3. Eine Methode für die Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen nebst einer Berechnung der Wellenlänge derselben; von G. Holtsmark.

[Auszug aus der Würzburger Inaugural-Dissertation.¹⁾]

P. Curie und G. Sagnac haben beobachtet, daß die sogenannten Sekundärstrahlen, welche von Röntgenstrahlen, wenn diese auf schwere Metalle treffen, erzeugt werden, mit negativer Elektrizität geladen sind ²⁾. Das Metall (Platin oder Blei) wurde in Form eines Blattes isoliert in einer Dose aus Aluminium angebracht und mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Die Dose wurde bis auf Crookesches Vakuum ausgepumpt und der Wirkung von Röntgenstrahlen ausgesetzt. Die von den Röntgenstrahlen erzeugten Sekundärstrahlen trugen ihre Ladung auf die Wände der Aluminiumdose hin, während auf dem Metallblatt eine entsprechende positive Ladung zurückblieb, welche mit dem Elektrometer wahrgenommen wurde. Wenn die Elektrizität zur Erde abgeleitet wurde, konnten Curie und Sagnac einen Strom von der Größenordnung 10^{-10} Amp. messen.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, wie sich dieser Effekt zur Intensitätsmessung bei den die Sekundärstrahlen erzeugenden Röntgenstrahlen verwerten läßt. Ich habe die Methode benutzt, um die Absorption der Röntgenstrahlen in einigen Substanzen zu messen. In dem letzten Teil der Arbeit habe ich einen Versuch gemacht, die Röntgenstrahlen mit Hilfe der elektromagnetischen Lichttheorie in Beziehung zu dem gewöhnlichen Licht zu setzen, indem ich aus den Helmholtzschen Dispersionsformeln vermöge der gemessenen Absorptionskoeffizienten die Größenordnung der Wellenlänge für die Röntgenstrahlen berechnet habe.

1) In extenso in Archiv for mathematisk og naturvidenskab. **24** Nr. 10. 1902 gedruckt.

2) P. Curie u. G. Sagnac, Compt. rend. **130**, p. 1013. 1900.

Die Absorption der Röntgenstrahlen ist von Röntgen¹⁾ und einer Reihe von anderen Forschern mit photometrischen Methoden untersucht. Villari²⁾, Benoist und Hurmuzescu³⁾, M'Clelland⁴⁾ und Righi⁵⁾ haben die durch die Röntgenstrahlen bewirkte Entladung geladener Körper für Intensitätsmessungen benutzt. Eine von den Röntgenstrahlen hervorgerufene Erwärmung ist studiert und zum Teil für Absorptionsmessungen benutzt von Dorn⁶⁾, Schoeps⁷⁾, Rutherford, Macdonald und McClung.⁸⁾ Leininger⁹⁾ vermochte indessen keine Wärmeentwicklung bei den Röntgenstrahlen zu beobachten.

Die auf der Entladungswirkung beruhende Intensitätsmessung darf wohl als eine sehr unvollkommene bezeichnet werden, und die auf der Wärmeentwicklung beruhende ist nach den Versuchen von Leininger sehr zweifelhaft geworden. Die photometrischen Durchlässigkeitsmessungen sind ja in der Wirklichkeit keine Intensitätsmessungen. Somit hat es bisher an einer wirklichen Methode für Intensitätsmessungen gefehlt, und um so mehr dürfte ein Versuch von Interesse sein, eine solche mit Hilfe anderer bis jetzt nicht ausgewerteten Eigenschaften der Strahlen herbeizuführen. Auf Veranlassung des Hrn. Prof. W. Wien habe ich zu diesem Zwecke die im folgenden beschriebene Untersuchung angestellt.

Versuchsanordnung.

Die Sekundärstrahlen wurden auf einem 10 cm langen und 2 cm breiten Platinblech erzeugt, das in einer 18 cm langen evakuierten Glasröhre von 3,5 cm Durchmesser an-

1) W. C. Röntgen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **26**. p. 576—592. 1897.

2) E. Villare, Rend. di Nap. (3a) **2**. p. 102—109. 1896.

3) L. Benoist u. D. Hurmuzescu, Compt. rend. **122**. p. 379 bis 389. 1896.

4) J. A. M'Clelland, Proc. Roy. Soc. **60**. p. 146—148. 1896.

5) A. Righi, Rend. Linc. (5a) **5** [1] p. 142—149. 1896; Compt. rend. **122**. p. 601—602. 1896.

6) E. Dorn, Wied. Ann. **63**. p. 160—176. 1897.

7) K. Schoeps, Zeitschr. f. Naturw. **72**. p. 145—196. 1899.

8) E. Rutherford, R. Macdonald u. K. Mc. Clung, Proc. Roy. Soc. **67**. p. 245—250. 1900.

9) F. Leininger, Physik. Zeitschr. **2**. p. 691—693. 1901.

gebracht war. Durch einen im Glas eingeschmolzenen Platindraht war das Platinblech mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Die Sekundärstrahlen, die während der Bestrahlung mit Röntgenstrahlen vom Platin ausgehen, übertragen ihre negative Ladung auf das Glas, während die zurückgebliebene positive Elektrizität das Quadrantenpaar ladet. Um zu vermeiden, daß die positive Elektrizität auf dem Platin sich mit der negativen Elektrizität auf dem Glase durch etwa anwesendes, vermöge der Röntgenstrahlen leitend gemachtes Gas vereinige, wurde die Glasröhre möglichst gut evakuiert.

Zu dem Zwecke wurde sie während des Pumpens mehrere Stunden lang erhitzt; mit Hülfe einer eingeschmolzenen Platinelektrode wurden dann Entladungen hindurchgelassen. Das Pumpen wurde so lange fortgesetzt, bis überhaupt keine Entladungen mehr durchgingen. Die Glasröhre war in einen Bleikasten eingelegt; dieser besaß auf der gegen die Röntgenröhre zugewandten Seite ein mit Stanniol überdecktes Fenster. Der Bleikasten sowie das Stanniol waren durch angelötete Drähte mit der Erde verbunden. Auf diese Weise war die Röhre vollständig gegen elektrische Wirkungen vom Induktorium geschützt.

Das Platinblech war, wie gesagt, mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden. Das nämliche Quadranten-

paar war mit Zwischenschaltung eines Widerstandes von ungefähr $4 \cdot 10^9$ Ohm mit der Erde verbunden, während das andere Quadrantenpaar direkt an Erde gelegt war. Auf diese Weise konnte die auf dem Platinblech erzeugte positive Elektrizität durch den Widerstand zur Erde strömen, und es wurde nun die Spannungsdifferenz an den beiden Enden des Widerstandes mit dem Elektrometer gemessen. Diese Spannungsdifferenz bez. der Ausschlag am Elektrometer war nach dem Ohmschen Gesetz proportional dem Strom, der durch den Widerstand floß, der wieder, wie unten näher besprochen wird, der Intensität der Röntgenstrahlen proportional war.

Als Widerstandsmaterial wurde Glas verwendet. Ein ca. 2 mm dicker Stab aus blauem Schmelzglas wurde auf zwei Stellen mit Stanniolstreifen belegt; um das Stanniol wurde Messingdraht fest herumgewickelt, und die so erhaltenen Elektroden wurden gegeneinander bis auf etwa 1 mm Abstand verschoben. Der verbleibende Zwischenraum wurde mit Siegellack überzogen. Es wurden zwei solche Widerstände gemacht, jeder von ungefähr $6 \cdot 10^9$ Ohm. Parallel geschaltet bildeten sie einen Widerstand von $3\text{--}4 \cdot 10^9$ Ohm, eine Größe, die bei meinen Versuchen die günstigste war. Dieser Widerstand hatte zwar den Nachteil, daß er bei Temperaturänderungen erhebliche Schwankungen erlitt. Bei den Versuchen aber war die Kenntnis des Absolutwertes des Widerstandes nicht erforderlich. Ich verfuhr nämlich so, daß ich die Ausschläge am Elektrometer bei unmittelbar nacheinander angestellten Beobachtungen verglich; daß sich der Widerstand in der kurzen Zeit nicht erheblich änderte, dafür hatte ich schon in der Konstanz der Ausschläge eine genügende Kontrolle. Übrigens wurde der Widerstand öfters durch direkte Messung kontrolliert.

Das Elektrometer besaß Dolezaleksche Konstruktion.¹⁾ Die Nadel wurde von einer Zambonischen Säule geladen. Ein Skalenteil entsprach etwa $5,3 \cdot 10^{-4}$ Volt bei 1,8 m Skalenabstand.

Die Röntgenröhre stammte von Müller-Uri (Braunschweig) für 10—20 cm Funkenlänge. Der Abstand zwischen dem

1) F. Dolezalek, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 18—22. 1901.

Fokus der Röntgenstrahlen und der Sekundärstrahlenröhre betrug im allgemeinen 25 cm. Zum Betrieb der Röntgenröhre wurde ein Induktorium mit Platinunterbrecher verwendet; den Primärstrom lieferte eine Batterie von acht Akkumulatoren. Die Röntgenröhre war mit einem eingeschmolzenen Platinpalladiumröhrchen zum Regenerieren der Röhre versehen. Anfangs wurde diese Regeneriervorrichtung gar nicht benutzt; aber nach mehreren Wochen war die Röhre im Gebrauch so hart geworden, das sie kaum mehr Röntgenstrahlen gab; dann mußte die Regeneriervorrichtung häufig in Funktion treten, um die Röhre genügend weich zu erhalten. Es war nämlich bei den Messungen von großer Bedeutung, daß sich die Röhre auf konstanter Härte erhielt. Die Strahlen, welche eine harte Röhre gibt, werden verhältnismäßig viel weniger absorbiert als die einer weichen Röhre. Auch ist der absolute Effekt der Strahlen, d. h. der Ausschlag am Elektrometer, bei verschiedener Härte ein verschiedener; bei einer gewissen Qualität der Strahlen scheint der Effekt ein Maximum zu erreichen, während sowohl die härteren als die weicheren Strahlen einen kleineren Effekt geben. Dies Verhältnis habe ich nicht näher untersuchen können, schon aus dem einfachen Grunde, weil es mir nicht gelang, der Regulierung der Röhre vollständig Herr zu werden. Um die Qualität der Röhre zu beurteilen, wurde parallel zur Röhre ein Funkenmikrometer mit Zinkkugeln von 1 cm Durchmesser geschaltet. Hiermit wurde die Funkenstrecke in der Parallelleitung gemessen, und diese Länge wurde als ein rohes Maß für die Spannungsdifferenz der Röhrenelektroden angenommen. Bei den letzten endgültigen Absorptionsmessungen variierte die Länge der Funken zwischen etwa 3,5 und 4,5 cm. Während der Vorversuche arbeitete ich mit Spannungen, welchen Funken von 2—9 cm Länge entsprachen.

Einen allerdings vergeblichen Versuch, die Regeneriervorrichtung der Röntgenröhre zu verbessern, habe ich in der Dissertation beschrieben. Da habe ich auch die Vorrichtungen besprochen, durch welche ich das Elektrometer vor direkter Bestrahlung der Röntgenstrahlen und vor heranziehender, durch Röntgenstrahlen leitend gemachter Luft sowie vor elektrischen Wirkungen vom Induktorium schützte.

Von dem Platz des Fernrohres aus konnte das Induktorium in Gang gesetzt, und der Ausschlag am Elektrometer von der Ruhelage aus beobachtet werden. Das Elektrometer stellte sich langsam ein, die Nadel wanderte aus der Ruhelage erst schnell, dann langsamer zu der endgültigen Stellung hin. Es dauerte unter Umständen eine halbe Minute oder länger bis sich die Nadel eingestellt hatte. Nachdem die Bestrahlung bei Abstellung des Induktoriums aufgehört hatte, wanderte die Nadel nach demselben Gesetz zu der Ruhelage zurück. Diese langsame Bewegung ist, wie ich in der Dissertation näher auseinandergesetzt habe, wohl erklärlich, wenn man bedenkt, daß der Ausschlag von einer Spannung bedingt ist, die sich erst allmählich ausbildet, je nachdem sich die Elektrizität auf dem Platinblech vermöge der Bestrahlung entwickelt. Aber wahrscheinlich wirkt noch ein anderer Umstand verzögernd auf die Einstellung der Nadel. Es scheint, daß sich die Röntgenröhre beim Gebrauch ändert, und zwar so, daß der Effekt der Strahlen anfänglich wächst und sein Maximum erst nach einiger Zeit erreicht. Nachdem dies Maximum erreicht ist, ändert sich die Röhre weiter, indem der Effekt der Strahlen sich verringert. Um diese Schwankungen an der Röhre möglichst zu vermeiden, bestrebte ich mich, die Röhre möglichst wenig anzustrengen. Um die Einstellungszeit zu verkürzen, wählte ich den Widerstand so klein wie es nur möglich war, um noch genügend große Ausschläge zu bekommen. Der Strom war im allgemeinen von der Größe $1 \cdot 10^{-11}$ Amp. Die Empfindlichkeit des Elektrometers hatte ich weit möglichst gesteigert, 1 Skt. entsprach $5,3 \cdot 10^{-4}$ Volt. Um einen Ausschlag von 100 Skt. zu erhalten, mußte also der Widerstand $5,3 \cdot 10^9$ Ohm sein. Es erwies sich als ungünstig mit größeren Ausschlägen bez. größeren Widerständen zu arbeiten, weil dann die Einstellung zu langsam erfolgte. Wegen der Schwankungen des Widerstandes lagen die Ausschläge bei voller Bestrahlung zwischen 40 und 120, am häufigsten zwischen 60 und 80.

Ein Absorptionsversuch wurde in folgender Weise angestellt: Zuerst wurde der Ausschlag bei voller Bestrahlung beobachtet, dann, wenn die Strahlen durch eine Platte von irgend einer Substanz passierten. Um die Absorption in nach-

einander folgenden Schichten einer Substanz zu messen, wurde eine Reihe von Platten aus der betreffenden Substanz verwendet. Unter Absorptionskoeffizient verstehe ich den Koeffizienten q' in dem Verhältnis $e^{-q'd}$, welches mir angibt, wie die Intensität der Strahlen geschwächt wird, wenn sie eine Strecke d durchheilen. Wenn die absorbierende Schicht so dick wird, daß nur noch 30 Proz. oder weniger von der Strahlungsintensität durchgelassen werden, sind die Messungen unsicher.

Beobachtungsergebnisse.

Um zu entscheiden, ob die Ausschläge am Elektrometer proportional der Intensität der Strahlung waren, wurden die Ausschläge bei verschiedenen Abständen zwischen Röntgenröhre und Sekundärstrahlenröhre beobachtet. Bei einem Versuche waren die Abstände 25 und 50 cm, die Ausschläge 64,6 und 18,2 (Mittel aus je vier Beobachtungen). Bei einem anderen Versuch waren die Abstände 25, 35, 55, 65 cm, die Ausschläge 161, 86, 37, 24. Während die Quadrate der Abstände sich verhalten wie

$$1 : 1,96 : 4,84 : 6,77,$$

verhalten sich die Ausschläge umgekehrt wie

$$1 : 1,88 : 4,36 : 6,72$$

Der Mangel an Übereinstimmung darf wohl auf Versuchsfehler zurückgeführt werden.

Es wurde die Absorption in Metallen, Salzlösungen, Gasen, Dämpfen und einigen anderen Körpern untersucht. Die Strahlen einer harten Röntgenröhre wurden immer weniger absorbiert als die einer weichen. Wenn die Absorption in aufeinander folgenden Schichten eines Körpers gemessen wurde, nahm der Absorptionskoeffizient mit zunehmender Dicke immer ab. Die Strahlen verhielten sich also immer wie ein Gemisch von mehr oder weniger absorbierbaren Strahlen. Der Absorptionskoeffizient nahm mit der Schichtdicke nicht gleichmäßig ab. Wenn die Absorptionskoeffizienten als Ordinaten, die Schichtdicken als Abszissen in ein Diagramm eingetragen wurden, ergaben sich Kurven, welche weder gerade Linien noch Exponentialkurven

waren. Versuche mit Lösungen gaben ein ähnliches Resultat. Der Absorptionskoeffizient eines gelösten Körpers wuchs bei zunehmender Konzentration nicht in demselben Verhältnis wie die in der Volumeneinheit gelöste Menge, und zwar wuchs der Absorptionskoeffizient langsamer als die Konzentration.

Ich will nun die einzelnen Resultate der Absorptionsversuche besprechen. Während der Vorversuche war die Röntgenröhre sehr veränderlich, und ich konnte dann die Absorption sowohl für harte wie für weiche Strahlen messen. Indessen sind die Messungen, welche ich vornahm, nicht so einwandfrei wie die letzten, weil ich anfangs infolge mangelnder Erfahrung noch nicht unter den günstigsten Bedingungen, speziell mit dem vorteilhaftesten Widerstand arbeitete. Als ich nachher zu den endgültigen Messungen überging, hatte ich inzwischen die Röntgenröhre ausgepumpt; die Folge dieses Auspumpens war, daß sich die Röhre während des späteren Gebrauches konstant erhielt, und es fehlte mir dann die Gelegenheit, die Absorption von Strahlen verschiedener Qualität zu vergleichen. Während dieser letzten Periode entsprach die Spannung an der Röntgenröhre einer Funkenlänge von 3,5 bis 4,5 cm. Die Messungen, die ich mit der härteren Röhre gemacht habe, können deshalb nur insofern einen Wert besitzen, als sie *qualitativ* einen Aufschluß über den Unterschied in dem Durchdringungsvermögen harter und weicher Strahlen geben.

Bei den einzelnen Substanzen gebe ich an die Dicke (d cm) der benutzten Platten, die Spannung der Röntgenröhre durch die Länge, s cm, der Funke am parallelgeschalteten Funkenmikrometer gemessen, und die Absorptionskoeffizienten q' , bezogen auf Centimeter in den aufeinander folgenden Schichten.

Kupfer.

$d = 0,00659$	0,00673 cm	
$q' = 150$	99	$s = 3,7-4,0$ cm
$q' = 106$	86	$s = 5,5-6,0$

Aluminium.

$d = 0,104$	0,109	0,212 cm	
$q' = 5,5$	4,7	3,5	$s = 3,5-3,7$ cm
$q' = 4,3$	2,6	2,2	$s = 6-7$

Platin.

$d = 0,000493$	$0,000518$	$0,000480$ cm	
$q' = 1030$	$1090^1)$	$530^1)$	$s = 3-3,6$ cm
$q' = 890$	760	660	$s = 4,2-4,6$
$q' = 640$	530	480	$s = 4,8-6,5$

Silber.

$d = 0,00446$	$0,00457$ cm	
$q' = 230$	$190^2)$	$s = 3,3$ cm
$q' = 220$	$150^2)$	$s = 6$

Blei.

$d = 0,0085$ cm	
$q' = 370$	$s = 3,5$ cm

Zink.

$d = 0,0102$ cm	
$q' = 130$	$s = 4-4,5$ cm

Nickel.

$d = 0,0162$ cm	
$q' = 110^3)$	$s = 4$ cm

Eisen.

$d = 0,0152$ cm	
$q' = 95$	$s = 3,7$ cm

Zinn.

$d = 0,00458$	$0,00497$ cm	
$q' = 140$	120	$s = 3,7-3,9$ cm

Gold.

$d = 0,000196$	$0,000407$	$0,000394$ cm	
$q' = 1490$	1120	910	$s = 3,8-4$ cm.

Quecksilber.

Stanniol von etwa 0,004 cm Dicke wurde auf eine dünne Holzplatte geklebt und dann amalgamiert. Bei drei Versuchen waren die berechneten Dicken der Quecksilberschichten 0,000906, 0,001038 und 0,00127 cm. Es wurde gemessen q' bez. = 590, 340 und 400 bei $s = 3,5$. Aus der Absorption in einer Lösung

1) Wahrscheinlich Versuchsfehler.

2) Unsicher.

3) Unsicher.

von salpetersaurem Quecksilberoxyd wurde für Quecksilber berechnet: $d = 0,00176$ cm, $q' = 550$ bei $s = 3,5$. Ein anderer Versuch mit Quecksilberchloridlösung ergab für Quecksilber $q' = 600$ bei $s = 3,4$ cm.

Kohlenstoff.

Es wurden Kohlenstücke von der Art, wie sie in galvanischen Elementen verwendet werden, untersucht.

$d = 0,79$	0,29	0,99 cm	
$q' = 0,73$	0,50 ¹⁾	0,64	$s = 4-4,2$ cm

Schwefel.

$d = 0,275$ cm	
$q' = 5,7$	$s = 3,8$ cm

Paraffin.

$d = 1,62$	1,63	1,61 cm	
$q' = 0,272$	0,263	0,266	$s = 4,1$ cm

Wasser.

$d = 1,23$	1,40 cm	
$q' = 0,54$	0,48	$s = 2,2-2,3$ cm
$q' = 0,52$	0,46	$s = 3,6-4$

Wasserstoff.

Ich konnte keinen Unterschied in der Durchlässigkeit bei Luft und bei Wasserstoff beobachten, wenn die Weglänge der Strahlen im Gas 31,7 cm war.

Flüssige Luft.

Flüssige Luft wurde in einen Kasten aus Karton gefüllt, welcher mit Baumwolle umwickelt war. Ich fand bei einem Versuch:

$d = 1,85$ cm	
$q' = 0,44$	$s = 5,0$ cm

Bei einem anderen Versuch:

$d = 4,5$ cm	
$q' = 0,37$	$s = 4,9$ cm

Betreffs der Versuche über Absorption in Quecksilberdampf und Joddampf muß ich auf die Dissertation hinweisen.

1) Versuchsfehler.

Bei der Untersuchung der Absorption in Flüssigkeiten wurden drei rechteckige Holztröge benutzt. Die Wände waren aus 2 mm dicken Zigarrenkastenbrettern gebildet. Um die Tröge wasserdicht zu machen, wurden sie in Paraffin gekocht. Die Weglängen der Strahlen in der Flüssigkeit waren bei den drei Trögen 0,47, 1,23 und 2,63 cm. Bei stärker absorbierenden Flüssigkeiten wurde der kleinste Trog benutzt.

Während bei Salzsäure und Schwefelsäure eine erheblich größere Absorption beobachtet wurde als bei Wasser, konnte ich bei Salpetersäure, welche pro Liter 300 g HNO_3 enthielt, im Absorptionskoeffizient keinen Unterschied von dem des Wassers beobachten. Diese Eigenschaft habe ich verwertet, um die Absorptionskoeffizienten einiger Metalle in Lösungen zu untersuchen. Zunächst wollte ich untersuchen, ob ein Metall in festem Zustande dasselbe Absorptionsvermögen hat, wie wenn es sich in einer chemischen Verbindung in Wasser gelöst befindet. Es wurde eine Lösung von Silbernitrat bereitet, welche, in den Holztrog gefüllt, genau so viel Silber pro Quadratcentimeter der Fläche des Troges enthielt, wie eine Silberplatte von 0,00446 cm Dicke. Es wurde der Ausschlag beobachtet, einmal wenn die Strahlen durch die Lösung gingen, und dann wenn die Strahlen durch das Wasser und die Silberplatte gingen. Der Ausschlag war in beiden Fällen derselbe. Während die Strahlung durch Wasser einen Ausschlag von 108 Skt. hervorbrachte, war der Ausschlag bei der Kombination Wasser + Silberplatte sowie bei der Lösung von Silbernitrat 39. Die Salpetersäure kommt bei diesem Versuch nicht in Betracht, da ihre Absorption, wie oben erwähnt, von derselben Größe wie die des Wassers ist. Aus diesem Versuch geht hervor, daß das Silber in der Silbernitratlösung gleichviel wie eine gleiche Silbermenge in festem, metallischem Zustand absorbiert. Versuche mit Blei gaben für dies Metall ein ähnliches Resultat. Die Versuche bestätigen, was schon von mehreren Forschern gefunden ist, daß das Absorptionsvermögen eines Körpers von dessen Aggregatzustand und chemischen Zustand unabhängig ist. Ich habe das Resultat benutzt, um den Absorptionskoeffizient einiger Metalle zu bestimmen.

Benoist hat ein Gesetz für die Durchlässigkeit der chemischen Elemente angegeben.¹⁾ Ich habe meine Resultate mit diesem Gesetz verglichen. Obwohl in großen Zügen eine gewisse Übereinstimmung zu herrschen scheint, stimmen doch meine Resultate im einzelnen gar nicht gut mit dem Gesetz überein, was ich in der Dissertation näher nachgewiesen habe.

Die Wellenlänge der Röntgenstrahlen.

Kurz nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen wurde von mehreren Seiten darauf aufmerksam gemacht, daß die Strahlen sich vielleicht als eine Art Lichtstrahlen von kleiner Wellenlänge auffassen ließen. Auch erinnerte man an die Kettelersche und Helmholtzsche Dispersionstheorien, die direkt zu der Konsequenz führen, daß Lichtwellen von sehr kurzer Wellenlänge einen Brechungsexponent nahe gleich 1 haben und auch wenig absorbiert werden müßten. Auf Grund der Annahme, daß die Röntgenstrahlen transversale Ätherwellen mit sehr kurzer Wellenlänge wären, wurde ihre Wellenlänge berechnet. Indessen mußten diese Berechnungen aus dem Grunde unsicher werden, weil sie sich wesentlich auf den Wert des Brechungsexponenten aufbauten. Nachdem nun jedoch die Absorptionskoeffizienten experimentell bestimmt worden sind, läßt sich die Rechnung auf einer etwas sichereren Grundlage ausführen.

Für die Dispersion leitet v. Helmholtz die folgenden Formeln ab:

$$(1) \quad \begin{cases} q = \frac{n}{\mathfrak{C}_0} \sqrt{\frac{q_0}{q_1}} \cdot \sin \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_0), \\ \frac{1}{\mathfrak{C}} = \frac{1}{\mathfrak{C}_0} \sqrt{\frac{q_0}{q_1}} \cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_0). \end{cases}$$

Hier bezeichnen q den Absorptionskoeffizienten der Amplitude bezogen auf die Längeneinheit, $\mathfrak{C}_0$ und $\mathfrak{C}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellen bez. im freien Äther und in dem absorbierenden Medium, und n die Anzahl der Schwingungen

1) L. Benoist, Journ. de physique (3) 10. p. 653—668. 1901.

in 2π Sekunden.¹⁾ ϱ_0 , ϱ_1 , θ_1 und θ_0 sind Hilfsgrößen, welche durch die Gleichungen

$$(2) \quad \begin{cases} a^2 - m n^2 + 1 = \varrho_0 \cos \theta_0, & k n = \varrho_0 \sin \theta_0, \\ a^2 - m n^2 - 1 = \varrho_1 \cos \theta_1, & k n = \varrho_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

definiert sind. a^2 , m und k sind wiederum die Konstanten in der Bewegungsgleichung der Ionenpaare:

$$\mathfrak{Y} = a^2 \eta + m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + k \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

$\mathfrak{C}_0/\mathfrak{C}$ ist das Brechungsverhältnis des Mediums und wird im folgenden mit N bezeichnet.

Aus den Formeln (1) und (2) läßt sich der Absorptionskoeffizient q als Funktion der Schwingungszahl n , oder n als Funktion von q ausdrücken. Wäre nun diese Funktion gegeben, so könnte man offenbar die jetzt bekannten Absorptionskoeffizienten einführen und auf diese Weise die Schwingungszahl der Röntgenstrahlen berechnen. Zu diesem Zwecke nun muß man die Konstanten a^2 , m und k kennen. Diese lassen sich berechnen, wenn man q und N bei zwei verschiedenen Wellenlängen kennt. Die Absorption und die Brechung bei den Metallen sind von mehreren Forschern untersucht. Bei meinen Berechnungen habe ich die von Drude gefundenen Werte der optischen Konstanten zu Grunde gelegt.²⁾

Allerdings ist eine Rechnungsweise, wie ich hier angedeutet habe, mit einer erheblichen Unsicherheit verbunden. Die Helmholtzschen Formeln setzen nämlich voraus, daß die Ionen bloß *eine* Eigenschwingung haben. Bei zwei oder mehreren Eigenschwingungen lassen sich die Formeln ohne Erweiterungen nicht anwenden. Über die Eigenschwingungen der Ionen bei den Metallen ist indessen wenig bekannt, und zwar weiß man nicht, ob nur eine oder mehrere Eigenschwingungen vorhanden sind. Immerhin schien es doch von einem gewissen Interesse zu sein, die Theorie ohne weiteres anzuwenden. Über die Anwendbarkeit sollen dann die Resultate der Rechnungen so gut wie möglich Aufschluß geben.

1) H. v. Helmholtz, Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichtes, p. 339. Herausgegeben von Arthur König und Carl Runge. Hamburg und Leipzig 1897.

2) P. Drude, Wied. Ann. **39**. p. 481—554. 1890.

Zunächst handelt es sich darum, die Formeln in eine für die Zahlenrechnungen handliche Form zu bringen. Die Umrechnungen sind in der Dissertation ausführlich wiedergegeben. Hier werde ich nur die Resultate mitteilen. Drude hat den Absorptionsindex κ und den Brechungsindex N bestimmt.¹⁾ κ wird von Drude so definiert: Nach Durchheilen einer Strecke λ (Wellenlänge) nimmt die Lichtamplitude im Verhältnis $e^{-2\pi\kappa}$ ab.²⁾ Mit λ wird die Wellenlänge in dem absorbierenden Medium gemeint. Dann wird

$$(3) \quad N = \frac{\mathfrak{G}_0}{\mathfrak{G}},$$

$$(4) \quad \kappa = \frac{q \mathfrak{G}}{n} = \operatorname{tg} \frac{\theta_1 - \theta_0}{2},$$

wo q , $\mathfrak{G}$ und n dieselbe Bedeutung wie bei Helmholtz haben. Bei den weiteren Rechnungen habe ich einige Glieder vernachlässigt, indem bei allen den von Drude in der zitierten Arbeit untersuchten Metallen $(\kappa^2 + 1)N^2$ groß gegen 1 ist und θ_0 immer ein sehr kleiner Winkel ist. Ich finde dann:

$$(5) \quad a^2 - m n^2 = 1 - \frac{2(\kappa^2 - 1)}{(\kappa^2 + 1)^2 N^2}$$

und

$$(6) \quad k n = \frac{4 \kappa}{(\kappa^2 + 1)^2 N^2}.$$

Man sieht, daß k aus den optischen Konstanten bei nur einer Wellenlänge bestimmt werden kann. Um m und a^2 zu finden, müssen die Konstanten bei wenigstens zwei verschiedenen Wellenlängen bekannt sein. Wenn k aus den Konstanten bei den beiden Wellenlängen berechnet wird, so müssen die beiden gefundenen Werte übereinstimmen, falls unsere Rechnungen richtig sind. Man gewinnt so eine gewisse Kontrolle bei der Rechnung.

Wir setzen nun zur Abkürzung

$$(7) \quad A = \frac{2(\kappa^2 - 1)}{(\kappa^2 + 1)^2 N^2}$$

1) Bei Drude heißt der Brechungsindex n . Ich habe statt dessen, um von der Helmholtzschen Schwingungszahl n zu unterscheiden, den Buchstaben N gewählt.

2) P. Drude, Lehrbuch der Optik p. 333. Leipzig 1900.

und werden die Zahlen, welche sich auf die Wellenlängen λ_1 und λ_2 beziehen, mit dem Index 1 bez. 2 bezeichnen. Wir setzen ferner

$$(8) \quad \delta = \frac{n_2^2}{n_1^2} - 1 = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} - 1$$

und erhalten aus (5), indem wir die Gleichung auf zwei Wellenlängen anwenden

$$(9) \quad a^2 = 1 - A_1 + \frac{A_2 - A_1}{\delta}$$

und

$$(10) \quad m = \frac{A_2 - A_1}{n_2^2 - n_1^2}.$$

Drude hat nun seine Messungen bei gelbem Licht,

$$\lambda_2 = 59 \cdot 10^{-6} \text{ cm},$$

und bei rotem Licht

$$\lambda_1 = 63 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$$

gemacht. Somit ist

$$n_1 = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10}}{63 \cdot 10^{-6}} = 2,99 \cdot 10^{15},$$

$$n_2 = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10}}{59 \cdot 10^{-6}} = 3,20 \cdot 10^{15},$$

$$n_2^2 - n_1^2 = 1,30 \cdot 10^{30},$$

$$\delta = 0,140.$$

Aus (6), (7), (8), (9) und (10) lassen sich a^2 , m und k bequem berechnen.

Unten sind die Zahlen in einer Tabelle zusammengestellt. In der zweiten, dritten, fünften und sechsten Kolumne befinden sich die von Drude angegebenen optischen Konstanten. In der vierten und in der siebenten Kolumne stehen die aus den Konstanten nach (7) berechneten Zahlen A_2 und A_1 . In den folgenden vier Kolumnen befinden sich die nach den Formeln (9), (10) und (6) berechneten a^2 , m und k . Die Zahlen in der m -Kolumne sind mit 10^{-32} , die Zahlen in den k -Kolumnen mit 10^{-16} zu multiplizieren.

Tabelle.

	Gelb			Rot			$m \cdot 10^{82}$	$k_2 \cdot 10^{16}$	$k_1 \cdot 10^{16}$	$q' = 2 q$	$\lambda_R \cdot 10^7$ cm
	N_2	κ_2	A_2	N_1	Rot						
					κ_1	A_1					
Blei	2,01	1,73	0,0619	1,97	1,74	0,0644	—	0,336	0,370	370	—
Quecksilber	1,73	2,87	0,0567	1,87	2,78	0,0505	0,473	0,141	0,140	570	6,9
Platin	2,06	2,06	0,0555	2,16	2,06	0,0506	0,377	0,220	0,215	660	4,8
Gold	0,366	7,71	0,239	0,306	10,2	0,199	3,02	0,197	0,132	910	51,8
Zinn	1,48	3,55	0,0572	1,66	3,30	0,0508	0,494	0,109	0,113	120	3,7
Kadmium	1,13	4,43	0,0686	1,31	4,05	0,0593	0,713	0,102	0,104	—	—
Silber	0,181	20,3	0,1471	0,203	19,5	0,1266	1,57	0,0454	0,0435	190	23,7
Zink	2,12	2,60	0,0425	2,36	2,34	0,0383	0,324	0,120	0,134	130	2,4
Kupfer	0,641	4,09	0,244	0,580	5,24	0,194	1,157	0,395	0,257	99	15,3
Nickel	1,79	1,86	0,0772	1,89	1,88	0,0690	0,630	0,365	0,343	110	2,6
Stahl	2,41	1,38	0,0369	2,62	1,32	0,288	1,029	0,352	0,342	95	2,4
Aluminium	1,44	3,63	0,0584	1,62	3,36	0,0519	0,500	0,109	0,113	3,5	0,65
Magnesium	0,37	11,8	0,1027	0,40	11,5	0,0924	0,981	0,797	0,0548	—	—
Wismut	1,90	1,93	0,0676	2,07	1,90	0,0573	0,790	0,299	0,279	—	—
Antimon	3,04	1,63	0,0268	3,17	1,56	0,0242	0,202	0,165	0,176	—	—

Wie gesagt, bietet die Übereinstimmung der bei den beiden Wellenlängen berechneten Werte für k eine gewisse Kontrolle. Die Zahlen stimmen gut überein bei Quecksilber, Platin, Zinn, Kadmium, Aluminium und Magnesium, weniger gut bei Blei, Silber, Zink, Nickel, Stahl, Wismut und Antimon, aber schlecht bei Gold und Kupfer. Gold und Kupfer müssen also für die weitere Berechnung ausscheiden. Die Abweichungen dürften wohl auf dem Vorhandensein von mehreren nahe aneinander liegenden Eigenschwingungen beruhen, und in diesem Falle läßt sich die Theorie, wie auch Helmholtz selbst bemerkt¹⁾, ohne Erweiterungen nicht anwenden. Bei den übrigen Metallen sind die Abweichungen wohl nicht so groß, daß sie nicht als die Folge von Versuchsfehlern angesehen werden könnten. Bei der später zu besprechenden Extrapolation sind für die k immer die Mittelwerte aus den beiden berechneten Werten benutzt.

Damit m sich berechnen lasse, muß $A_2 > A_1$. Dies trifft tatsächlich bei allen Metallen mit Ausnahme von Blei ein. Für Blei gibt die Rechnung ein negatives m , was keinen Sinn hat.

Vielleicht stehen die Widersprüche, zu welchen die Rechnungen bei Blei, Gold und Kupfer führen, damit im Zusammenhang, daß eben diese Metalle zwischen Rot und Gelb anomale Dispersion des Brechungsvermögens besitzen, während alle übrigen Metalle in diesem Gebiet eine normale Dispersion aufweisen.

Mit Hülfe der aus (5) und (6) gewonnenen Werte für a^2 , m und k kann man nun zu den Grundgleichungen (1) und (2) zurückgehen und die Schwingungszahl bez. Wellenlänge der Röntgenstrahlen berechnen, indem man für q die gemessenen Absorptionskoeffizienten einsetzt. $\mathfrak{C}_0/\mathfrak{C}$ kann man nun $= 1$ setzen, da alle Versuche für Röntgenstrahlen ein Brechungsverhältnis gleich 1 oder sehr nahe gleich 1 gegeben haben. Die Formeln (5) und (6) lassen sich bei dieser Extrapolation nicht verwenden, weil sie unter einer bestimmten Voraussetzung (θ_0 klein), welche bei den Röntgenstrahlen sicher nicht zutrifft, abgeleitet sind. Eine direkte Rechnung mit den Formeln (1) und (2) führt aber zu

1) l. c. p. 344.

großen Weitläufigkeiten, und um diese einigermaßen zu beschränken, habe ich die Betrachtungen, welche Helmholtz über den Verlauf der Dispersion der Brechung anstellt, herangezogen.

Die Helmholtzsche Theorie ergibt, daß das Brechungsverhältnis bei wachsender Schwingungszahl zunächst im Gebiet der Eigenschwingungen abnehmen und unter 1 sinken muß, danach aber wieder zunehmen, und sich bei wachsender Schwingungszahl dem Werte 1 asymptotisch nähern muß. Bei Röntgenstrahlen ist nun tatsächlich das Brechungsverhältnis gleich 1, und man ist deshalb berechtigt anzunehmen, daß die Schwingungen in den Röntgenstrahlen weit schneller als die Eigenschwingungen der Ionen in der Substanz sind. Die Eigenschwingungszahl (in 2π Sek.) ist durch $\sqrt{a^2/m}$ gegeben und liegt zwischen $0,55 \cdot 10^{16}$ für Kupfer und $2,2 \cdot 10^{16}$ für Antimon. Die Schwingungszahlen entsprechen den Wellenlängen $3,4 \cdot 10^{-5}$ und $0,85 \cdot 10^{-5}$ cm in Luft. Für Röntgenstrahlen finde ich dagegen bei den besten Berechnungen Wellenlängen von der Größenordnung $0,65$ bis $6,9 \cdot 10^{-7}$ cm. Die Größe $\sqrt{a^2/m}$ ist also gegenüber der Schwingungszahl der Röntgenstrahlen als klein anzusehen, d. h. in den Formeln (2) läßt sich a^2 gegenüber $m n^2$ vernachlässigen. Weiter ersieht man aus der Gleichung (4), daß bei den hohen Schwingungszahlen $\text{tg}(\theta_1 - \theta_0)/2$ klein werden muß. Denn q ist ja viel kleiner und n viel größer als bei dem gewöhnlichen Licht. Wir können dann in (1) $\cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_0) = 1$ setzen. Da ferner $\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_0$ ist, folgt aus (1): $\varrho_0 = \varrho_1$. Dies folgt übrigens auch aus den prinzipiellen Überlegungen bei Helmholtz. Endlich ersieht man aus der Tabelle, daß a^2 sehr nahe gleich 1 ist. Demnach verliert in (2) das Glied 1 auch jede Bedeutung neben dem großen Glied $m n^2$. Die Gleichungen (2) sehen nun so aus:

$$- m n^2 = \varrho_0 \cos \theta_0 = \varrho_1 \cos \theta_1,$$

$$k n = \varrho_0 \sin \theta_0 = \varrho_1 \sin \theta_1.$$

Nach diesen Vereinfachungen erhält man leicht für hohe Schwingungszahlen n_R :

$$n_k^2 = \frac{k}{q m^2} \left(\frac{1}{\mathfrak{C}_0} - k q \right).$$

Nun ist $1/\mathfrak{C}_0 = \frac{1}{3} 10^{-10}$. Aus der Tabelle ersieht man, daß k maximal $0,4 \cdot 10^{-16}$ beträgt, und q kleiner als 10^3 ist. Das letzte Glied in Klammer kann also gegenüber dem ersteren vernachlässigt werden. Dann wird

$$n_R = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{k}{q \mathfrak{C}_0}}$$

oder

$$(11) \quad \lambda_R = 2 \pi C_0 m \sqrt{\frac{q \mathfrak{C}_0}{k}} = 3,26 \cdot 10^{16} m \sqrt{\frac{q}{k}}.$$

Aus dieser letzten Formel folgt, daß *die Wellenlänge der Quadratwurzel aus dem Absorptionskoeffizient proportional ist*. Die absorbierbaren Strahlen haben also die größere Wellenlänge.

In der Formel (11) bedeutet q den Dämpfungskoeffizient der *Lichtamplitude*. Auch κ bezieht sich auf die Amplitude. Bei meinen Messungen habe ich aber den Absorptionskoeffizient q' der *Intensität* gemessen. Weil die Intensität dem Quadrate der Amplitude proportional ist, so wird $q = \frac{1}{2} q'$ sein. Dieser Wert muß bei der Berechnung von λ_R benutzt werden. In der vorletzten Kolumne der Tabelle sind die $q' = 2q$ aufgeführt. Bei der Berechnung von λ_R habe ich die kleinsten mit Sicherheit beobachteten Werte von q' benutzt, weil diese vielleicht den Strahlen von mittlerer Wellenlänge entsprechen. Es gibt nämlich, wie früher gesagt, sicher Strahlen, welchen kleinere Absorptionskoeffizienten als die von mir gemessenen entsprechen.

In der letzten Kolumne der Tabelle (p. 537) befinden sich endlich die mit Hülfe der Formel (11) berechneten Werte der Wellenlänge λ_R der Röntgenstrahlen. Diejenigen bei Gold und Kupfer sind wegen der früher auseinandergesetzten Gründe zu verwerfen; sie sind auch von einer anderen Größenordnung als die übrigen Zahlen. Auch bei Silber liegt das berechnete λ_R weit von den bei den anderen Metallen berechneten. Hierfür kann ich keine Erklärung geben. Die optischen Konstanten des Silbers haben zwischen Rot und Gelb extreme Werte. Vielleicht kann dieser Umstand eine gewisse größere Unsicherheit der Extrapolation bedingen. Abgesehen von Gold, Silber und Kupfer geben die Absorptionskoeffizienten für die übrigen 7 Metalle Werte für die Wellenlänge, welche zwischen $0,65$ und $6,9 \mu\mu$ liegen.

Für Kadmium, Magnesium, Wismut und Antimon habe ich keine Absorptionskoeffizienten angegeben, weil meine Messungen mit diesen Metallen (in Lösungen) nicht als einwandfrei angesehen werden können. Da aber die Größenordnung der Konstanten a^2 , m und k für diese Metalle dieselbe ist, wie bei den übrigen, so wird die Berechnung der Koeffizienten aus diesen Konstanten zu Resultaten führen, die in ihrer Größenordnung von denen der anderen Metalle nicht abweichen werden.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der hiesigen Universität im Laufe des letzten Winters und Frühlings ausgeführt. Dem Leiter des Institutes, Hrn. Prof. Dr. W. Wien, möchte ich für die Anregung und stete lebenswürdige Unterstützung bei den Untersuchungen auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank abstaten.

Würzburg, Physikalisches Institut, 7. Juli 1902.

(Eingegangen 21. November 1902.)