Tabelle 4.

Temperatur	Coëfficient	Temperatur	Coëfficient	Temperatur	Coëfficient
5°	0,001729	12°	0,001406	19°	0,001254
6°	0,001665	13°	0,001381	20°	0,001236
7°	0,001605	14°	0,001360	21°	0,001221
8°	0,001553	15°	0,001329	22°	0,001207
9°	0,001509	16°	0,001319	23°	0,001198
10°	0,001470	17°	0,001299	24°	0,001180
11°	0,001437	18°	0,001280		

Durch Vergleichung mit den nach der ersten Methode gegebenen Coëfficienten findet man eine Uebereinstimmung meistens bis auf vier Decimalstellen. Die nach den Tabellen 1 und 4 gezogenen Curven sind neben einander (Taf. I Fig. 7) gestellt worden, wodurch man sich leicht überzeugen kann, dass der durch die erste der angewendeten Methoden bewiesene Satz gleichfalls durch die zweite derselben vollständig bestätigt wird.

Physik. Lab. d. Univ. Berlin, 3. August 1877.

X. *Einige Beobachtungen an dem Radiometer von Crookes; von Eduard Riecke.*

(Aus den Göttinger Nachr. vom 15. August 1877, mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

Durch die grosse Zahl neuer und überraschender Erscheinungen, welche in dem kurzen Zeitraume seit der Wiederentdeckung der radiometrischen Bewegungen durch Crookes bekannt geworden sind, dürfte nachgewiesen sein, dass durch diese Erscheinungen der Kreis der physikalischen Thatsachen eine ebenso unerwartete wie bedeutungsvolle Erweiterung erfahren hat. Wenn ich mir

erlaube, im Folgenden einige Beobachtungen über die Bewegung des Radiometers mitzutheilen, so geht meine Absicht nur dahin, die Aufmerksamkeit kompetenterer Physiker auf eine Methode der Beobachtung zu richten, welche über einige der wichtigsten Elemente dieser Bewegung in sehr einfacher Weise Aufschluss zu geben im Stande ist.

Wir nehmen an, dass die Rotation des Radiometers durch einen constanten, normal gegen die eine Seite der Flügel gerichteten Ueberdruck hervorgebracht werde, während gleichzeitig eine der Winkelgeschwindigkeit proportionale Reibung der Bewegung entgegenwirkt. Bezeichnen wir unter dieser Voraussetzung durch p den auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck, durch l den Abstand, in welchem sich der Mittelpunkt der Fläche von der Drehungsaxe befindet, durch Q die Fläche, durch M das Trägheitsmoment aller Flügel zusammengenommen, so ergibt sich für die Bewegung des Radiometerkranzes die Differentialgleichung:

$$M \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \varrho \frac{d\varphi}{dt} = p \cdot Q \cdot l,$$

wo ϱ den Coëfficienten der Reibung bezeichnet.

Ist für $t = 0$ sowohl φ als auch $\frac{d\varphi}{dt}$ gleich Null, so gibt die erste Integration:

$$M \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \varrho \cdot \varphi = p \cdot Q \cdot l \cdot t,$$

das zweite Integral wird dann:

$$\varphi = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} \cdot t - \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} \cdot \frac{M}{\varrho} \left(1 - e^{-\frac{\varrho}{M} \cdot t} \right),$$

woraus durch Differentiation nach t :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} - \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} e^{-\frac{\varrho}{M} \cdot t}.$$

Für die von dem Radiometer erreichte constante Endgeschwindigkeit ergibt sich der Werth:

$$\alpha = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho}.$$

Substituiren wir denselben in die Gleichung für den Drehungswinkel φ , so erhalten wir:

$$\varphi = \alpha \cdot t - \alpha \cdot \frac{M}{\varrho} \left(1 - e^{-\frac{\varrho}{M} \cdot t} \right).$$

Die Curve, welche durch diese Gleichung dargestellt wird, geht in eine gerade Linie über, sobald die Winkelgeschwindigkeit des Radiometers eine constante geworden ist. Die Gleichung dieser geraden Linie ist, wie man leicht sieht:

$$\varphi = \alpha \cdot t - \alpha \cdot \frac{M}{\varrho};$$

für $\varphi = 0$ gibt dieselbe:

$$t = \frac{M}{\varrho}.$$

Wenn man die Bewegung des Radiometers von der Ruhelage aus in ihrem zeitlichen Verlaufe beobachtet, so sind aus diesen Beobachtungen die Werthe von:

$$\alpha = \frac{p \cdot Q \cdot l}{\varrho} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{M}{\varrho}$$

unmittelbar zu entnehmen. Die Berechnung des auf die Flächeneinheit wirkenden Druckes p und des Reibungscoëfficienten ϱ erfordert dann nur noch die Kenntniss der Masse und der Dimensionen der Radiometerflügel.

Besonders hervorzuheben ist, dass der Werth von τ von der schliesslichen Winkelgeschwindigkeit α unabhängig ist. Wenn wir also für verschiedene Bewegungen eines und desselben Radiometers die Bewegungscurven construiren, so müssen die geradlinigen den constanten Endgeschwindigkeiten entsprechenden Theile dieser Curven die Axe der Zeiten in einem und demselben Punkte schneiden.

Es mögen nun Beobachtungen an zwei Radiometern mitgetheilt werden, welche als Prüfsteine für die Richtigkeit der bei der vorhergehenden Entwicklung zu Grunde gelegten Hypothesen dienen können.

Bei diesen Beobachtungen wurden die Radiometer in das Innere eines Kastens gesetzt, welcher in der Höhe des Kreuzes zwei einander gegenüberliegende Oeffnungen

besass; durch die vordere Oeffnung konnten die Strahlen einer Gaslampe auf das Radiometer geworfen werden, während die hintere für die Beobachtung frei gelassen war. Durch zwei über die Mitte der Oeffnungen herabhängende Senkel wurde eine verticale Visirebene hergestellt, in welche die Drehungsaxe des Radiometers eingestellt wurde. Die Anfangsstellung des Radiometers war immer so gewählt, dass eines der Flügelpaare gerade in die Visirebene hineinfiel. Bei einem bestimmten Secundenschlage wurde ein die vordere Oeffnung verdeckender Schirm entfernt, und so der Zutritt des Lichtes zu dem Radiometer eröffnet; die aufeinanderfolgenden Durchgänge der Flügel durch die Visirebene wurden mit Hülfe eines halbe Secunden schlagenden Chronometers bestimmt. Die Beobachtungen selbst sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt; die erste Columnne enthält die Winkel, welche von dem zuerst in die Visirebene eingestellten Flügel des Radiometers durchlaufen wurden, die zweite Columnne enthält die entsprechenden Zeiten in Secunden. Wurden unter denselben Verhältnissen, d. h. bei gleichem Abstände und gleicher Helligkeit der Flamme mehrere Beobachtungsreihen angestellt, so sind diese in einer Tabelle zusammengestellt, und ist aus den gleichen Winkeln entsprechenden Zeiten das Mittel genommen.

Radiometer Nr. I.

Der Kranz desselben trug vier Flügel aus geglähtem Glimmer, welche auf der einen Seite berusst waren.

Erste Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Flamme und Radiometer = 800 mm.

φ	t				Mittel	φ	t				Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	16,9	19,9	17,5	18,1	18,1	$\frac{3}{2}\pi$	48,5	52,7	50,0	50,4	50,4
π	24,7	28,1	26,2	26,3	26,3	3π	55,5	60,4	57,8	57,9	57,9
$\frac{3}{2}\pi$	32,7	35,9	35,2	34,6	34,6	$\frac{7}{2}\pi$	63,0	67,9	66,2	65,7	65,7
2π	40,2	44,0	42,5	42,2	42,2	4π	70,7	75,5	73,4	73,2	73,2

Es ergibt sich aus diesen Beobachtungen:

$$\alpha = 0,203. \quad \tau = 11,2.$$

Zweite Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 700 mm.

φ	t			Mittel	φ	t			Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	14,0	12,9	14,3	13,7	$\frac{7}{2}\pi$	48,7	47,9	48,5	48,4
π	20,6	19,9	21,5	20,7	4π	53,7	52,9	53,7	53,4
$\frac{3}{2}\pi$	27,1	26,1	27,1	26,8	$\frac{5}{2}\pi$	59,1	58,3	59,0	58,8
2π	32,2	31,4	32,7	32,1	5π	64,6	63,4	64,0	64,0
$\frac{5}{2}\pi$	37,9	37,0	38,2	37,7	$\frac{11}{2}\pi$	70,1	68,6	68,2	69,0
3π	43,3	42,5	43,7	43,2	6π	75,1	73,5	73,9	74,2

Es ergibt sich aus diesen Beobachtungen:

$$\alpha = 0,303 \quad \tau = 11,8.$$

Radiometer Nr. II.

Die Flügel desselben bestanden aus dünnem auf einer Seite mit Glimmer bedeckten Messingblech und waren gegen die Axe des Radiometers geneigt.

Erste Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 400 mm.

φ	t			Mittel	φ	t			Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	17,2	22,2	19,7	19,7	$\frac{3}{2}\pi$	62,2	59,7	60,9	60,9
π	28,6	30,2	29,4	29,4	5π	65,7	63,5	64,6	64,6
$\frac{3}{2}\pi$	37,0	35,4	36,2	36,2	$\frac{11}{2}\pi$	69,9	67,2	68,5	68,5
2π	41,6	39,5	40,5	40,5	6π	73,0	70,6	71,8	71,8
$\frac{5}{2}\pi$	45,7	44,1	44,9	44,9	$\frac{13}{2}\pi$	76,2	73,5	74,8	74,8
3π	50,1	48,6	49,3	49,3	7π	79,7	77,0	78,3	78,3
$\frac{7}{2}\pi$	54,9	52,4	53,7	53,7	$\frac{15}{2}\pi$	83,0	80,2	81,6	81,6
4π	58,6	56,1	57,3	57,3	8π	86,0	83,2	84,6	84,6

$$\alpha = 0,455 \quad \tau = 28,6.$$

Zweite Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Lampe und Radiometer = 400 mm.

φ	t	φ	t	φ	t
$\frac{1}{2}\pi$	13,0	$\frac{7}{2}\pi$	49,9	6π	66,9
π	22,2	4π	53,2	$\frac{13}{2}\pi$	70,1
$\frac{3}{2}\pi$	31,0	$\frac{9}{2}\pi$	56,7	7π	72,7
2π	36,0	5π	60,1	$\frac{15}{2}\pi$	76,2
$\frac{5}{2}\pi$	40,2	$\frac{11}{2}\pi$	63,7	8π	78,7
3π	45,0				

$$\alpha = 0,494 \quad \tau = 28,9.$$

Dritte Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 400 mm.

φ	t				Mittel	φ	t				Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	14,2	15,7	14,6	14,8	14,8	$\frac{9}{2}\pi$	51,2	52,9	51,5	51,9	51,9
π	22,0	21,2	21,0	21,4	21,4	5π	54,7	56,0	54,9	55,2	55,2
$\frac{3}{2}\pi$	28,7	26,7	27,1	27,5	27,5	$\frac{11}{2}\pi$	58,2	59,2	58,0	58,5	58,5
2π	33,2	32,2	32,9	32,8	32,8	6π	60,7	62,0	61,6	61,4	61,4
$\frac{5}{2}\pi$	37,2	37,6	36,5	37,1	37,1	$\frac{13}{2}\pi$	63,6	65,4	64,7	64,6	64,6
3π	40,7	41,5	40,6	40,9	40,9	7π	66,5	68,1	67,5	67,4	67,4
$\frac{7}{2}\pi$	45,2	45,1	44,9	45,1	45,1	$\frac{15}{2}\pi$	69,7	71,2	70,6	70,5	70,5
4π	48,2	48,9	48,2	48,4	48,4						

$$\alpha = 0,523 \quad \tau = 25,0.$$

Vierte Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 370 mm.

φ	t	φ	t	φ	t
$\frac{1}{2}\pi$	15,5	$\frac{7}{2}\pi$	37,5	$\frac{13}{2}\pi$	52,1
π	21,1	4π	40,1	7π	54,5
$\frac{3}{2}\pi$	25,0	$\frac{9}{2}\pi$	42,5	$\frac{15}{2}\pi$	56,6
2π	28,4	5π	45,1	8π	59,0
$\frac{5}{2}\pi$	31,6	$\frac{11}{2}\pi$	47,5	$\frac{17}{2}\pi$	61,0
3π	34,7	6π	50,1		

$$\alpha = 0,720 \quad \tau = 23,3.$$

Fünfte Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 370 mm.

φ	t		Mittel	φ	t		Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	12,1	12,1	12,1	$\frac{7}{2}\pi$	34,4	32,2	33,3
π	18,0	17,0	17,5	4π	36,6	35,0	35,8
$\frac{3}{2}\pi$	21,9	20,6	21,2	$\frac{5}{2}\pi$	39,1	37,0	38,0
2π	25,0	23,9	24,4	5π	41,6	39,6	40,6
$\frac{5}{2}\pi$	28,0	27,1	27,5	$\frac{3}{2}\pi$	44,0	41,7	42,8
3π	31,5	29,9	30,7	6π	46,0	44,0	45,0

$$\alpha = 0,690 \quad \tau = 17,9.$$

Sechste Beobachtungsreihe.

Entfernung zwischen Radiometer und Flamme = 370 mm.

φ	t		Mittel	φ	t		Mittel
$\frac{1}{2}\pi$	11,5	11,6	11,5	5π	39,0	40,0	39,5
π	16,2	16,5	16,3	$\frac{11}{2}\pi$	41,1	42,2	41,6
$\frac{3}{2}\pi$	20,6	20,6	20,6	6π	43,4	44,5	43,9
2π	23,5	24,0	23,7	$\frac{3}{2}\pi$	45,5	46,5	46,0
$\frac{5}{2}\pi$	26,6	26,5	26,5	7π	47,5	48,5	48,0
3π	29,5	29,6	29,5	$\frac{5}{2}\pi$	49,6	50,5	50,0
$\frac{7}{2}\pi$	32,0	32,1	32,0	8π	51,5	52,5	52,0
4π	34,8	34,9	34,8	$\frac{7}{2}\pi$	53,5	54,7	54,1
$\frac{9}{2}\pi$	36,5	37,5	37,0				

$$\alpha = 0,770 \quad \tau = 18,7.$$

Will man zu einer Berechnung des auf die Flächeneinheit der Flügel wirkenden Druckes p vorgehen, so ist die Kenntniss der Masse und der Dimensionen der Radiometerflügel nothwendig; während die letzteren auch bei einem fertigen Radiometer sich mit hinreichender Annäherung bestimmen lassen, ist man in Betreff der Masse auf eine sehr rohe Schätzung angewiesen. Wenn ich im Folgenden versuche auf Grund einer solchen Schätzung den Druck p zu bestimmen, so können die sich ergebenden

Zahlen nur in Betreff der Grössenordnung von p einen Anhaltspunkt gewähren, aber in keiner Weise auf Uebereinstimmung mit den wirklichen Werthen von p Anspruch machen.

Radiometer Nr. I.

Es wurde gemessen:

$$l = 18,2 \text{ mm}, \quad Q = 600 \text{ qmm.}$$

Die Masse der vier Flügel zusammengenommen wurde geschätzt = 600 mg, woraus:

$$M = 200000.$$

Es ergeben sich hieraus die folgenden Werthe von p :

- 1) für $\alpha = 0,203$ $p = 0,33$,
- 2) für $\alpha = 0,303$ $p = 0,47$.

Radiometer Nr. II.

Es wurde gemessen:

$$l = 16 \text{ mm}, \quad Q = 600 \text{ qmm.}$$

Die Masse der vier Flügel zusammengenommen wurde geschätzt = 340 mg, woraus:

$$M = 100000.$$

Die entsprechenden Werthe von α , q und p sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; hierbei sind die für p unmittelbar sich ergebenden Werthe noch dividirt durch $\cos 45^\circ = 0,707$, um aus der zu der Bewegungsrichtung der geneigten Flügel parallelen Druckcomponente den gegen die Oberfläche der Flügel senkrechten Druck zu erhalten.

α	q	p	α	q	p
0,455	3500	0,23	0,720	4290	0,45
0,494	3460	0,25	0,690	5590	0,56
0,523	4000	0,31	0,770	5350	0,61

Wie man sieht, nimmt bei dem zweiten Radiometer der Reibungscoefficient mit der Geschwindigkeit der Umdrehung zu, so dass also dieses Radiometer nicht ganz den bei der theoretischen Entwicklung zu Grunde ge-

legten Voraussetzungen entspricht. Bei dem ersten Radiometer dagegen erweist sich der Reibungscoefficient als constant.

Die von 1 cmm Wasser infolge seiner Schwere ausgeübte Druckkraft ist gleich 9811 mechanischen Kräfteinheiten, der kleinste und grösste der Werthe, welche sich im Vorhergehenden für den Druck p ergeben haben, würde demnach dem Gewichte von 0,00002 und 0,00006 cmm Wasser entsprechen. Herr Schuster¹⁾ fand auf anderem Wege für eine Rotationsgeschwindigkeit von $\alpha = 20$ seines Radiometers einen Werth von p , der gleich dem Gewichte von 0,0003 cmm Wasser war. Die von ihm beobachtete Rotationsgeschwindigkeit war also beiläufig 30 mal, der entsprechende Druck 7 mal grösser als bei meinen Versuchen.

Es möge schliesslich noch auf die Bedeutung aufmerksam gemacht werden, welche dem im Vorhergehenden berechneten Drucke p vom Standpunkte der Emissionstheorie aus zukommt. Wir denken uns das Kreuz des Radiometers für den Augenblick festgehalten, und auf der zurückgestossenen Fläche irgend eines der Flügel ein Flächenelement von 1 qmm Inhalt abgegrenzt. Wir bilden uns dann die Vorstellung, dass von diesem Flächenstückchen aus materielle Theilchen nach allen Richtungen des Raumes emittirt werden, deren Reaction den auf das Flächenelement ausgeübten Ueberdruck p verursacht. Anstatt eine solche nach allen Richtungen des Raumes vor sich gehende Emission zu untersuchen, beschränken wir uns im Folgenden auf die einfachere Annahme, dass die emittirten Theilchen nur eine zu der emittirenden Oberfläche senkrechte Geschwindigkeitscomponente besitzen, einen Fall, auf welchen sich der allgemeinere leicht reduciren lassen wird.

Wir nehmen an, die emittirten Theilchen bewegen sich unter der Wirkung einer von der Oberfläche der Flügel auf sie ausgeübten constanten Kraft, welche wir

1) Beibl. I. p. 535.

gleich $\mu \cdot \pi$ setzen wollen, wo unter μ die Masse eines einzelnen emittirten Theilchens verstanden ist. Die Wirkung dieser Kraft erstrecke sich aber nur bis zu einer gewissen Entfernung λ von der Oberfläche des Flügels. Legen wir also in der Entfernung λ eine Parallelebene zu der Oberfläche des Flügels, so werden alle Theilchen, welche noch der Wirkung der Flügeloberfläche unterliegen, welche also umgekehrt auch eine Reaction auf den Flügel ausüben, innerhalb jener Parallelebenen sich befinden. Die emittirten Theilchen mögen in der Oberfläche des Flügels die Geschwindigkeit Null besitzen, sie mögen die Parallelebene mit der Endgeschwindigkeit c verlassen; die zu der Durchlaufung des zwischen den beiden Ebenen liegenden Weges λ erforderliche Zeit sei τ , dann ist:

$$c = \pi \cdot \tau.$$

Alle Theilchen, welche sich in irgendeinem Augenblicke zwischen der Oberfläche des Flügels und der Parallelebene befinden, werden nach Verfluss der Zeit τ durch die Parallelebene hindurchgegangen sein; bezeichnen wir durch n die Anzahl der Theilchen, welche in der Zeiteinheit durch 1 qmm der Parallelebene hindurchgehen, so ist die Zahl der in der Zeit τ hindurchgehenden Theilchen gleich $n \cdot \tau$. Ebenso gross muss aber auch die Anzahl derjenigen Theilchen sein, welche sich zu jeder Zeit über 1 qmm der Flügeloberfläche in dem Raume innerhalb der Parallelebene befinden, d. h. die Zahl derjenigen Theilchen, deren Reaction auf die Oberfläche des Flügels in Rechnung zu bringen ist. Die von einem einzelnen Theilchen auf die Oberfläche des Flügels ausgeübte Kraft ist aber gleich $\mu \cdot \pi$, somit die gesammte auf 1 qmm der Oberfläche ausgeübte Reaction:

$$p = n \cdot \tau \cdot \mu \cdot \pi$$

oder mit Rücksicht auf den Werth von τ :

$$p = n \cdot \mu \cdot c,$$

d. h. der auf 1 qmm der Flügeloberfläche ausgeübte Druck ist gleich der Bewegungsgrösse der in 1 Secunde emit-

tirten Theilchen; ein Resultat, welches sich aus dem Princip der Gleichheit der Bewegungsgrösse der emittirten Theilchen mit der Bewegungsgrösse des Flügels ohne weiteres ergeben hätte.

Nehmen wir für p den im Mittel bei meinen Versuchen vorhandenen Werth 0,4, für c den Werth 640000 mm, wie er etwa den Theilchen des Wasserdampfes nach der Gas-theorie zukommen würde, so ergibt sich:

$$n \cdot \mu = \frac{1}{1600000} \text{ mg.}$$

XI. Bestimmung der Resonanztöne der Mundhöhle durch Percussion; von Felix Auerbach.

Die für den Klang der Vocale maassgebenden Eigentöne der Mundhöhle sind zuerst von Donders¹⁾ für die verschiedenen Stellungen und Gestaltungen derselben beobachtet und bestimmt worden, allerdings nach einer Methode, welche auf erhebliche Genauigkeit keinen Anspruch machen konnte. Weit brauchbarer ist der Weg, den Helmholtz²⁾ zu demselben Zwecke eingeschlagen hat, und der in dem Verfahren besteht, zu einer gegebenen Stellung des Mundes diejenige Stimmgabel zu suchen, auf deren Ton die Mundhöhle am stärksten resonirt; oder umgekehrt, was noch bequemer ist, zu einer gegebenen Tonhöhe diejenige Stellung des Mundes zu suchen, bei welcher die stärkste Resonanz eintritt. Der einzige Uebelstand dieser Methode ist der, dass man nicht bei allen Vocalen sich dem für die Resonanz, also auch für den Vocalklang wesentlichen Theile der Mundhöhle genügend nähern kann. Zumal in

1) Archiv für die holländischen Beiträge für Natur- und Heilkunde, I. p. 157.

2) Die Lehre von den Tonempfindungen, 4. Aufl. p. 168.