ESPERIENZE SULLE FORZE ELETTROMOTRICI INDOTTE
DA UN SOLENOIDE CHIUSO. R. FELICI.

Leggendo gli ultimi lavori critici pubblicati dall'Helmholtz nel giornale di Crelle, relativi alla forma della funzione potenziale che potrebbe generalmente servire nel calcolo dei fenomeni elettrodinamici, mi rammentai una mia antica esperienza, che è descritta nel secondo tomo del *Nuovo Cimento* a pag. 321, nell'anno 1855; e desiderai vedere come fosse stata riferita nei sunti dei lavori stranieri, fatti in quell'epoca dal Verdet negl'*Annales de Chimie et de Physique*. Tal curiosità mi venne, pensando che essendo la lingua francese molto più conosciuta, della italiana, per la mia esperienza i fisici stranieri se ne sarebber probabilmente stati al sunto del Verdet, il quale d'altronde avea già meritamente nome di dottissimo e coscienzioso.

Trovai quel sunto nel tomo II, dell'anno 1857, di quegli Annali. Ma mi sorprese molto il leggervi che io avevo fatto costruire con un filo di ferro fino e dolce, un anello di due metri di diametro (*niente meno*) e di 1^m,60 di raggio esterno. La sezione circolare di tale anello, o *toro*, avrebbe dunque avuto un diametro di 60 centimetri. Quel sunto seguita

dicendo che avvolsi attorno a quell'anello un filo di rame, coperto di seta, in guisa da cangiarlo in una elettro-calamita circolare, ossia in un solenoide chiuso; come già fecero Gay-Lussac e Welter, per verificare una ora ben nota conseguenza della teoria di Ampère. Poi disponevo un altro circuito di filo conduttore, separato dal circuito della pila, in modo che quel primo circuito, e quell'anello, stesser fra loro come due anella consecutive di una catena. Il filo dell'anello faceva parte del circuito della pila; e nell'altro circuito stava un galvanometro di Ruhmkorff, a poca resistenza. Ma nulladimeno, al dire di quel suoto, ad onta e delle enormi dimensioni di quell'anello, e delle *trenta pile* di Bunsen che vi impiegavo, non mi riuscì di far deviare sensibilmente l'ago del galvanometro, quando chiudevo o aprivo, istantaneamente, il circuito della pila.

Tutto ciò accrebbe la mia sorpresa. Ma ricercai quel tomo del *Nuovo Cimento*, e vi lessi che soltanto di otto centimetri era il raggio interno, e di dieci centimetri era il raggio esterno di quell'anello, e non di un metro e sessanta centimetri. Di più vi lessi che mi ero altresì servito di un anello di legno invece che di ferro dolce, avvolgendovi intorno quattro giri del filo della pila; e dicevo « simile anello poteva chiamarsi perfetto » (perchè è molto difficile che un anello di ferro dolce non presenti polarità sensibile) e mi diede dei risultati simili a quelli « dell'anello precedente, ottenendo *con sei pile alla Bunsen* » correnti capaci di deviare di 90° l'ago del galvanometro ».

Rovistando nel mio gabinetto ritrovai quell'anello di legno; ma debbo avvertire che il suo raggio interno è di $0^m,20$ e non di $0^m,020$, e l'esterno è di $0^m,35$ e non di $0^m,035$, come è detto per errore nel *Nuovo Cimento*. È in verità un anello di poco più di tre centimetri di raggio, per quella esperienza, avrà destata una maraviglia, press' a poco come per quell'enorme anello di ferro.

Nel *Nuovo Cimento* descrissi nel modo seguente la mia esperienza. « . . . feci passare un ramo del circuito del galvanometro entro l'anello inducente, in modo che quest'ultimo e l'anello stesso stavano come le due anella prossime di una catena. . . . Chiudendo il circuito voltaico ottenevo sempre circa 80° di deviazione nel galvanometro ».

Ma per aumentare l'effetto nel galvanometro, adoperai l'interruttore, credo quello di Wartmann, per mandare in un tempo brevissimo più correnti istantanee nel galvanometro; e dissi che « appena mosso l'interruttore l'ago era spinto con violenza contro il suo punto di fermata, e perdeva della sua astaticità, il che non era di alcun danno, ottenendo correnti così forti ».

Come ognun vede tutto ciò sta in perfetta opposizione a quello che fu detto nel sunto degli *Annales*.

Finalmente dissi che « per verificare se la forma del circuito indotto o la sua posizione aveano, nella esperienza precedente, influenza sulla intensità della corrente indotta, feci passare entro l'anello, e come dianzi descrissi per un circuito solo, due circuiti; ma in modo che le loro correnti, indotte dall'anello, avessero da opporsi fra loro, nel galvanometro. Questi due circuiti erano di forme e posizioni diverse, ma le loro correnti si fecer sempre perfettamente equilibrio nel galvanometro. Quest'ultimo caso è una conseguenza dell'esser nulla sempre la somma delle forze elettro-motrici indotte, quando il circuito indotto non passa, con un solo suo ramo entro l'anello inducente, cioè quando due superfici che hanno per limiti, l'una il circuito indotto, e l'altra la curva circolare direttrice del solenoide, ossia dell'anello, possono non tagliarsi fra loro ».

In questi ultimi giorni ho rifatta quella esperienza con un anello di legno di cui il raggio interno era di nove, e l'esterno di quindici centimetri. La sezione era circolare, ed aveva per conseguenza un diametro di sei centimetri, che è la differenza fra quei due raggi. Vi avolsi intorno un filo di rame, coperto di caoutchouc, in modo uniforme onde non si presentassero polarità. Bastò un solo strato di quel filo, che dovea servir per la pila, per darmi una deviazione di alcuni gradi nel galvanometro, quando ero nelle condizioni già descritte più sopra, nelle quali non eran nulle le somme delle forze elettro-motrici indotte. In quest'ultimo caso non ottenni correnti indotte, neppure facendo uso di un interruttore, e di un galvanometro a specchio troppo sensibile per la corrente termo-elettrica che si ottiene scaldando con le dita la saldatura di una coppia, di rame e ferro.

Io non saprei dare una spiegazione sicura del come fu negl' *Annales* riferita a rovescio la mia esperienza, ma inclino a credere di averci molta colpa io stesso. Non mi ricordo della cosa; solamente credo probabile che il Verdet mi abbia domandato un sunto, e che io glielo abbia fatto; ma in così cattivo francese, e in così cattivo carattere, che il Verdet l'abbia malissimo inteso.

Comunque sia, ho creduto bene di far la presente rettificazione, perchè mentre quell'esperienza può avere una certa importanza teoricamente, nulladimeno non dovremmo dargliene alcuna, se fosse vero che ad onta di quell'enorme anello di ferro, che non mi sono mai sognato, e con molte pile, non fosse neppur possibile di ottenere una corrente indotta istantanea, capace di deviar sensibilmente l'ago di un delicato galvanometro. Ma abbiamo veduto che le cose stanno ben diversamente, essendo quella una esperienza facilissima, senza alcun bisogno di enormi anelli di ferro, bastando un solenoide di pochi giri del filo della pila. Ed è utile riflettere che il non avere segno di corrente indotta quando la curva chiusa direttrice del solenoide, e quella del filo del galvanometro, non stanno come le due anelli di una catena, è una prova che in quella esperienza non vi sono cause inavvertite di errori; perchè quest'ultimo risultato, compare come una necessaria conseguenza dell'essere nell'altro caso la corrente indotta indipendente dalla posizione e dalla forma del circuito indotto.

Come è noto la esperienza dimostrò che la somma delle forze elettro-motrici indotte in un circuito chiuso filiforme, durante il suo passaggio da una ad un'altra posizione relativamente al circuito inducente, ha un valore assoluto eguale alla differenza fra la somma delle forze elettro-motrici indotte al chiudere del circuito della pila, stando immobile il circuito indotto nella prima posizione; e la somma in simil modo ottenibile stando il circuito indotto nella seconda di quelle due posizioni (1). A prima vista parrebbe naturalissimo l'ammettere sempre quel teorema, onde comprendere in una sola teoria tutti i casi dell'induzione. Ma ciò non sarebbe esatto nel caso

(1) *Ann. de Chimie et de Phy.*

in cui si muove una sola porzione, non chiusa, del circuito indotto; talchè l'anzi detto teorema riunisce sotto un solo punto di vista, soli due casi relativi a circuiti filiformi: il caso delle correnti dette istantanee, e quello del moto di circuiti filiformi e chiusi. Così almeno seguendo un puro metodo sperimentale.

Ma vi è la ipotesi che la forza elettro-motrice indotta, in un elemento filiforme del circuito indotto, sia proporzionale alla componente della forza motrice elettro-dinamica, che sarebbe esercitata su quell'elemento dal circuito inducente, qualora il circuito indotto fosse percorso dall'unità di corrente; prendendo quella componente nella direzione del moto dell'elemento indotto. Adottando una simile ipotesi (1) si arriva a dimostrare che quando una porzione s qualunque e non chiusa, di un circuito indotto si muove relativamente al circuito inducente e chiuso, la somma delle forze elettro-motrici indotte in s , nel suo passaggio da una ad un'altra posizione, può essere espressa dal potenziale seguente :

$$P = \varepsilon i \iint \frac{\cos \angle}{r} ds ds'.$$

estendendo l'integrale a tutto il circuito necessariamente chiuso s' della pila. Poi relativamente al circuito indotto, ossia alla parte s' in movimento, si deve estendere l'integrale non solamente alle due curve che rappresentano le due posizioni estreme, che furono successivamente occupate da quella parte s medesima, ma anche alle due curve descritte dalle due estremità di s durante quel movimento. Dunque secondo quella ipotesi bisogna estendere quell'integrale lungo il quadrilatero formato da quelle due ultime curve, e da quelle due posizioni estreme della parte s , indotta. E ciò forse ne allontana alcun poco dall'ordinario significato che si dà al potenziale.

Volendo estendere la precedente teoria alle correnti istantanee, ossia a quelle indotte all'aprire o al chiudere del cir-

(1) Neumann, *über ein allgemeines Princip. etc.* (*Abhandlungen der Kön. Ak. der Wissen, zu Berlin.* 1847.

cuito della pila, bisognerebbe conformarsi al teorema sperimentale dianzi citato, ammettendo che la somma delle forze elettro-motrici indotte dalla istantanea chiusura del circuito inducente, fosse uguale alla somma delle forze elettro-motrici indotte durante il moto del circuito indotto, partendo da una distanza infinita, fino alla posizione realmente occupata davanti al circuito inducente. Ma siccome è nulla l'azione motrice di un solenoide chiuso sopra un elemento qualunque percorso da una corrente, così secondo quella teoria non dovrebbe mai esser indotta una corrente da un solenoide chiuso. Ciò è evidente secondo il principio fondamentale della teoria medesima; e, com'è naturale, si arriva allo stesso risultato applicando ad una porzione qualunque s del circuito indotto, nel modo anzidetto, la formula precedente. Invece, contrariamente a tutto ciò, la esperienza che descrivemmo afferma che possono esser nulle delle somme di forze elettro-motrici, ma che non è nulla in un elemento, o porzion qualunque di un circuito indotto, l'azione di un solenoide chiuso, al chiudere od all'aprire del circuito inducente.

Ma d'altra parte è pur noto che se senza fare ipotesi, si prosegue col metodo sperimentale di Ampère si arriva ancora allo stesso integrale P precedente per esprimere la forza elettromotrice indotta, da un circuito chiuso s sopra un altro chiuso s' , nell'istante in cui vien chiuso il circuito s' inducente; e l'anzidetto teorema sperimentale, serve poi per la teoria delle correnti indotte nel moto relativo dei circuiti stessi, filiformi.

Ma dicemmo già che quel teorema è limitato al caso dei due circuiti ambidue chiusi, onde tal metodo sperimentale, dimostra solo in quel caso, che la variazione, ossia la differenza fra i valori dell'integrale:

$$\varepsilon i \iint \frac{\cos \phi}{r} ds ds',$$

relativi a due successive posizioni dei circuiti chiusi, dà le somme delle forze elettro-motrici indotte durante il passaggio dall'una all'altra posizione.

Pel caso in cui il circuito indotto filiforme sia realmente aperto, non abbiamo ancor trovato il modo di sperimentare.

Ma nel caso in cui quella parte s che si considera, del circuito indotto, striscia con le sue due estremità sopra due rami fissi e filiformi che servono a chiudere il circuito, onde possa circular la corrente, vi è una esperienza *di equilibrio* (1) la quale dimostra che bisogna appunto servirsi di quell'integrale, non estendendo pel circuito indotto la integrazione alla sola parte in moto, ma bensì nell'anzidetto modo del Neumann, e di cui dicemmo più sopra.

Ciò potrebbe ritenersi come una dimostrazione esperimentale della teoria del Neumann; se non che vi osterebbe il risultato della esperienza che qui abbiamo narrata in principio col solenoide chiuso, e d'altronde non si potrebbe in una teoria generale far uso di concetti diversi, a seconda dei casi. Ed anche limitandoci ai soli circuiti filiformi e chiusi, un solo concetto teorico dovrebbe comprendere tanto il caso del moto de' circuiti, quanto quello della variazione di intensità della corrente della pila. Forse la formula che il Weber ottenne dalle sue ipotesi comprende almeno quei due casi. Ma anche il lettore di questo Giornale conosce le obbiezioni dell'Helmholtz circa a quella formula, e conosce la risposta che il Weber fece a parte di quelle obbiezioni. Ed in questo numero del *N. Cimento* è data una traduzione di un largo sunto che il sig. C. Neumann, figlio dell'illustre fisico matematico già citato, di tal nome, fece di un suo recente e dotto lavoro teorico, di fisica matematica, circa ad una teoria generale dei fenomeni di induzione.

Frattanto di assolutamente certo non ci rimangono che alcuni teoremi dimostrati dalla esperienza, i quali legittimano e regolano l'uso di certi integrali nei diversi casi, per circuiti filiformi, entro certi limiti; ma senza dir nulla relativamente al nesso generale e teorico che potrebbe comprendere in un solo que' narrati casi della induzione.

(1) *Annali delle Università Toscane*, T. IV.