**5. Über das Schwärzungsgesetz
photographischer Trockenplatten;
von E. Kron.**

In den Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam wird demnächst eine ausführliche Untersuchung über das Schwärzungsgesetz erscheinen, die ich im letzten Jahre angestellt habe. Die Resultate derselben möchte ich hier kurz zusammenstellen. Ich verzichte dabei auf die Angabe von Zahlenmaterial und Literatur und verweise in dieser Beziehung auf die ausführliche Veröffentlichung.

Wenn die Schwärzung mit S , die wirksame Lichtintensität mit J und die Expositionszeit mit t bezeichnet wird, so lautet das Schwärzungsgesetz in seiner allgemeinsten Form

$$(I) \quad S = \varphi(J, t).$$

S ist also auch eine Funktion vom Produkte (Jt) und von J :

$$S = \psi(Jt, J).$$

Für Kurven konstanter Schwärzung ergeben sich hieraus die Formeln

$$(II) \quad Jt = \chi(J) \quad \text{oder} \quad \log(Jt) = \sigma(\log J),$$

die bei willkürlicher, noch von der absoluten Schwärzung abhängender Gestalt der Funktionen χ oder σ einen allgemeinen Ausdruck für die Kurven konstanter Schwärzung darstellen. Die Gesamtheit dieser Kurven für alle Schwärzungen gibt den geometrischen Ausdruck für das Schwärzungsgesetz.

Um solche *Kurven konstanter Schwärzung* zu erhalten, sind $\log J$ und $\log t$ in weiten Grenzen so zu variieren, daß gleiche Schwärzungen erzeugt werden. Die meßbare Abschwächung der Intensität wurde erreicht: 1. durch Benutzung eines Nikolsystems, 2. durch Vorschalten von geschwärzten photographischen Platten, 3. durch Anordnung eines photographischen

Keiles unmittelbar vor der zu belichtenden Platte, 4. in geringem Maße durch Änderung der Belastung der verwandten Osram-Metallfadenlampen. Der Apparat wurde so eingerichtet, daß auf der zu untersuchenden Platte 11 schmale Streifen aufgenommen werden konnten, von denen jeder durch den vorgeschalteten absorbierenden Keil gleichmäßig abnehmende Schwärzungen aufwies. Es wurden vier Plattensorten untersucht: die empfindlichen Platten Schleußner (blaue Etikette) und Seed 27, sowie die Diapositivplatten Agfa und Ideal, deren verschiedener Empfindlichkeit durch Wahl von Osramlampen verschiedener Kerzenzahl Rechnung getragen wurde. Zur Prüfung des Instrumentariums auf etwaige systematische Fehlerquellen waren ziemlich langwierige Untersuchungen über Wirkungsart und diffuses Licht des Nikolsystems, über den Polarisisationseffekt der Osramlampen, über die Absorption beim Zusammenwirken der geschwärzten Trockenplatten und des photographischen Keiles usw. nötig, Untersuchungen, auf deren Einzelheiten einzugehen hier um so mehr unterbleiben kann, als ihre Resultate so geringe Korrekturen ergaben, daß sie die Größe der sonstigen Messungsfehler nicht erheblich überschritten. Um auf absolute Einheiten übergehen zu können, wurden die Osramlampen unter Berücksichtigung der Absorption im Apparat auf die Hefnerkerze durch Vergleich mit der Scheinerlampe bezogen.

Die *Methode und Reduktion der Aufnahmen* war folgende: Jede Beobachtungsreihe bestand aus einer oder mehreren, bis 5 Platten, mit 11—55 Expositionen, von denen 4—5 zur Herstellung einer Schwärzungskurve dienten. Um für alle diese Aufnahmen bei größter Änderung von J und t möglichst gleiche Schwärzungen zu erhalten, wurde für die ersten die Abschwächung der Intensität durch das Nikolsystem allein bewirkt, dann wurde für die folgende Serie von Aufnahmen die am wenigsten absorbierende geschwärzte Trockenplatte vorgeschaltet und wieder das Nikolsystem ausgenutzt, usf. Auf diese Weise erhielten die Aufnahmen staffelweise abnehmende Intensitäten bei entsprechend wachsenden Expositionszeiten. Diese Staffelung wurde noch dadurch beträchtlich gesteigert, daß die einzelne Aufnahme infolge des Vorschaltens des photographischen Keiles an verschiedenen Keilstellen mit ver-

schieden starker Intensität belichtet worden war. Die Schwärzungen aller dieser Aufnahmen, etwa 100—500 jeder Beobachtungsreihe für alle Streifen und Keilstellen, wurden im Mikrophotometer ausgemessen. Da es praktisch unmöglich war, durch die Einstellungen am Nicolsystem für alle Aufnahmen genau gleiche Schwärzungen zu erhalten, so wurden die Schwärzungskurven jeder Beobachtungsreihe dazu benutzt, die kleinen Interpolationen auszuführen, um diejenigen Intensitätslogarithmen zu erhalten, welche gleiche Schwärzungen ergeben haben würden. So konnte für eine Reihe bestimmter Standardschwärzungen eine Skala abnehmender $\log J$ und zugehöriger wachsender $\log t$ aufgestellt werden, welche diese Schwärzungen lieferten. Wurden nun die abnehmenden $\log J$ als Abszissen in der $+x$ -Achse, die zunehmenden $\log(Jt)$ als Ordinaten in der $+y$ -Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems aufgetragen, so erhielt man eine Anzahl Kurven gleicher Schwärzungen, von denen die unteren für kleinere Schwärzungen galten und bei kleinerer Intensität (größerem x) lagen.

Die *Diskussion dieser Kurvenschar* ergab das wichtige Resultat, daß die Kurven verschiedener konstanter Schwärzung für den untersuchten Variationsbereich der Intensität von $1:10^{4.5}$ mit sehr großer Annäherung als parallel bezeichnet werden dürfen, so daß sie durch Verschiebung von oben nach unten, entsprechend einer Änderung der Zeiteinheit, zur Deckung gebracht werden können. Allerdings sind kleine Abweichungen von der Parallelität — für die untersuchten vier Plattensorten von verschiedenem Betrage zwischen 1 Proz. und 4 Proz. des Intensitätsintervalles — vorhanden, und zwar in dem Sinne, daß die Kurven extremster konstanter Schwärzung nach der Seite der kleinen Intensitäten zu divergieren: Wenn ich auch diese Abweichungen für reell halten möchte, weil sie sich für die verschiedenen Plattensorten verschieden groß ergaben, so liegt ihr Betrag doch so nahe an der Grenze der leicht möglichen und unvermeidbaren systematischen Beobachtungsfehler, daß sie für die weitere Diskussion außer Betracht bleiben sollen.

Aus der Tatsache der Parallelität der Kurven konstanter Schwärzung folgt nun das wichtige Resultat, daß alle „Zeitskalen“ gleich sein müssen. Eine Zeitskala bedeutet eine Reihe

von Schwärzungen, die erzeugt worden sind mit einer konstanten Intensität und mit Expositionszeiten, welche die nach einem feststehenden Gesetze, z. B. einer geometrischen Reihe, gewählten Vielfache einer gewissen Anfangsexpositionszeit sind. Erzeugt man nun eine solche Zeitskala, ausgehend von irgend einer Anfangsexpositionszeit t_1 , die mit einer gewissen Intensität J_1 eine Schwärzung S_1 ergeben möge, so erhält man genau die gleiche Zeitskala, wenn man von einer anderen Expositionszeit t_2 ausgeht, vorausgesetzt, daß man durch die Wahl der Intensität J_2 nur dafür sorgt, daß mit dieser und mit t_2 dieselbe Schwärzung S_1 erzeugt werde. Welche Intensität J_2 man zu wählen hat, das ergeben die Kurven konstanter Schwärzung.

In bezug auf das Schwärzungsgesetz selbst folgt aus der Tatsache einer parallelen Kurvenschar, daß man jetzt die Funktion φ in der allgemeinen Formel (I) genauer so schreiben kann ¹⁾:

$$(III) \quad S = \varphi(s), \quad s = t \cdot \psi(J).$$

Führt man nun die Parallelverschiebung aller Kurven konstanter Schwärzung wirklich aus und vereinigt sie zu einer einzigen mittleren Kurve, so erhält man für die vier untersuchten Plattensorten die Kurven, die in der beifolgenden Figur reproduziert worden sind: $\log(J \cdot t)$ als Funktion von $\log HK$.

Diese Kurven lassen sich mit großer Genauigkeit durch Hyperbeln darstellen und führen dann zu folgender Form der Funktion $\psi(J)$ in der Formel (III):

$$(IVa) \quad \psi(J) = \left(\frac{J}{J_0}\right)^{1+c} \cdot 10^{-a} \sqrt{\left(\log \frac{J}{J_0}\right)^2 + b^2}.$$

1) Wenn meine Versuche als völlig frei von systematischen Fehlern angesehen werden dürfen, so würde nach dem vorher Gesagten aus ihnen folgen, daß auch diese Formel (III) für den untersuchten Variationsbereich der Intensität von etwa $1:10^{4.5}$ nur als eine, wenn auch sehr gute Näherungsformel zu betrachten, und daß die strenge Form der Funktion φ noch komplizierter ist. Der Sinn der Abweichungen läßt sich so aussprechen: Größere Expositionszeiten ergeben flauere Gradation der Zeitskalen.

Darin haben die Konstanten folgende Bedeutung: J_0' ist die Intensität im Scheitelpunkt der Hyperbel, a gibt die Steigung der Asymptoten, b bedeutet die kleine Achse, und c gibt den Grad der Asymmetrie der Kurve an. Diese Konstanten sind in der folgenden Tabelle unter IVa zusammengestellt, wobei $\log J_0'$ gleich in absolutem Maße, und zwar in $\log HK$, angegeben

worden ist. Die Darstellung der vier Kurven ist im Durchschnitt bis auf Fehler von etwa 2 Proz. genau. Läßt man aber systematische Fehler bis zu 10 Proz. zu, so kann man der Funktion $\psi(J)$ folgende einfachere Gestalt geben:

$$(IVb) \quad \psi(J) = \left(\frac{J}{J_0}\right) \cdot 10^{-a \sqrt{\left(\log \frac{J}{J_0}\right)^2 + 1}}.$$

Für J_0 ist die Intensität im tiefsten Punkte der Kurve zu setzen. Logarithmus J_0 (Einheit die HK.) und a sind in der Tabelle unter IVb mitgeteilt.

Untersuchte Plattensorte	IV a				IV b	
	$\log J_0'$	a	b	c	$\log J_0$	a
Agfa, Diapos.	0,22	+ 0,230	+ 1,141	- 0,003	0,22	+ 0,22
Ideal, Diapos.	0,27	+ 0,142	+ 1,500	- 0,052	9,77	+ 0,11
Schleußner, blau	7,95	+ 0,158	+ 0,661	+ 0,017	8,12	+ 0,19
Seed 27	8,32	+ 0,175	+ 0,882	+ 0,039	8,62	+ 0,21

Natürlich soll nicht behauptet werden, daß diese Formeln mehr als ein interpolatorischer Ausdruck der Erscheinungen seien.

Die Größe a hat die Bedeutung, daß sie die Stärke der Abweichung des wahren Schwärzungsgesetzes vom Reziprozitätsgesetze angibt. Horizontale Geraden würden nämlich den geometrischen Ausdruck des Reziprozitätsgesetzes, irgendwie geneigte Geraden den der Schwarzschildschen Formel

$$J^a t = \text{const} \quad \text{oder} \quad J t^p = \text{const}$$

bedeuten. Die Krümmung (a) der gefundenen Kurve zeigt also die Abweichung von diesen Gesetzen. Man sieht aus der Figur, daß diese Krümmung, oder mit anderen Worten die Variabilität von q oder p , für die einzelnen Plattensorten verschieden ist. Allen Kurven gemeinsam ist die Eigenschaft, daß sie Asymptoten zu besitzen scheinen, oder anders ausgedrückt, daß q oder p sich gewissen Grenzwerten nähern; z. B. sind diese Grenzwerte für die Plattensorte Schleußner, blaue Etikette: $p = 1,2$ und $p = 0,8$. So kommt als Annäherung für große und kleine Intensitäten wieder die Schwarzschildsche Formel heraus, speziell für kleine Intensitäten mit Werten von p derselben Größenordnung, wie die älteren Versuche sie stets ergeben haben.

Der tiefste Punkt der Kurve ist durch folgende Eigenschaft ausgezeichnet: Er gibt für jede Plattensorte eine bestimmte Intensität, bei der die Energiezufuhr auf die zu belichtende Platte am günstigsten wirkt: *optimale Intensität*; oder mit anderen Worten, es gibt eine bestimmte Geschwindigkeit der Energiezufuhr, bei welcher die beste Energieausnutzung für

die Schwärzung der Platte erfolgt. Um einen praktischen Anhaltspunkt zur Rekonstruktion der optimalen Intensität zu geben, bemerke ich, daß die Expositionszeiten, die unter Verwendung der optimalen Intensität zur Erzeugung von mittleren Schwärzungen bei normaler Entwicklungsart nötig waren, etwa bei 2 Min. — in ganzroher Angabe der Größenordnung — lagen. Für die vier untersuchten Plattensorten ist die Größe der optimalen Intensität von der Empfindlichkeit oder, womit man vielleicht der Wahrheit noch näher kommt, von der Gradation abhängig. Ein Versuch hat nämlich gezeigt, daß die Zeitskalen, die auf je einer Platte der vier Sorten erzeugt und in demselben Bade gleich lang entwickelt wurden, etwa in demselben Maße kontrastreichere Gradation ergaben, wie die Größe der optimalen Intensität zunahm.

Will man die Änderung der Expositionszeiten als photographisch-photometrisches Prinzip weiterhin *praktisch* verwenden, was nach den vorliegenden Untersuchungen noch immer möglich bleibt, wenn man nur längere Expositionszeiten wählt und nicht die allergrößte Genauigkeit fordert, so hat man zunächst für die benutzte Plattensorte eine Kurve konstanter Schwärzung herzustellen, dann zur Bestimmung der Intensitäten, die mit den bekannten Vielfachen der Expositionszeiten gleiche Schwärzungen erzeugt haben, mit dem Reziprozitätsgesetz zu rechnen, und schließlich an die so erhaltenen Intensitäten diejenigen Korrekturen anzubringen, die man aus der Kurve konstanter Schwärzung mit den entsprechenden Intensitäten als Argument entnehmen müßte.

Nebenbei habe ich noch einige Versuche angestellt über den Einfluß einer veränderten Entwicklung auf die Kurven konstanter Schwärzung. Zwei Beobachtungsreihen mit den oben beschriebenen Intensitäts- und Expositionszeitskalen sind unter den gleichen Beobachtungsbedingungen aufgenommen und in denselben Bädern entwickelt worden; nur ist die eine von beiden 5—10 mal so lange im Bade geblieben als die andere. Bei allen vier Plattensorten übereinstimmend, in quantitativer Beziehung aber verschieden, äußert sich der Einfluß der Entwicklungsdauer in der Weise, daß die optimale Intensität um so größer wird, je länger die Entwicklung gewährt hat.

Bezeichnet man die im Lichte veränderte Bromsilbermenge als latente Schwärzung, so folgt aus diesen Versuchen, daß es in der Schicht verschiedenartige latente Bilder geben muß. Wenn nämlich unter Umständen zwei verschieden stark belichtete Felder bei einer Entwicklungsart die gleiche Schwärzung ergeben, bei einer anderen aber nicht, so beweist das, daß die Stärke des latenten Bildes nicht durch eine einzige Zahl definiert werden kann, sondern von mindestens zwei Variablen abhängig ist.

Diese Abhängigkeit des Verlaufes der Kurve konstanter Schwärzung von der Entwicklungsart ist eine weitere Erschwerung für die praktische Anwendung des Expositionszeitverhältnisses als photographisch-photometrischen Meßprinzips.

Potsdam, Kgl. Astrophysik. Observatorium, 7. April 1913.

(Eingegangen 19. April 1913.)