotropi definiti come sopra, ed hanno grande importanza per la conoscenza dei corpi detti amorfi.

LETTERATURA

- Bestimmung der Elasticitätsconstanten des Steinsalzes. Königsberger Inaugural Dissertation — Pogg. Ann. d. Phys. u. Chem.* 1875. *Ergänzungsband*. VII, p. 1, 177.
- Allgemeine Formeln für die Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Krystallen durch die Beobachtung der Biegung und Drillung von Prismen. — Wied. Ann. d. Phys. u. Chem.* 1882, XVI, p. 273, 398.
- Volumen und Winkeländerung krystallinischer Körper bei all-oder einseitigen Druck. — Wied. Ann. d. Phys. u. Chem.* 1882, XVI, p. 416.
- Neue Bestimmungen der Elasticitätsconstanten für Steinsalz und Flusspath. Sitzungsberichte d. Berl. Akad.* 1884, p. 999. — *Neues Jahrb. für Min. u. Geol.* 1886, IV, (Beilage Band.) p. 228.
- Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper. Nachrichten d. Kön. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen.* 1886, p. 505.
- Gleichgewicht eines verticalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwere. — Nachr. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen.* 1886, p. 598.
- Ueber die Torsion eines rechteckigen Prismas aus homogener krystallinischer Substanz. — Wied. Ann.* 1886, XXIX, p. 604.

1) Non tenendo conto della pirite in cui le costanti hanno un valore troppo incerto.

- Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Beryll und Bergkrystall. Festschr. zum. 60 Jahr. Doctorjub. des Herrn Geh. R. Prof. Dr. F. E. Neumann. — Nachrichten v. d. k. Ges. d. Wiss zu Göttingen, 1886, p. 93, 289. — Wied. Ann. 1887, XXXI, p. 474. — Neues Jahrb. für Min. u. Geol. Beilageband. V, pag. 68.*
- Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Topas und Baryt. Nachricht. d. Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1887, p. 561. — Wied. Ann. 1888, XXXIV, p. 981.*
- Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Flusspath, Pyrit, Steinsalz, Sylvin. — Nachr. v. d. k. Ges. d. W. zu Göttingen, 1888, p. 299, 323. — Wied. Ann. 1888, XXXV, p. 642.*
- Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten. Nachr. v. d. k. Ges. d. W. zu Göttingen, 1888, p. 359. — Wied. Ann. 1889, XXXVI, p. 743.*
- Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper — Wied. Ann. 1889, XXXVIII, p. 573.*
- Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Kalkspath. Nachr. v. d. k. Ges. d. W. zu Göttingen, 1889, n. 19, p. 483. — Wied. Ann. 1890, XXXIX, p. 412.*
- Einige Bemerkungen über die Gleitflächen des Kalkspath. Nachr. v. d. k. Ges. d. W. zu Göttingen, 1889, p. 512, — Wied. Ann. 1890, XXXIX, p. 432.*
- Ueber die elastische Symmetrie des Dolomit. — Wied. Ann. 1890, XL, p. 642.*
- Bestimmung der Elasticitätsconstanten der brasilianischen Turmalin, Nachr. v. d. k. Ges. d. W. zu Göttingen, 1890.*
- Bestimmung der Elasticitäts-Constanten einiger dichter Mineralien. Nachrichten d. K. Ges. d. W. in Göttingen, 1889, 19; 1890, 16.*

RIVISTA

Comptes rendus — (1° semestre 1891).

8. — M. MASCART. *Sugl' anelli colorati.* — Il metodo di Airy per calcolare le interferenze nelle lamine sottili, tenendo conto delle riflessioni multiple fra le due superfici, è applicabile al caso ove ognuna delle riflessioni o refrazioni è accompagnata da una perdita di fase sulla superficie corrispondente. D'altra parte lo Stokes dimostrò che, per la luce polarizzata in uno degli azimut principali, la perdita di fase per refrazione è indipendente dal senso della propagazione della luce, e che la somma delle perdite di fase per riflessione, dai due lati della superficie di separazione dei due mezzi, era uguale al doppio della perdita di fase per refrazione sotto la stessa incidenza, almeno quando gli strati sui quali avviene il fenomeno sono grossi tanto che le riflessioni e le refrazioni definitive sian formate. Ciò stabilito, si