habe, insofern dieselben den Sonnendurchmesser bei rothen Blenden grösser ergaben als bei violetten, für anormale Dispersion in der Sonnen-Atmosphäre zu sprechen, welche um so weniger unwahrscheinlich erscheint, als Herr Kundt*) nachgewiesen hat, dass die Metalle Platin, Eisen, Nickel, Wismuth im festen Aggregat-Zustande anormal dispergiren, mithin ein ähnliches Verhalten der Metaldämpfe nicht unwahrscheinlich ist.

Die Beobachtungen wurden in der Art angestellt, dass die Ränder der beiden Sonnenbilder, und zwar möglichst schnell mit rother und violetter Blende wechselnd, in Contact gebracht wurden. Dabei wurden die Bilder, wo dies durch a oder i bezeichnet ist, abwechselnd durch Annäherung von aussen oder durch Entfernung von innen eingestellt, um dem Einflusse des todten Ganges sowie psychologischer Einflüsse Rechnung zu tragen.

Die nachfolgenden Zahlen können und sollen keine quantitativen Werthe geben, was bei der mangelhaften Beschaffenheit des Heliometers unmöglich wäre, vielmehr nur für die Thatsache sprechen, dass der Sonnendurchmesser bei rothen Gläsern grösser erscheint als bei violetten. Die grossen Differenzen zwischen den erhaltenen Werthen Roth—Blau erklären sich, abgesehen von dem todten Gang und den übrigen Mängeln des Instruments aus dem Einflusse der öfters schlechten Luft. Trotz dieser Differenzen aber dürfte die fast ausnahmslose Uebereinstimmung des Vorzeichens von Roth—Blau genügend für die Realität der Thatsache sprechen. In Folgendem gebe ich nun, unter Fortlassung der ganzen Revolutionen, nur die Zahlen der Trommelablesung — $r_{\text{pars}} = 0.55$ — wobei zu bemerken ist, dass eine Drehung im positiven Sinne die Centren der beiden Linsenhälften einander nähert, mithin in Roth—Blau das Vorzeichen umgekehrt wird. Es möge noch erwähnt werden, dass die Beobachtungen an 8 verschiedenen Tagen angestellt und jedesmal nur wenige Einstellungen gemacht wurden, um das Auge möglichst sensibel zu erhalten; zugleich wurden

des öfteren die Linsenhälften durch die zweite Schraube verstellt, woraus die öfters bedeutenden Unterschiede bei Anwendung derselben Blenden folgen.

Roth	Blau	Einst.	R—Bl	Roth	Blau	Einst.	R—Bl
59.9	65.1	—	+ 5.2	85.1	88.4	a	+ 3.3
60.6	68.1	—	+ 7.5	83.4	88.5	i	+ 5.1
58.0	65.6	—	+ 7.6	21.8	32.2	a	+ 10.4
53.9	70.7	—	+ 16.8	18.5	41.1	i	+ 22.6
59.3	63.9	—	+ 4.6	29.8	43.7	a	+ 13.9
71.7	69.6	—	— 2.1	53.1	76.8	i	+ 23.7
68.9	72.8	—	+ 3.9	49.1	56.1	i	+ 7.0
65.3	69.6	—	+ 4.3	60.0	63.3	a	+ 3.3
66.6	70.4	—	+ 3.8	63.7	84.3	a	+ 20.6
67.0	71.7	—	+ 4.7	58.3	87.5	i	+ 29.2
70.4	71.9	—	+ 1.5	48.1	64.4	a	+ 16.3
69.4	71.4	—	+ 2.0	52.8	61.4	i	+ 8.6
99.6	99.8	i	+ 0.2	40.2	40.3	a	+ 0.1
91.6	98.6	a	+ 7.0	28.5	33.4	i	+ 4.9
91.6	97.4	i	+ 5.8	39.0	47.0	a	+ 8.0
91.0	99.7	a	+ 8.7	27.3	38.9	i	+ 11.6
94.6	93.0	i	— 1.6	45.0	50.4	i	+ 5.4
97.3	99.3	a	+ 2.0	20.6	44.7	i	+ 24.1
83.1	84.6	i	+ 1.5	19.2	28.5	a	+ 9.3
63.6	70.5	a	+ 6.9	88.7	89.2	a	+ 0.5
71.6	78.6	i	+ 7.0	58.6	64.6	i	+ 6.0
68.9	77.5	a	+ 8.6	85.4	86.3	a	+ 0.9
61.9	67.8	i	+ 5.9	60.9	66.3	i	+ 5.4
76.8	77.6	a	+ 0.8	84.6	91.8	a	+ 7.2
67.9	77.7	a	+ 9.8	58.5	66.9	i	+ 8.4
61.8	70.6	i	+ 8.8	84.8	85.1	a	+ 0.3
94.3	98.3	a	+ 4.0	59.3	59.4	i	+ 0.1
68.7	70.5	i	+ 1.8	6.8	16.2	a	+ 9.4
3.4	8.4	a	+ 5.0	62.3	75.6	i	+ 13.3
29.1	37.4	i	+ 8.3	2.1	26.8	a	+ 24.7

Im Mittel ist $R - Bl = 7.5 \pm 0.89 = 4.71 \pm 0.49$.

Victor Wellmann.

*) Ueber die Brechungsexponenten der Metalle, von A. Kundt. (Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 16. Februar 1888, VIII.)

Bogenhausen bei München 1888 April 28.

Ueber die Gleichungen v. Oppolzer's zur Bestimmung der heliocentrischen Distanzen eines Planeten.

Es seien r und r_2 die den beiden äusseren Beobachtungen entsprechenden heliocentrischen, Δ und Δ_2 die zugehörigen geocentrischen Distanzen des Planeten, es werde ferner gesetzt:

$$z = \frac{8}{(r + r_2)^3}, \quad q = \frac{r_2 - r}{r_2 + r}$$

so bestimmt v. Oppolzer r und r_2 durch ein Gleichungssystem von dieser Form:

$$\begin{aligned} \Delta &= k - lz + mqz = k - \bar{l}z \\ \Delta_2 &= k_2 - l_2z + m_2qz = k_2 - \bar{l}_2z \\ r^2 &= (\Delta + R \cos \delta)^2 + R^2 \sin^2 \delta \\ r_2^2 &= (\Delta_2 + R_2 \cos \delta_2)^2 + R_2^2 \sin^2 \delta_2. \end{aligned}$$

Zur Auflösung dieses Systems giebt er (cf. I, 2. Aufl. pag. 370) ein Verfahren an, welches die Kenntniss der Wurzeln zweier Gaussischer Gleichungen:

$$\Delta = \alpha + \frac{\beta}{r^3} \quad \text{und} \quad \Delta_2 = \alpha_2 + \frac{\beta_2}{r_2^3}$$

voraussetzt. Letztere werden durch eine dazu eigens hergestellte Tafel geliefert. Später hat dann Herr Prof. Tietjen (vgl. Berliner Astr. Jahrbuch für 1887) ein Verfahren vorgeschlagen, welches das Oppolzer'sche an Kürze und Bequemlichkeit übertrifft. Die nur von einem Parameter abhängende Gleichung vierten Grades, welche hierbei auftritt, wird mit Hülfe einer Tafel gelöst; bei den Werthen, welche jener Parameter in den Fällen der Praxis hat, bietet allerdings auch die directe Berechnung der Wurzel keine Schwierigkeit dar.

Im Folgenden beabsichtige ich zu zeigen, wie man auf Grund ähnlicher Erwägungen, wie ich sie in Nr. 2839 bei der Behandlung des Cometenproblems angestellt habe, ohne ein derartiges Hülfsmittel zum Ziele gelangen kann.

$$r^2 = w^2 - 2w \cos W\bar{l}z + \bar{l}^2 z^2, \quad r_2^2 = w_2^2 - 2w_2 \cos W_2\bar{l}_2z + \bar{l}_2^2 z^2,$$

also
$$\frac{1}{2}(r^2 + r_2^2) = \frac{1}{2}(w^2 + w_2^2) - (w \cos W\bar{l} + w_2 \cos W_2\bar{l}_2)z + \frac{1}{2}(\bar{l}^2 + \bar{l}_2^2)z^2$$

Da ferner

$$r_2 = (1 + q)z^{-1/3}, \quad r = (1 - q)z^{-1/3},$$

so folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1+q^2}{z^{2/3}} &= \frac{1}{2}(w^2 + w_2^2) - (w \cos W\bar{l} + w_2 \cos W_2\bar{l}_2)z + \frac{1}{2}(\bar{l}^2 + \bar{l}_2^2)z^2 \\ &= D_0 - Ez + Fz^2. \end{aligned}$$

In dieser Gleichung kommt die Grösse q nur im Quadrat und in der Verbindung qz vor, bei der ersten Näherung kann man sie daher $= 0$ setzen. Dadurch möge man erhalten:

$$(1) \quad z^{-2/3} = D_0 - E_0z + F_0z^2$$

Diese Gleichung zerlege man in die beiden:

$$(2) \quad \begin{cases} u = D_0 - E_0z + F_0z^2 \\ u^{-3/2} = z \end{cases}$$

Ist u_0 ein Näherungswerth von u , so wird $u + \frac{2}{3} \frac{u_0^{5/2}}{u^{3/2}}$ von $\frac{5}{3}u_0$ um eine Grösse abweichen, welche von der Ordnung des Quadrats von $u - u_0$ ist. Man kann nun $z = 0$ als einen Näherungswerth für z betrachten; hieraus ergibt sich $u_0 = D_0$; $u - u_0$ ist sonach von der Ordnung von z , demnach ist:

$$z_0 = \frac{\frac{2}{3}D_0}{\frac{2}{3}D_0^{5/2} - E_0}$$

von z um eine Grösse der Ordnung z^2 verschieden. Mit z_0 berechne man jetzt u_1 aus einer der beiden Gleichungen (2); alsdann wird man einen neuen Näherungswerth für z erhalten aus der Gleichung:

$$\frac{5}{3}u_1 - D_0 = (-E_0 + \frac{2}{3}u_1^{5/2})z_1 + F_0z_1^2.$$

Mit dem Werthe von z_1 , der aus dieser Gleichung folgt, berechne man q , ersetze in der Gleichung (1) l und l_2 durch $l - mq$ und $l_2 - m_2q$, linkerhand $\frac{1}{z^{2/3}}$ durch $\frac{1+q^2}{z^{2/3}}$, wodurch (1) in

$$\frac{1+q^2}{z^{2/3}} = D_0 - E_1z + F_1z^2$$

übergehen möge; mit $u_2 = \frac{1}{z_1^{3/2}}$ bilde man die Gleichung $\frac{5}{3}(1+q^2)u_2 - D_0 = [-E_1 + \frac{2}{3}(1+q^2)u_2^{5/2}]z_2 + F_1z_2^2$ u. s. w.

Das im Vorstehenden auseinandergesetzte Verfahren ist noch einer Modification fähig, bei welcher man die successiven quadratischen Gleichungen ganz umgehen kann. Um dieses zu zeigen, setzen wir die Gleichungen (2) in die Form:

Berlin 1888 Mai.

Ersetzt man A und A_2 in den Ausdrücken von r^2 und r_2^2 durch ihre Werthe in Function von z , so erhält man unter Benutzung leicht verständlicher Bezeichnungen:

$$(2^a) \quad \begin{cases} u = D_0 - E_0z + F_0z^2 \\ u = z^{-2/3} \end{cases}$$

Ist nun z_0 ein Näherungswerth von z , so wird der Werth des Ausdrucks:

$$D_0 - E_0z + F_0z^2 + \frac{-E_0 + 2F_0z_0}{\frac{2}{3}z_0^{-5/3}}z^{-2/3}$$

sich von dem Werthe $D_0 - \frac{5}{2}E_0z_0 + 4F_0z_0^2$, welchen er für $z = z_0$ annimmt, um eine Grösse von der Ordnung $(z - z_0)^2$ unterscheiden,

$$u_1 = \frac{D_0 - \frac{5}{2}E_0z_0 + 4F_0z_0^2}{1 - \frac{3}{2}z_0^{5/3}(E_0 - 2F_0z_0)}$$

also ein Näherungswerth für u sein. Mit diesem entnehme man aus der zweiten der Gleichungen (2^a) einen Werth z_1 . Letzteren benutzen wir dazu, um q zu berechnen; mit den sich so ergebenden verbesserten Coefficienten E_1, F_1 ermittle man:

$$u_2 = \frac{D_0 - \frac{5}{2}E_1z_1 + 4F_1z_1^2}{1 + q^2 - \frac{3}{2}z_1^{5/3}(E_1 - 2F_1z_1)}$$

hiermit z_2 in derselben Weise wie oben z_1 u. s. w.

Im einzelnen können die eben dargelegten Rechnungsschemata natürlich noch mannigfaltig variirt werden; so kann man die Rechnung statt mit $z = 0$ mit $z = \frac{8}{(w+w_2)^3}$ beginnen, ferner beide Rechnungsarten mit einander combiniren; die durch letzteres erlangte Steigerung der Convergenz steht aber in keinem Verhältniss zu der grösseren Unbequemlichkeit der Rechnung.

Die Brauchbarkeit der vorstehenden Formeln an einem Beispiele darzuthun, wähle ich das von Herrn Prof. Tietjen a. a. O. durchgeführte, welches sich auf den Planeten (240) Vanadis bezieht. Ich beschränke mich auf eine fünfstellige Rechnung. Man findet hier:

$$D_0 = 6.2072, \quad E_0 = 8.8803, \quad F_0 = 3.7003.$$

$$\log z_0 = 8.87553, \quad \log u_1 = 0.74427, \quad \log z_1 = 8.88360,$$

$$\log q_1 = 8.51162_n, \quad E_1 = 8.7478, \quad F_1 = 3.5379,$$

$$\log z_2 = 8.88315, \quad \log q_2 = 8.48581_n, \quad \log z_3 = 8.88312,$$

$$\text{und hiermit } \log r = 0.38543, \quad \log r_2 = 0.35875.$$

cand. phil. Th. Lohnstein.