BEMERKUNGEN ZU DER ABHANDLUNG: "BEITRÄGE ZUR THEORIE DER LINEAREN PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ZWEITER ORDNUNG VOM ELLIPTISCHEN TYPUS. UNENDLICHE FOLGEN POSITIVER LÖSUNGEN,,¹⁾.

Von **Leon Lichtenstein** (Berlin).

Adunanza del 28 luglio 1912.

Es sei mir gestattet, nochmals kurz auf einige Punkte meiner obigen Arbeit einzugehen.

Die auf Seite 205 eingeführte Funktion $b^*(x_0, y_0; x, y)$ ist diejenige in K reguläre Lösung der Differentialgleichung (5), die auf I den Wert $-M$ annimmt. I ist eine geschlossene, doppelpunktlose, stetig gekrümmte Kurve. Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial b^*}{\partial x}$, $\frac{\partial b^*}{\partial y}$ sind, wie an der bezeichneten Stelle ohne Beweis angegeben worden ist, auf I stetig. Die Randwerte der Funktion b^* sind, als Funktion der Bogenlänge betrachtet, gewiss nebst ihren Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetig.

In der Potentialtheorie wird der folgende Satz bewiesen:

Es sei Φ eine stetige, geschlossene, doppelpunktlose Kurve

$$(1^*) \quad x = x(s), \quad y = y(s),$$

die überdies folgende Eigenschaften hat: Die Funktionen (1^*) haben stetige Ableitungen erster und zweiter Ordnung (die Kurve Φ ist stetig gekrümmte). Es lässt sich eine positive Zahl ω angeben, so dass, wenn man um einen beliebigen Punkt Q von Φ eine Kreisfläche Γ vom Halbmesser ω abgrenzt, 1°) derjenige Teil der Kurve Φ , der im Innern von Γ enthalten ist, von jeder Parallele zur Normale in Q höchstens in einem Punkte geschnitten wird, 2°) jeder Kreis um Q vom Halbmesser $< \omega$ die Kurve Φ in zwei und nur zwei Punkten schneidet.

Es sei Π das von Φ begrenzte Gebiet, $\varphi(s)$ eine auf Φ gegebene Folge von Werten, die stetige Ableitungen erster und zweiter Ordnung hat, $v(x, y)$ diejenige in Π reguläre Potentialfunktion, die auf Φ gleich $\varphi(s)$ wird. Es wird alsdann bewiesen, dass $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$ auf Φ stetig sind. Hieraus lässt sich ohne Mühe folgern, dass auch diejenige

¹⁾ Diese Rendiconti, Bd. XXXIII (1. Semester 1912), S. 201-211.

in Π reguläre Lösung der Differentialgleichung (5), die auf Φ gleich $\varphi(s)$ wird, dieselbe Eigenschaft hat ²⁾.

Von der Kurve I war lediglich bewiesen, dass sie stetig gekrümmt ist. Wie ich an einer anderen Stelle neuerdings gezeigt habe, folgen hieraus indessen die Eigenschaften (1°) und (2°) von selbst ³⁾. Damit ist die Existenz der partiellen Ableitungen $\frac{\partial h^*}{\partial x}$ und $\frac{\partial h^*}{\partial y}$ auf I sichergestellt.

Die auf Seiten 209 und 210 angegebenen Transformationsformeln gelten nur, wenn $AC - B^2 = 1$ ist. Dies lässt sich ohne Einschränkung der Allgemeinheit dadurch erreichen, dass man die beiden Seiten der Gleichung (1) durch $\sqrt{AC - B^2}$ dividiert.

Es sei schliesslich bemerkt, dass Sätze, die dem HARNACK'schen Satze analog sind, auch bei manchen nicht linearen Differentialgleichungen gelten. In einer demnächst erscheinenden Note wird z. B. der folgende Satz bewiesen:

Es sei

$$(2^*) \quad u^{(1)}(x, y), \quad u^{(2)}(x, y), \dots$$

eine unendliche Folge negativer, in Θ und auf Σ stetiger, in Θ regulärer Lösungen der Differentialgleichung

$$(3^*) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e''.$$

Es sei ferner

$$(4^*) \quad u^{(1)}(x, y) > u^{(2)}(x, y) > \dots$$

Ist nun die Folge (2*) auch nur in einem in Θ gelegenen Punkte konvergent, so konvergiert sie in jedem ganz im Innern von Θ gelegenen Gebiete und zwar gleichmässig. Die Grenzfunktion ist eine in Θ reguläre Lösung der Differentialgleichung (3*) ⁴⁾.

Berlin, den 22. Juli 1912.

LEON LICHTENSTEIN.

²⁾ Vergl. z. B. meine Arbeit: *Zur Theorie der linearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung des elliptischen Typus* [Mathematische Annalen, Bd. LXVII (1909), S. 559-575], S. 565-568.

³⁾ Vergl. meine Note: *Bemerkungen zur Theorie der ebenen Kurven* [Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. XXI (1912), S. 167-173].

⁴⁾ Vergl. meine Note: *Bemerkung über die nicht linearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom elliptischen Typus. Konvergente Folgen von Lösungen* [Prace Matematyczno-Fizyczne, Bd. XXIII (1912), S. 13-16].