ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 4.

1. *Ueber die Erzeugung und Messung von Sinusströmen; von Max Wien.*

Bei elektrischen Schwingungen, die durch Condensator-entladungen erregt werden, kann man den Bereich der Schwingungsdauer in ausserordentlich weiten Grenzen variiren. Jedoch bildet die starke Dämpfung, welche eine voll ausgebildete Resonanz nicht zu stande kommen lässt, für viele Versuche ein Hindernis. So würde z. B. die Telegraphie ohne Draht nur in dem Falle für allgemeine Zwecke brauchbar sein, wenn die von dem Oscillator ausgesandten elektrischen Wellen nur einen einzigen bestimmten Empfänger erregen würden, alle anderen hingegen dafür unempfindlich wären. Der Gedanke Marconi's, zu diesem Zwecke die Resonanz zu benutzen und Geber und Empfänger aufeinander einzustimmen, kann, wie sich von vornherein übersehen lässt, wegen der starken Dämpfung der Erregerschwingungen nur eine unvollkommene Lösung des Problems ermöglichen.

V. Bjerknes¹⁾ berechnet das logarithmische Decrement des von Hertz in seiner Arbeit „Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen“ benutzten Oscillators zu 0,8. Nehmen wir an, dass etwa 10 mal in der Secunde eine die Schwingungen hervorrufende Entladung erfolgte, so würden also 10 mal in der Secunde elektrische Oscillationen entstehen mit einer Schwingungsdauer, die nach Hundertmillionstel Secunden rechnet, und deren Amplitude nach fünf Schwingungen schon auf weniger als $\frac{1}{50}$ ihres Anfangswertes gefallen ist.

Ein akustisches Analogon würde etwa in dem stark gedämpften Tone, der beim Oeffnen eines Thermometerfutterales entsteht, zu finden sein, und dieser Ton müsste alle 24 Stunden einmal erregt werden: wenn man mit einer solchen Tonquelle

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 167. 1895.

Versuche über akustische Resonanz und Schwebungen machen wollte, würde man wohl nicht allzu weit kommen.

Das Ideal elektrischer Schwingungen wären continuirliche, reine Sinusströme von beliebiger Stärke, deren Schwingungszahl in beliebigen Grenzen von ganz langsamen bis über die des sichtbaren Lichtes hinaus variirt werden könnte.

Der F. Kohlrausch'sche Sinusinductor liefert zwar annähernd reine Sinusströme, jedoch lässt sich die Frequenz nicht über 150 steigern. Bei einem Inductorium, dessen primärer Kreis akustisch unterbrochen wird, kann man bis zu etwa 1000 Unterbrechungen pro Secunde kommen, der Inductionsstrom ist aber auch nicht annähernd sinusförmig. Die technischen Wechselstromerzeuger gehen kaum über 100 Schwingungen in der Secunde hinaus; in letzter Zeit hat Ebert¹⁾ mit einem Hummel'schen Gleichstrom-Wechselstromumformer eine Frequenz von 4–500 erzielt, jedoch ist auch diese Schwingungszahl noch nicht hoch genug, um ausgesprochene Resonanzerscheinungen hervorzurufen.

Im Folgenden soll eine Methode angegeben werden, um Wechselströme mit einer *Schwingungszahl bis zu 8500 in der Secunde* zu erzeugen. Keine der höheren Componenten übersteigt den Wert von 1 Proc. der Amplitude des Grundstromes, sodass die Ströme *mit grosser Annäherung sinusförmig sind*. Die *Amplitude erreicht bei 100 Ohm Widerstand im Schliessungskreis 0,2 Ampère*, was für die meisten Messungen genügt. Für Versuche, bei denen nicht so vollkommen reine und so starke Sinusströme erforderlich sind, lässt sich mit demselben Apparat auch die doppelte Frequenz, also 17000 Schwingungen pro Secunde erreichen.

A. Beschreibung der Wechselstromsirene.

Das *Princip* ist kurz folgendes: eine runde Scheibe aus Holz oder Messing besitzt eine Reihe von im Kreise, wie die Löcher einer Sirene, angeordneter Eisenanker. Die Scheibe dreht sich zwischen den Polen eines Elektromagneten. Jedesmal, wenn ein Eisenanker an den Polen vorbeikommt, ändert sich in dem Elektromagneten die Zahl der magnetischen Kraftlinien, und es entsteht in einer um den Pol gewickelten Spule

1) H. Ebert, Wied. Ann. 69. p. 372. 1899.

ein Wechselstrom, dessen Schwingungszahl gleich der Umdrehungszahl der Scheibe mal der Anzahl der Eisenanker ist.

Bis hierher ist die Art der Stromerzeugung durchaus ähnlich derjenigen, wie sie v. Kriess¹⁾ in seinem Inductionsapparat, und Grützner²⁾ in seiner Reizsirene angewandt haben. Abgesehen von der geringen Frequenz, die mit diesen Apparaten zu erreichen ist, sind die Ströme sehr schwach und durchaus nicht sinusförmig, sodass sie sich wohl für physiologische Versuche, nicht aber für physikalische Messungen eignen. Dafür werden sie erst brauchbar, nachdem durch *elektrische Resonanz* die Intensität, wie sogleich gezeigt werden soll, ausserordentlich erhöht und der

Fig. 1.

Strom von den Oberströmen gereinigt ist, sodass man einen verhältnismässig starken, *annähernd reinen Sinusstrom* zur Verfügung hat.

Mit der in einer früheren Arbeit³⁾ angegebenen ersten Form der Wechselstromsirene konnten nur Frequenzen bis zu ca. 1000 erzielt werden. Der im Folgenden beschriebene Apparat soll zur Erzeugung schnellerer Sinusströme dienen.

Die Messingscheibe (Fig. 1) besass einen Durchmesser von 40 cm und war 1 cm dick. Am Rande wurden ringsherum 250 2 cm lange Zähne ausgefräst und die Zwischenräume mit 0,3 mm dicken Stücken Transformatorenblech ausgefüllt, die

1) J. v. Kriess, Verhandl. d. Naturf. Ges. Freiburg 8. p. 2. 1882.

2) P. Grützner, Tagebl. d. 59. Vers. deutsch. Naturforscher etc. p. 202. Berlin 1886.

3) M. Wien, Wied. Ann. 66. p. 871. 1898.

mit Schellack zusammengekittet waren. Um die Scheibe herum wurde ein Reifen aus Neusilberdrähten gelegt, um das Ganze zusammen zu halten. Die Scheibe wurde auf beiden Seiten sorgfältig abgedreht.

Damit man mit den Polen des Elektromagneten möglichst nahe an die Scheibe herankommen konnte, durfte die Axe des Motors, der die Scheibe drehte, auch bei hoher Rotationsgeschwindigkeit nicht merklich schleudern. Diese Aufgabe war bei dem von der Firma Schuckert & Co.-Nürnberg gelieferten

Fig. 2.

Fig. 3.

0,57 pferdigen Motor in so vollkommener Weise gelöst, dass ich auch bei der maximalen Tourenzahl von 34 pro Secunde bis auf 0,25 mm mit den Polen an die Scheibe herangehen konnte.

Die Pole des Elektromagneten waren keilförmig zugespitzt (Figg. 2 und 3), sodass eine ca. 2 cm lange, 0,5 mm dicke Eisenkante den ebenfalls 2 cm langen Eisenteilchen der Scheibe gegenüberstand. Der ganze Eisenkern der Pole bestand aus 0,3 mm dickem Transformatorenblech. Der Raum AA' trägt die Wicklung, in der der Wechselstrom erzeugt wird. Dieselbe besteht aus je 200 Windungen 0,2 mm dicken Kupferdrahtes. Der weiter von der Scheibe entfernte Raum BB' trägt noch eine weitere Wicklung, die bei grossem äusseren

Widerstände zu der Wickelung AA' hinzu genommen werden kann, um die Spannung zu erhöhen.

Die *Stromstärke* des Wechselstromes kann am bequemsten dadurch verändert werden, dass man mittels zweier Schrauben (S_1 und S_2 , Fig. 2) die Pole des Elektromagneten von der rotirenden Scheibe entfernt. Ausserdem natürlich auch durch Einschaltung von Widerstand in den Stromkreis.

Zur Aenderung der *Umdrehungszahl* dienten 2 Kurbelrheostaten, von denen einer im Hauptstromkreis, der andere im Nebenschluss des Motors lagen. Dadurch konnte die Tourenzahl pro Secunde zwischen 4 und 34 variirt werden, mithin die Frequenz des Wechselstromes zwischen 1000 und 8500 (34×250). Ueber die Frequenz 17 000 vgl. unten p. 433.

Um die Schwingungszahl genau feststellen zu können, besass die Messingscheibe noch zwei weitere Ankerreihen mit 16 und 64 Eisenstücken (Fig. 1). Diesen gegenüber wurde der stabförmige Magnet eines Bell'schen Telephons angebracht, dessen Platte vorher entfernt war. In einem mit der Telephonspule verbundenen zweiten Telephon entstand ein Ton, dessen Schwingungszahl gleich der Anzahl der Anker mal der Umdrehungszahl des Motors war. Stand der Telephonmagnet z. B. der Ankerreihe mit 64 Eisenstücken gegenüber und war die Tourenzahl des Motors gleich 8, so erhielt man den Ton 512 und man konnte die Schwebungen des Telephontones mit dem einer König'schen Stimmgabel UT_4 genau verfolgen. Mittels zweier Gabeln 256 und 512 konnten so die Tourenzahlen 4, 8, 16, 32 und die entsprechenden gewöhnlich verwandten Schwingungszahlen des Wechselstromes 1000, 2000, 4000, 8000 genau controlirt werden. Dazwischen liegende Frequenzen wurden mittels eines Monochords bestimmt.

Um längere Zeit eine bestimmte Schwingungszahl festzuhalten, kann man auch mit Vorteil die Lebedew'sche Methode¹⁾ benutzen, wobei der Gang des Motors durch eine elektromagnetisch getriebene Stimmgabel regulirt wird.

1) P. Lebedew, Wied. Ann. 59. p. 116. 1896. In einer früheren Arbeit, wo ich noch mit einem kleineren Motor und einer Scheibe von geringerem Trägheitsmoment arbeitete, kam ich mit der Methode nicht zum Ziel (vgl. Wied. Ann. 66. p. 872. 1898), weil der Gang des Motors in hohem Maasse von der Axenreibung abhängig war, und kleine Aende-

Wenn man den Wechselstromkreis einfach durch Widerstand schliesst, so ist der entstehende Strom sehr schwach und durchaus nicht sinusförmig. Brauchbar wird er erst durch Anwendung *elektrischer Resonanz*, indem man die Eigenperiode des elektrischen Systems durch Einschaltung eines passenden Condensators¹⁾ und Aenderung der Selbstinduction mit der Schwingungszahl des Wechselstromes in Uebereinstimmung bringt ($n^2 = (1/L \cdot C)$). Dadurch wird der Strom besonders für hohe Frequenzen sehr verstärkt, aber nur der der Grundperiode, die höheren Componenten bleiben annähernd so schwach, wie sie waren. Ein Beispiel wird dies erläutern. In einem elektrischen System sei die elektromotorische Kraft $E \sin nt$, der Widerstand W und das Selbstpotential L . Dann ist die Stromamplitude

$$A_1 = \frac{E}{\sqrt{W^2 + n^2 L^2}}.$$

Compensirt man die Selbstinduction durch einen Condensator mit der Capacität $C = (1/n^2 L)$, so wird $A'_1 = (E/W)$ also

$$\frac{A'_1}{A_1} = \frac{\sqrt{W^2 + n^2 L^2}}{W}.$$

Ist $n = 2\pi N = 2\pi \cdot 4008$, $L = 3,09 \cdot 10^7$, $W = 32,0$ Ohm, $C = 0,051$ Mikrof., so ist $(A'_1/A_1) = 24,2$. Der Versuch ergab dementsprechend eine Verminderung des — dem Quadrat der Stromamplitude proportionalen — Dynamometerausschlages bei Kurzschluss des Condensators von 421,2 auf 0,8 Scalenteile. Zur Messung diente hier wie im Folgenden ein Kohlrausch'sches Dynamometer, dessen Metallteile zur Vermeidung von Wirbelströmen durch Holz und Elfenbein ersetzt waren.²⁾

rungen der Reibung Aenderungen der Tourenzahl bewirkten, die erst allmählich durch die Stimmgabel unter „Pendeln“ der Schwingungszahl wieder regulirt wurden. Bei dem grösseren Motor und dem sehr hohen Trägheitsmoment der Scheibe, die zu den vorliegenden Versuchen benutzt wurde, machte sich diese Schwierigkeit sehr viel weniger bemerkbar.

1) Als Capacitäten wurde von 1,0—0,05 Mikrof. ein Glimmercondensator von Elliott Brothers-London benutzt. Für 0,05—0,001 Mikrof. stellte ich mir kleine Condensatoren aus Glimmerplatten und Stanniol her, die durch Abkratzen der Stanniolbelegung abgeglichen wurden. Für kleinere Capacitäten dienten Luftcondensatoren. (Ueber eine bequeme Form derselben vgl. J. Hanauer, Wied. Ann. 65. p. 789. 1898.)

2) M. Wien, Wied. Ann. 63. p. 390. 1897.

Die auf diese Weise durch Resonanz erzielten maximalen Stromstärken A'_1 sollten nun eigentlich mit der Schwingungszahl zunehmen, weil die inducirte elektromotorische Kraft mit der Schwingungszahl wächst. Dies ist jedoch nur in gewissen Grenzen der Fall: einerseits nimmt die magnetische Induction wegen der Schirmwirkung der Wirbelströme nicht proportional der Schwingungszahl zu, sondern langsamer, andererseits bewirkt der steigende Energieverlust im Eisen eine Zunahme des wirksamen Widerstandes¹⁾ mit der Frequenz. Ich erhielt folgende Werte der maximalen Stromamplituden in Ampère für verschiedene Schwingungszahlen N bei hintereinander geschalteten Elektromagnetspulen:

$N =$	1000	2000	4000	6000	8000
$A'_1 =$	0,10	0,16	0,25	0,26	0,22

Dabei steigt der gesamte wirksame Widerstand des Stromkreises von ca. 50 Ohm auf ca. 200, während der wahre Widerstand 30,3 Ohm betrug.

Bei parallel geschalteten Elektromagnetrollen erhielt ich für $N=4000$ und 22 Ohm im Schliessungskreis eine Stromamplitude von 0,5 Amp.

Es fragt sich nun, in wie weit der Wechselstrom durch die Resonanzerhaltung *rein sinusförmig* geworden ist. Die höheren Componenten werden durch die Einschaltung des Condensators nur wenig verändert, z. B. die Octave

$$\frac{A'_2}{A_2} = \sqrt{\frac{W^2 + 4n^2L^2}{W^2 + \left(2nL - \frac{1}{2nC}\right)^2}} = 1,32$$

für den obigen Fall, während die Amplitude des Grundstromes auf den 24,2 fachen Wert stieg.

Die Gesamtstärke aller Neben- und Oberströme $A_0^2 + A_2^2 + A_4^2 + \dots$, in dem Stromkreis *ohne Condensator* wurde in folgender Weise bestimmt: Das Dynamometer wurde einmal (Schaltung 1) von einem einfachen Widerstand abgezweigt und die Selbstinduction des Dynamometers durch Capacität für die Schwingungszahl des Grundstromes compensirt, dann erhielt man wegen der Resonanzwirkung merklich einen Ausschlag proportional A_1^2 . Das andere Mal (Schaltung 2) bestand die

1) Vgl. Anm. p. 450 des folgenden Artikels.

Abzweigung aus einem Widerstand W_1 und einer Inductionsrolle L_1 , die so gewählt waren, dass sie mit dem Widerstand W_2 und dem Selbstpotential L_2 des Dynamometers die Proportion $W_1 : W_2 = L_1 : L_2$ bildeten. Dann werden die Ströme sämtlicher Schwingungszahlen gleichmässig von dem Dynamometer angegeben und der Ausschlag ist proportional $A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots$ ¹⁾ Es muss natürlich, damit die ganze Verzweigung in beiden

Fig. 4.

Fällen genau gleich zusammengesetzt ist, noch je eine Hilfsabzweigung (H) hinzugefügt werden, die bei Schaltung 2 (vgl. Fig. 4) aus einfachen Widerständen besteht, entsprechend dem Dynamometerzweig (D) bei compensirter Selbstinduction, das andere Mal bei Schaltung 1 aus Widerständen und Inductionsrollen, entsprechend dem Dynamometerzweig bei Schaltung 2.

Bei den Versuchen ergab sich $\alpha_2 = C(A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots)$ merklich grösser als $\alpha_1 = C A_1^2$, z. B. $\alpha_1 = 227,5$, $\alpha_2 = 236,8$. Hieraus

$$\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1} = \frac{A_0^2 + A_2^2 + \dots}{A_1^2} = \frac{9,3}{227,5}$$

und

$$\sqrt{\frac{A_0^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots}{A_1^2}} = \sqrt{\frac{9,3}{227,5}} = 20,2 \text{ Proc.}$$

Weitere Versuche ergaben ganz ähnliche Resultate. Die relative Stärke der Oberströme nahm etwas beim Nähern der Pole des Elektromagneten zu bis ca. 22 Proc. Die weitere Untersuchung ergab, dass eigentlich nur die Octave eine erhebliche Bedeutung hat. Ihre Amplitude wurde gemessen, indem zunächst im Hauptstromkreis auf Resonanz geschaltet wurde ($1/\sqrt{CL} = n^2$). Dann wurde eine Capacität von $(C/4)$ statt C gestöpselt. Dabei zeigte sich, dass beim Variiren der Schwin-

1) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. **63**. p. 390. 1897.

gungszahl der Ausschlag des Dynamometers wieder ein Maximum hatte und zwar für die Octave des Grundstromes

$$\left(\frac{1}{\sqrt{L C/4}} = 2 n \right).$$

Es ergab sich z. B. für den Grundstrom ein Maximalausschlag von 340,5, für $2 n$ ein solcher von 11,1, also das Verhältnis der Amplituden

$$\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{11,1}{340,5}} = 18 \text{ Proc.}$$

Die höheren Componenten ($3 n$, $4 n \dots$) waren sehr schwach, was man auch daraus entnehmen kann, dass die 18 Proc. des Grundstromes betragende Octave einen sehr erheblichen Teil des Gesamtwertes aller Oberströme von 20,2 Proc. darstellt.

Wir erhalten also als Resultat der Stromanalyse, dass der Gesamtstrom ohne Resonanz aus dem Grundstrom und einer etwa 18 Proc. starken Octave besteht, und sonst nur noch ganz schwache höhere Oberströme enthält. Wenn man jetzt durch Einschaltung des Condensators für die Grundperiode Resonanz herstellt, so wird, wie wir oben gesehen haben, der Grundstrom auf das 24,2 fache, die Octave nur auf das 1,32 fache verstärkt, sodass ihr Wert jetzt unter 1 Proc. der Amplitude des Grundstromes sinkt. *Somit kann man den Strom der Wechselstromsirene als annähernd sinusförmig ansehen.*

Die elektromotorische Kraft der Octave ist stark genug, dass, wenn man für die Octave Resonanz herstellt (Capacität gleich $C/4$), bei höheren Schwingungszahlen die Amplitude des Grundstromes wegen des für denselben sehr grossen scheinbaren Widerstandes neben der der Octave klein wird. Auf diese Weise lässt sich also die Schwingungszahl der Wechselstromsirene verdoppeln, mithin, da die höchste Schwingungszahl des Grundstromes 8500 beträgt, noch *ein Sinusstrom von 17000 Schwingungen in der Secunde* erreichen, allerdings von geringerer Amplitude (ca. 0,03 Amp. bei 200 Ohm im Schliessungskreis) und etwas durch den noch vorhandenen Grundstrom, dessen Amplitude etwa 10 Proc. derjenigen der Octave betrug, verunreinigt. Immerhin sind diese Ströme für manche Messungen noch vollkommen ausreichend.

Trotzdem die einzelnen Eisenteilchen auf der Scheibe der Wechselstromsirene aus gleich grossen und gleichmässig aus-

geglühten Stückchen Transformatorenblech hergestellt waren, so können doch zufällige Unregelmässigkeiten vorhanden sein und zu *Schwankungen der Amplitude* Veranlassung geben.

Wenn ein einzelner Zahn schwächer wirkte als die benachbarten, so wäre das nicht so schlimm, da dies durch die elektrische Resonanz ausgeglichen würde, ebenso wie bei elektromagnetischem Betrieb einer Stimmgabel ein einmaliges Aussetzen des Funkens keine merkliche Wirkung auf die Amplitude der Stimmgabel hat. Die erzwungene elektrische Schwingung geht als freie Schwingung weiter und wird nur durch den Widerstand der Leitung etwas gedämpft. Schlimmer wäre es, wenn eine ganze Reihe von Ankern, etwa die ganze Hälfte der Peripherie, stärker wirkte wie die gegenüber liegende. Um dies zu untersuchen, wurde eine Vorrichtung getroffen, die erlaubte, nur während des Vorbeiganges eines bestimmten Teiles der Scheibe an den Polen des Elektromagneten den Strom geschlossen zu halten, und so verschiedene Teile der Peripherie miteinander zu vergleichen. Zu diesem Zweck wurde eine Hartgummischeibe auf die Axe des Motors aufgesetzt und mit einem Reifen aus Messingblech versehen, der an vier Stellen durchschnitten wurde, sodass der ganze Reifen

Fig. 5.

in vier voneinander isolierte Quadranten geteilt war (vgl. Fig. 5). Jeder dieser Quadranten konnte mit der Axe leitend verbunden werden. Diese Scheibe wurde mittels zweier Bürsten in den Wechselstromkreis eingeschaltet, sodass derselbe nur während einer $\frac{1}{4}$ Umdrehung geschlossen war. So konnten die den vier Quadranten der Sirenscheibe entsprechenden Ausschläge miteinander verglichen werden. Durch Verdrehen der Hartgummischeibe wurden in dieser Weise verschiedene Teile der Peripherie untersucht. Es ergab sich nirgends eine grössere Differenz zwischen den verschiedenen Quadranten als 1 Proc., also sind die Schwankungen der Amplitude sehr gering.

Damit ist die Aufgabe gelöst, verhältnismässig starke, reine, schnelle Sinusströme zu erzeugen, die sich für physikalische Versuche, speciell für Messungen mit der Wheatstone'schen Brücke eignen.

B. Versuche über resonirende elektrische Systeme.

Mittels dieser hochfrequenten Sinusströme lassen sich die Erscheinungen der Resonanz mit grosser Genauigkeit darstellen, besser noch wie mit irgend welchen akustischen Systemen.

Ein elektrisches System besitze den Widerstand W , das Selbstpotential L und die Capacität C ; in demselben werde, wie in unserem Fall, eine mit der Schwingungszahl steigende elektromotorische Kraft $E = n Q$ inducirt. Dann entsteht ein Strom, dessen Amplitude A_0 gegeben ist durch den Ausdruck:

$$A_0 = \frac{n Q}{\sqrt{W^2 + (n L - 1/n C)^2}}.$$

Der Stromkreis, an welchem die Messungen ausgeführt wurden, besass einen Widerstand von 32,0 Ohm, ein Selbstpotential von $3,09 \cdot 10^7$ cm und eine Capacität von 0,051 Mikrof., wie durch besondere Messungen ermittelt wurde. Die Berechnung von A_0^2 nach der obigen Formel ergab die Zahlen der Tab. 1, worin der grösste Wert — für die Eigenperiode des Systems $n = (1/\sqrt{LC}) = 2\pi \cdot 4008$ — gleich 100 gesetzt ist.

Tabelle 1.

$N = 3408$	3508	3608	3708	3808	3908	3958	4008
$A_0^2 = 1,2$	1,8	3,0	5,6	12,3	38,1	71,8	100
$N = 4008$	4058	4108	4208	4308	4408	4508	4608
$A_0^2 = 100$	74,0	43,1	16,5	9,6	5,3	3,7	2,8

Die entsprechende Curve ist in Fig. 6 wiedergegeben und mit I bezeichnet.

A_0^2 wurde durch ein Kohlrausch'sches Dynamometer im Nebenschluss gemessen. Die Resultate giebt die Tab. 2. Es sind die beobachteten Ausschläge α selbst, ferner dieselben in Procenten des grössten Ausschlages $100 \alpha / \alpha_m$ angegeben.

Tabelle 2.

$N = 3456$	3750	3820	3930	4008	4140	4278	4319	4425	4620
$\alpha = 3,2$	17,0	36,2	86,5	205,0	65,3	20,2	15,8	8,1	5,6
$\frac{\alpha}{\alpha_m} 100 = 1,6$	8,3	17,7	42,2	100	31,9	9,9	7,7	4,0	2,7

Die Beobachtungen sind in Fig. 6 durch kleine Kreise o bezeichnet und schliessen sich der berechneten Curve gut an.

Fig. 6.

Koppelt man mit diesem elektrischen System ein zweites (vgl. Fig. 7), so übt dieses zweite System eine *Rückwirkung* auf die Schwingungen des ersten aus, die besonders stark ist, wenn beide Systeme die gleiche Eigenperiode

Fig. 7.

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = n_2$$

besitzen. Das Selbstpotential des zweiten Systems war gleich $2,74 \cdot 10^7$ cm, die Capacität gleich 0,0575 Mikrof., der Widerstand betrug 14,5 Ohm. Die Koppelung war eine magnetische, indem eine dem System I angehörige Inductionsrolle auf eine andere des Systems II gelegt wurde. Der gegenseitige Inductionscoefficient der beiden Rollen betrug $M = 4,51 \cdot 10^6$ cm.

Die analytischen Ausdrücke für erzwungene Schwingungen in gekoppelten Systemen habe ich in einer früheren Arbeit¹⁾ für Kraft- bez. elektrische Koppelung abgeleitet, sie lassen

1) M. Wien, Wied. Ann. 62. p. 151. 1897.

sich leicht für Beschleunigungs- bez. magnetische Koppelung umrechnen und lauten, indem statt der allgemeinen Schwingungsconstanten die elektromagnetischen Constanten eingeführt sind, für die Quadrate der Stromamplituden in den beiden Stromkreisen:

$$A_1^2 = \frac{n^2 Q^2}{\left\{ W_1 + W_2 \frac{n^2 M^2}{W_2^2 + \left(\frac{1}{n C_2} - n L_2 \right)^2} \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{1}{n C_1} - n L_1 \right) - \frac{n^2 M^2 \left(\frac{1}{n C_2} - n L_2 \right)}{W_2^2 + \left(\frac{1}{n C_2} - n L_2 \right)^2} \right\}^2}$$

und

$$A_2^2 = \frac{Q^2 M^2}{L_1^2 C_1^2 \left\{ W_1 W_2 + n^2 M^2 - \left(\frac{1}{n C_1} - n L_1 \right) \left(\frac{1}{n C_2} - n L_2 \right) \right\}^2 + \left\{ W_1 \left(\frac{1}{n C_2} - n L_2 \right) + W_2 \left(\frac{1}{n C_1} - n L_1 \right) \right\}^2}$$

Die folgende Tab. 3 giebt die berechneten und beobachteten Werte von A_1^2 , wobei wieder das Maximum von A_0^2 , also der Schwingung des ungekoppelten Systems I, gleich 100 gesetzt ist.

Tabelle 3.

Berechnung.										
$N = 3408$	3508	3608	3708	3730	3758	3808	3908	4008		
$A_1^2 = 1,8$	3,1	8,1	35,2	38,1	26,8	9,4	1,0	0,15		
$N = 4008$	4108	4208	4308	4350	4408	4508	4608			
$A_1^2 = 0,15$	0,9	5,3	32,4	50,1	41,0	14,5	7,1			
Beobachtung.										
$N = 3456$	3750	3820	3930	4008	4140	4278	4319	4425	4620	
$\alpha_1 = 4,2$	88,0	26,1	3,6	1,2	5,1	35,4	91,3	58,1	8,4	
$\frac{\alpha_1}{\alpha_m} \cdot 100 = 2,0$	42,9	12,6	1,8	0,6	2,5	17,3	44,5	28,3	4,1	

In der Fig. 6 ist die berechnete Curve mit I + II bezeichnet, die beobachteten Werte sind durch Kreuze ($\times \times$) eingetragen. Dieselben fallen nicht so genau mit der berechneten Curve zusammen, wie bei der einfachen Resonanzcurve (I).

Vor allem sind bei dem ersten Maximum (links) die Kreuze höher wie die Curve, bei dem zweiten ist das beobachtete Maximum nicht so hoch wie das berechnete. Es liegt dies daran, dass die elektromotorische Kraft nicht, wie bei der Rechnung angenommen, proportional der Schwingungszahl steigt, sondern langsamer (vgl. p. 431). Ferner steigt der wirksame Widerstand mit der Schwingungszahl, sodass der für die Schwingungszahl 4008 bestimmte Widerstand von 32,0 bez. 14,5 für das erste Maximum zu gross, für das zweite zu klein ist. Bei der einfachen Resonanzcurve ist dies nicht so sichtbar, weil die hohen Werte von A_0^2 unmittelbar um $N=4008$ herum liegen.

Jedenfalls tritt bei der Berechnung wie bei der Messung das Charakteristische der erzwungenen Schwingungen gekoppelter Systeme deutlich hervor: das breite tiefe Minimum, genau an der Stelle, wo das ungekoppelte System ein Maximum hatte, und die beiden Maxima zu beiden Seiten.

Das System II zeigt ebenfalls ein Minimum zwischen zwei Maximis, jedoch ist dasselbe nicht so ausgesprochen wie bei System I. Für

$$n = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

ist

$$A_1^2 = \frac{n^2 Q^2 W_2^2}{(W_1 W_2 + n^2 M^2)^2}, \quad A_2^2 = \frac{n^4 Q^2 M^2}{(W_1 W_2 + n^2 M^2)^2},$$

$$A_2^2 / A_1^2 = \frac{n^2 M^2}{W_2^2};$$

in unserem Fall berechnet sich A_2^2 / A_1^2 zu 61,3, jedoch kann man bei derselben Schwingungszahl leicht die Anordnung so treffen, dass M den 10fachen Wert erhält und W_2 10 mal so klein wird, dann wird $A_2^2 / A_1^2 = 613000$, d. h. die Stromenergie im primären System ist verschwindend gegen die im secundären. Man hat damit theoretisch die Möglichkeit, mittels einer langen Leitung im System I elektrische Energie auf ein entferntes System II zu übertragen, ohne einen merklichen Energieverlust durch Joule'sche Wärme in der Leitung, weil die Stromstärke in dem System I so ausserordentlich gering ist.

Verkleinert man die gegenseitige Induction der beiden Systeme, indem man den Abstand der beiden inducirenden Rollen vergrössert, so rücken die beiden Maxima näher zu-

sammen und das Minimum zwischen ihnen wird weniger tief. Dann zeigt zunächst das System II nur noch ein flaches Maximum für die Eigenperiode der beiden Systeme, bei immer weiterem Entfernen der Rollen wird dieses Maximum immer spitzer: wir erhalten eine ausgesprochene Resonanzcurve und das secundäre System reagirt merklich nur noch auf eine bestimmte Schwingungszahl. Man kann nun leicht eine Reihe solcher secundärer Systeme anordnen, die alle auf verschiedenen Schwingungszahlen eingestimmt sind, und je nach der Frequenz, die man im primären Kreise erzeugt, wird man dieses oder jenes secundäre System erregen können. Damit wäre der eingangs erwähnte Mangel der Marconi'schen Telegraphie ohne Draht gehoben. Leider tritt dafür hier noch eine viel grössere Schwierigkeit auf: die gegenseitige Induction zweier geschlossener Ströme, deren Abstand gross ist gegen ihre Dimensionen, nimmt sehr schnell mit ihrem Abstände ab, sodass eine Wirkung auf grössere Entfernung auf diese Art ausgeschlossen erscheint.

Bei *freien* Schwingungen bewirkt die Koppelung mit einem gleichgestimmten zweiten System, dass in beiden Schwebungen entstehen, indem die gesamte Schwingungsenergie abwechselnd in dem einen und in dem andern System auftritt.¹⁾ Ein interessantes Beispiel dafür bieten die Photographien Hertz'scher Schwingungen von J. Trowbridge²⁾, dem allerdings der wahre Grund der Schwebungen nicht bekannt war: „With periods ranging from 0,00001 to 0,000001 of a second, I have found it impossible to tune two circuits in which spark occurred to perfect resonance. There were always indications of beats due, I believe, to the capacity not rising immediately to its full value.

C. Messinstrumente für schnelle Sinusströme.

Wir haben gesehen, dass zur Messung stärkerer Sinusströme das *Kohlrausch'sche Dynamometer* direct oder im Nebenschluss eingeschaltet ein geeignetes Instrument ist. Für die *Nulleinstellungen in der Wheatstone'schen Brücke*, welche die

1) Vgl. M. Wien, l. c.

2) J. Trowbridge, Phil. Mag. 38. p. 183. 1894.

Grundlage der meisten Messungen bildet, ist es jedoch nicht empfindlich genug.

Es liegt nun nahe, denselben Kunstgriff anzuwenden, dessen sich F. Kohlrausch bei der Messung des Widerstandes von Flüssigkeiten bediente, nämlich die feste Rolle des Dynamometers in den Hauptzweig der Brücke einzuschalten, sodass sie von einem starken Wechselstrom durchlaufen wird, und nur die bewegliche Rolle in den Brückenzweig zu bringen. Bei schnellen Wechselströmen versagt jedoch diese Methode, weil die bewegliche Rolle in der Ruhelage bei genau senkrechter Stellung der beiden Rollen sich in einer Art labilen Gleichgewichtes befindet. Sobald die Rolle beim Einstellen der Brücke etwas aus dieser Nullstellung herauskommt, werden in ihr, da sie durch die Brücke geschlossen ist, von der festen Rolle aus Ströme inducirt, welche um so stärker sind, je höher die Wechselzahl ist, und bestrebt sind, den Ausschlag zu vergrössern. Dabei werden dann wieder die inducirten Ströme stärker und so fort, bis die bewegliche Rolle $\perp$ zur ursprünglichen Nullstellung eine neue Gleichgewichtslage einnimmt.

Das *Hörtelephon*, welches an sich — vor allem zwischen den Schwingungszahlen 500—3000 — eine völlig genügende Empfindlichkeit besitzt¹⁾, ist bei längerem Arbeiten nicht recht brauchbar, weil das Ohr, besonders bei sehr hohen Tönen, schnell ermüdet, und auch oft ein subjectives Nachklingen im Ohr sich einstellt. Ausserdem müsste man, um nicht durch das Geräusch des Motors und das Tönen des Elektromagneten der Wechselstromsirene gestört zu werden, in einem entfernten Zimmer arbeiten, was auch misslich ist. Hingegen empfiehlt es sich, die rohe Voreinstellung der Brücke mit dem *Hörtelephon* zu machen.

Bei langsameren Wechselströmen erlauben das optische Telephon und das Rubens'sche Vibrationsgalvanometer sehr empfindliche Nulleinstellungen. Diese Apparate haben sich, obgleich sie für manche Messungen Vorteile bieten, wenig eingebürgert, vielleicht weil die Handhabung derselben für den, der zum erstenmal damit arbeitet, Schwierigkeiten bietet. Ich

1) Vgl. den nachstehenden Artikel.

möchte deshalb im Folgenden eine Abart des Vibrationsgalvanometers beschreiben, die sich jeder im Laboratorium selbst herstellen kann, mit der man sich leichter einarbeitet, weil sie sich mehr dem gewöhnlichen Galvanometer nähert, und die schliesslich für wesentlich höhere Schwingungszahlen als die beiden anderen Apparate eine genügende Empfindlichkeit besitzt.

Das Princip ist folgendes: ein modernes Galvanometersystem mit sehr kleinem Trägheitsmoment wird nicht an einem dünnen Quarzfaden aufgehängt, sondern in der Mitte eines ausgespannten Drahtes befestigt. Dadurch wird die Schwingungsdauer sehr viel geringer und man kann sich durch geeignete Wahl der Drahtdicke und Länge so einrichten, dass dieselbe $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ oder auch $\frac{1}{10000}$ Sec. beträgt. Die Empfindlichkeit wird dadurch sehr herabgesetzt, jedoch wird das System sehr viel stärkere Torsionsschwingungen machen, wenn ein schnell wechselndes magnetisches Feld darauf wirkt, dessen Periode gerade mit der Eigenperiode des Systems übereinstimmt. Das Magnetsystem wird nun nicht zwischen gewöhnliche Galvanometerrollen gebracht, sondern zwischen die Polflächen eines durchschnittenen Ringes aus dünnem Eisendraht, der mit einer Wickelung versehen ist. Das Feld dieses Elektromagneten ist etwa 10 mal so stark, wie das von Galvanometerrollen gleichen Widerstandes. Zur Strommessung wird wie bei dem optischen Telephon und dem Rubens'schen Vibrationsgalvanometer ein beleuchteter Spalt in einem Fernrohr betrachtet, dessen Bild, wenn der Spiegel vibriert, als breites Lichtband erscheint. Um eine empfindliche Nulleinstellung zu ermöglichen, werden in dem Spalt zwei Drähte über Kreuz unter kleinem Winkel ausgespannt. Man stellt darauf ein, dass das Bild dieser Drähte, besonders ihres Schnittpunktes, ganz scharf erscheint.

Zur Herstellung des Systems lötet man auf einen Messingdraht passender Dicke — für $N = 256$ 0,1 mm dick — ein 4 mm langes und 2 mm breites, sehr dünnes Stück Blech auf und unmittelbar darüber im rechten Winkel dazu ein zweites Stück, 2 mm lang und 2 mm breit. Das erste dient zur Anbringung der kleinen Magnete, das zweite für den Spiegel; beides wird mit sehr wenig Schellack auf die Blechstückchen geklebt. Wegen der Beugung durften die Spiegel nicht weniger als 2,5–3,0 mm

Durchmesser haben. Ein solcher Spiegel wog ca. 3 mg.¹⁾ Entsprechend wurde auch Gewicht und Trägheitsmoment des Magnet-systems gewählt: die längsten Magnetstäbchen waren 3 mm lang und alle zusammen wogen 6—7 mg. Die ganze Anordnung des Systems ist aus Fig. 8a zu entnehmen.

Zur Herstellung des *Elektromagneten* wurde aus 0,2 mm starkem Eisendraht ein Ring von 10 cm Durchmesser gewickelt, dessen Dicke 4 mm betrug. Der Ring wurde durchgesägt, die Enden gerade gefeilt und das Ganze ausgeglüht. Hierauf wurde

Fig. 8c.

Fig. 8a.

Fig. 8b.

er mit einer Wickelung von 0,1 mm-Kupferdraht versehen, deren Gesamt-widerstand ca. 200 Ohm betrug. Jedoch konnten die beiden Hälften auch $\parallel$ geschaltet werden, sodass der Widerstand sich dann auf ca. 50 Ohm belief.

Wie aus Figg. 8b und 8c ersichtlich, wird das Ganze dann in einfacher Weise mittels des Messingbalkens *A* montirt. Mit Hilfe der Schrauben $\sigma_1 \sigma_2$ kann das System leicht herausgenommen und durch ein anderes ersetzt werden. Die Schraube σ_3 (unten) dient zur Aenderung der Spannung des Drahtes, σ_4 (oben) zum Drehen des Systems, sodass die Magnete den Polflächen des Elektromagneten parallel gerichtet werden können.

Damit sind die wesentlichen Teile des Apparates beschrieben. Was noch sonst auf den Figg. 8b und 8c zu sehen ist, dient

1) Die Spiegel wurden von dem Optiker Hrn. Magen, Berlin, Scharnhorststrasse, bezogen und lieferten in Rücksicht auf ihre geringe Grösse äusserst scharfe Bilder.

dazu, das System genau auf eine bestimmte vorgeschriebene Schwingungszahl einzustimmen, was bei vielen Anwendungen wünschenswert ist. Zu diesem Zwecke kann, wie bei dem Rubens'schen Apparat, die Länge des Drahtes mit Hülfe der Schlitten $S_1 S_2$ verändert werden. Die genaue Einstimmung geschieht dann schliesslich durch Aenderung der Dämpfung, indem man mittels der Schrauben $E_1 E_2$ die Entfernung der Pole von dem System variiert.¹⁾

Die Empfindlichkeit des Apparates kann man in folgender Weise im voraus schätzen. Ein modernes Galvanometer möge einen Ausschlag von 1 Scalenteil bei 1000 Scalenteilen Entfernung, einer doppelten Schwingungsdauer von 10 Secunden und 200 Ohm Widerstand, für einen Strom von 10^{-11} Ampère geben. Für $\frac{1}{100}$ Secunde Schwingungsdauer würde der gleiche Ausschlag erst bei 10^{-5} Ampère erfolgen. Für einen Wechselstrom von 100 Schwingungen in der Secunde wird der Ausschlag durch Resonanz ca. 100 mal vergrössert; infolge des Kerns aus weichem Eisendraht ist das Feld 10 mal so stark wie bei Galvanometerrollen von gleichem Widerstand. Demnach erhalten wir eine Verbreiterung des Spaltbildes um 1 Scalenteil für 10^{-8} Ampère. Etwa $\frac{1}{20}$ Scalenteil ist durch Unscharfwerden der gekreuzten Drähte im Spalt noch erkennbar, somit ist ein Wechselstrom von $5 \cdot 10^{-10}$ noch eben merklich.

Die Untersuchung ergab für einen Apparat mit einem System $N=100$ einen Scalenteil Ausschlag für $1,7 \cdot 10^{-6}$ Ampère; eine Verbreiterung des Spaltbildes um einen Scalenteil für eine mittlere Intensität des Wechselstromes von $1,4 \cdot 10^{-8}$ Ampère, demnach wäre ein Strom von $7 \cdot 10^{-10}$ Ampère noch eben merklich, was der Vorausberechnung genügend entspricht.

Das neue Instrument übertrifft demnach unter gleichen Verhältnissen das optische Telephon etwa um das 15 fache, das Rubens'sche Vibrationsgalvanometer etwa um das 4 fache an Empfindlichkeit, was wohl hauptsächlich durch die geringere Trägheit des Systems bewirkt wird. Die beiden Vibrations-

1) Der Apparat ist von Hrn. Feldhausen, Mechaniker an dem physikalischen Institut der hiesigen Technischen Hochschule, hergestellt und mit drei Systemen zum Preise von 110 Mark erhältlich.

galvanometer unterscheiden sich im Princip nur dadurch, dass an Stelle eines Systems von weichem Eisen zwischen Telephonmagneten bei dem älteren Instrument, hier ein System kleiner Magnete zwischen Rollen mit weichem Eisenkern vibriert. Ausser der leichteren Herstellung und der etwas grösseren Empfindlichkeit scheint mir ein weiterer Vorzug des neuen Apparates darin zu liegen, dass er, wie sogleich gezeigt werden soll, auch für höhere Schwingungen eine genügende Empfindlichkeit beibehält. Bei den Telephonspulen des Rubens'schen Apparates nimmt infolge der Wirbelströme der wirksame Widerstand schnell mit der Frequenz zu, während die magnetische Induction sinkt, was beides die Empfindlichkeit beeinträchtigt.¹⁾

Die grössere Empfindlichkeit der Vibrationsgalvanometer gegenüber dem optischen Telephon rührt hauptsächlich daher, dass die Dämpfung geringer ist wie bei diesem. Infolge dessen sind die charakteristischen Eigenschaften des optischen Telephons hier noch in verstärktem Maasse vorhanden: sie reagiren wesentlich nur auf den Sinusstrom, auf den sie eingestimmt sind und es können schon recht starke Oberströme vorhanden sein, ohne dass die Nulleinstellung darunter leidet. Auf der anderen Seite bringt die geringe Dämpfung auch manches Unbequeme mit sich: das Tongebiet der maximalen Resonanz ist sehr eng begrenzt und die Nulleinstellung ist mühsamer. Daher ziehe ich für tiefere Schwingungen bis 256 das optische Telephon vor; für höhere Schwingungen wird es jedoch zu unempfindlich — über 600 habe ich die Tonhöhe überhaupt nicht bringen können —, sodass hier ausschliesslich das Vibrationsgalvanometer in Frage kommt, dessen Dämpfung überdies für höhere Schwingungen besser wird.

Für Systeme mit verschiedenen Schwingungszahlen erhielt ich folgende Zahlen für die Empfindlichkeit: α_1 bedeutet die Verbreiterung des Spaltbildes um einen Scalenteil, α_2 den eben noch merklichen Strom ($\frac{1}{20} \alpha_1$).

N	100	500	1000	4000
α_1	$1,4 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-5}$
α_2	$7 \cdot 10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	$7,5 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-6}$

1) Vgl. den folgenden Artikel p. 453.

Für α_2 ist einfach $\alpha_1/20$ gesetzt, weil es schwierig ist, eine sichere Zahlenangabe zu machen: bei höheren Schwingungszahlen ist im allgemeinen eine genauere Nulleinstellung möglich wegen besserer Dämpfung und geringerer Erschütterungsempfindlichkeit.

Bei $N = 4000$ ist die mit dem Quadrat der Schwingungszahl abnehmende Empfindlichkeit schon so klein, dass man genaue Messungen kaum mehr damit machen kann.

Für schnellere Schwingungen wandte ich daher ein *Bellati-Giltay'sches Dynamometer*¹⁾ an, dessen Ausschlag in sehr weiten Grenzen unabhängig von der Schwingungszahl ist. Die Empfindlichkeit dieses Instrumentes, welche in der ihm von Giltay gegebenen Form schon ziemlich gross ist, kann man noch wesentlich vermehren, wenn man die Principien der neueren Galvanometer darauf anwendet, d. h. das System leicht und von geringem Trägheitsmoment wählt, den Wickelungsraum der von Maxwell angegebenen Form anpasst und ihn mit Draht von allmählich zunehmender Dicke bewickelt.

Das System des von mir benutzten Apparates bestand aus einem sehr dünnen, 5 cm langen Glasröhrchen, darauf war auf dem einen Ende der Spiegel von 3 mm Durchmesser und ca. 3 mg Gewicht (vgl. p. 442) mit Schellack aufgeklebt, an dem anderen Ende befand sich ein rundes Stück weichen Eisenblechs von ebenfalls 3 mm Durchmesser und 0,1 mm Dicke. Es wog ca. 6 mg. Das System hing an einem ca. 20 cm langen Quarzfaden und stellte sich von selbst nord-südlich ein bei einer Schwingungsdauer von ca. 3 Sekunden. Mittels eines kleinen, in der Nähe des Instrumentes befindlichen Hilfsmagneten konnte der Erdmagnetismus verstärkt bez. geschwächt und damit die Schwingungsdauer zwischen 1 und 10 Sekunden geändert werden. Gewöhnlich wurde mit 5 Sekunden Schwingungsdauer gearbeitet. Durch kleine Verschiebungen des Hilfsmagneten konnte das System leicht in seine um 45° gegen die Axe des magnetischen Feldes geneigte Stellung gebracht und erhalten werden.

Zur Erzeugung des magnetischen Feldes kann ein *Rollenpaar* eines Du Bois-Rubens'schen oder Paschen'schen Galvanometers dienen; nur muss man darauf achten, dass keine grösseren

1) J. W. Giltay, Wied. Ann. 25. p. 325. 1885.

Metallteile, in denen Wirbelströme entstehen könnten, sich daran befinden. Die von mir benutzten Rollen waren in drei Abteilungen (vgl. Fig. 9) mit 0,07, 0,2 und 0,5 mm dickem Kupferdraht bewickelt. Ihr Widerstand betrug je 400 Ohm. Der freie Raum für das Eisenblättchen hatte einen Durchmesser (a) von 5 mm. Das Ganze war auf Holz und Elfenbein montirt.¹⁾

Fig. 9.

Gegen magnetische Störungen erwies sich der Apparat als sehr unempfindlich, jedoch wirken Luftströmungen leicht störend, sodass er ausser mit dem üblichen Glasgehäuse noch mit einer Filzhülle versehen wurde. Ferner musste man sich bei den Brückeneinstellungen mit hohen Frequenzen sorgfältig vor gegenseitiger Induction von anderen Teilen des Brückensystems auf das Dynamometer und seine Zuleitungen hüten.

Theorie des Instrumentes. Für gegebenen Widerstand und Form der Rollen und für ein System von gegebenem Trägheitsmoment und Schwingungsdauer lässt sich die erreichbare Empfindlichkeit des Instrumentes vorausberechnen.

Es sei: H das magnetische Feld der Rollen, M die magnetische Induction in dem weichen Eisenblättchen, K das Trägheitsmoment, T die Schwingungsdauer des Systems, $D = \pi^2 K / T^2$ das Drehungsmoment, so ist der Ausschlag α des Bellati-Giltay'schen Dynamometers gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H \cdot M}{D} \cdot \sin 45^\circ \cos 45^\circ = \frac{H \cdot M}{2 D} = \frac{H \cdot M \cdot T^2}{2 \pi^2 K}.$$

Ist J die Stromstärke in Ampère, welche die Rollen durchströmt, G das Feld der Rollen für den Strom von 1 Amp., so ist $H = J \cdot G$. Das durch H inducirte magnetische Moment M ist $= \kappa' H \cdot V = \kappa' J \cdot G \cdot V$, worin V das Volumen des Eisenblättchens und κ' die scheinbare Susceptibilität mit Berücksichtigung der entmagnetisirenden Wirkung der Pole ist. Dies eingeführt, wird:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot G \cdot J \cdot G \cdot \kappa' \cdot V \cdot T^2}{\pi^2 K} \quad \text{und} \quad J = \frac{\pi}{G \cdot T} \cdot \sqrt{\frac{2 \operatorname{tg} \alpha \cdot K}{V \cdot \kappa'}}.$$

¹⁾ Der Apparat wurde von dem Mechaniker Hrn. Siedentopf in Würzburg angefertigt.

Das Trägheitsmoment K des Systems setzt sich zusammen aus dem des Spiegels und dem des Eisenblättchens. Beide sind rund und haben denselben Radius r . Ihre Massen seien m und m' . Daher das Trägheitsmoment beider zusammen $= (m + m')r^2/4$. Ferner ist das Volumen $V = m'/s$, wenn s das spezifische Gewicht des Eisens ist. Somit wird schliesslich:

$$J = \frac{r\pi}{2G.T} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot s}{\kappa'} \cdot \frac{m + m'}{m'}}.$$

Hierin sind für unseren speciellen Fall folgende Zahlenwerte einzusetzen:

$$r = 0,15 \text{ cm}, \quad T = 5 \text{ sec}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2000}$$

(1 Scalenteil bei 1000 Scalenteilen Abstand zwischen Scala und Spiegel).

$$m = 3 \text{ mg}, \quad m' = 6 \text{ mg}, \quad \sigma = 7,8.$$

κ' , die scheinbare Susceptibilität, ist für eine runde Scheibe, deren Dicke klein ist gegen ihren Durchmesser:

$$\frac{\kappa}{1 + \pi^2 \kappa \cdot \frac{\text{Dicke}}{\text{Durchmesser}}}.$$

Nehmen wir die wahre Susceptibilität zu 10 an, so ist

$$\kappa' = \frac{10}{1 + \pi^2 \cdot 10 \cdot \frac{0,1}{3}} = 2,33.^1)$$

Das Feld G berechnet sich nach Ayrton und Mather²⁾ für einen 5 mm weiten Spielraum für das Eisenblättchen (α Fig. 9) zu ca. 3000 bei 1 Ohm Widerstand (w) und steigt proportional $w^{1/2}$, also für $w = 800$ zu ca. 50000. Meine Rollen ergaben bei einer Messung mittels Localspule nur 32000. Es lag dies daran, dass die beiden Rollen nicht ganz nahe zusammengeschoben werden konnten, sondern für das System ein kleiner Zwischenraum von etwa 2 mm übrig bleiben musste (β Fig. 9), weil sonst das System bei kleinen Erschütterungen durch Luftzüge etc. leicht kleben blieb. Setzen wir $G = 32000$ und die anderen Werte in unserem Ausdruck für J ein, so wird

1) Für $\kappa = 20$ ist $\kappa' = 2,60$, mithin hängt die scheinbare Permeabilität und damit die Empfindlichkeit nur wenig von der Weichheit des Eisens ab.

2) W. Ayrton und F. Mather, Phil. Mag. 48. p. 349. 1898.

$J = 1,10 \cdot 10^{-6}$. Die Messung ergab in guter Uebereinstimmung $J = 1,16 \cdot 10^{-6}$.¹⁾ Bei dem geringen Abstand von 1000 Scalenteilen zwischen Scala und Spiegel und der ruhigen Nullstellung des Instrumentes konnte noch etwa $\frac{1}{10}$ Scalenteil mit Sicherheit beobachtet werden, sodass Ströme von $3,5 \cdot 10^{-7}$ Amp. erkennbar waren.

Die hohe Selbstinduction der Rollen ($5,2 \cdot 10^8$ cm) würde den scheinbaren Widerstand für hohe Schwingungszahlen so gross machen, dass trotz der Empfindlichkeit das Instrument unbrauchbar würde. Deshalb wurde das Selbstpotential durch davor geschaltete Condensatoren von passender Capacität compensirt. Arbeitet man mit bestimmten Schwingungszahlen ($N = 1000, 2000, 4000$, etc.), so kann man die zur Compensation nötige Capacität ein für allemal bestimmen, sodass man, um von der einen Schwingungszahl zur anderen überzugehen nur den Condensator umzustöpseln hat, ohne an dem Messinstrument irgend etwas zu ändern.

Die Aufhebung der Selbstinduction erfolgt naturgemäss nur für die Grundperiode, für andere Schwingungszahlen bleibt der scheinbare Widerstand sehr hoch. Dadurch erhält das Dynamometer wieder dieselbe Eigenschaft, wie das optische Telephon oder das Vibrationsgalvanometer, nämlich nur für Wechselstrom einer bestimmten Periode empfindlich zu sein, nur dass hier die elektrische, dort die akustische Resonanz die Wirkung ausübt. Für alle höheren Schwingungen kann daher das Dynamometer an Stelle jener Apparate gebraucht werden. Für die in den meisten Fällen notwendige Null-einstellung durch Näherung ist das schnelle Anwachsen des Ausschlags proportional dem Quadrat des Stromes äusserst bequem.

Das Dynamometer erwies sich als merklich gleich empfindlich für alle angewandten Schwingungszahlen und würde

1) G. Stern (Wied. Ann. 42. p. 622. 1891) giebt an, dass er durch Verlängerung der Schwingungsdauer bei einem Giltay'schen Dynamometer eine Empfindlichkeit von $4 \cdot 10^{-7}$ Amp. erzielt habe. Da das Giltay'sche Dynamometer nach Obigem wegen des grösseren Trägheitsmoments und der ungünstigeren Wickelung der Rollen mindestens 5 mal weniger empfindlich gewesen sein muss, wie das meinige, so muss die Schwingungsdauer bei Hrn. Stern die etwas unbequeme Grösse von ca. einer Minute gehabt haben.

es noch für viel höhere sein. Nach den Versuchen von Bjerknes¹⁾ folgt der Magnetismus auch sehr schnellen Hertz'schen Schwingungen. In unserem Falle könnten die Wirbelströme in dem Eisenblättchen eine Schirmwirkung ausüben. Aus der Oberbeck'schen²⁾ Theorie der Foucaultströme ergibt sich, dass für die Dicke des Eisenblättchens von 0,1 mm und die Susceptibilität von $\kappa' = 2,33$ eine Schwächung der magnetischen Induction um 1 Proc. erst bei einer Frequenz von ca. 100 000 eintreten würde. Man könnte jedoch das Eisenblättchen auch aus Eisenblechen von $\frac{1}{10}$ Dicke zusammenkleben, dann würde die Schwächung von 1 Proc. erst bei einer Schwingungszahl von 10 Millionen eintreten. Ein solches System würde also auf ein magnetisches Feld, das 10 Millionen mal in der Secunde wechselt, mit derselben Empfindlichkeit reagiren, wie auf langsame Feldänderungen, d. h. eine mittlere Feldänderung von 0,01 C.G.S. noch merklich machen.

Schluss.

Im Vorstehenden ist die Erzeugung annähernd reiner verhältnismässig starker Sinusströme bis zu Frequenzen von 17 000 mittels der Wechselstromsirene beschrieben, ferner sind Methoden und Instrumente angegeben, um einerseits die Intensität solcher Ströme genau zu messen, andererseits empfindliche Nulleinstellungen in der Wheatstone'schen Brücke damit zu machen.

Die Ströme sollen, abgesehen von physiologischen und akustischen Zwecken, vor allem dazu dienen, die Aenderungen einiger elektro-magnetischen Grössen mit der Schwingungszahl zu untersuchen, z. B. der magnetischen Hysteresis und des Energieverlustes im Dielectricum, ferner soll damit der Durchgang schneller Wechselströme durch Kabel, durch Gase etc. studirt werden. Ueber eine derartige Anwendung ist im nächststehenden Artikel berichtet.

Aachen, Physikal. Institut der Technischen Hochschule,
December 1900.

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 48. p. 692. 1893.

2) A. Oberbeck, Wied. Ann. 21. p. 672. 1884.

(Eingegangen 20. December 1900.)