Über die Bestimmung scheinbarer Sterndurchmesser mittels elliptischer Polarisation.

Von S. Pokrowski.

Das Auflösungsvermögen zweier von mir in Vorschlag gebrachter Typen von Sterninterferometern¹⁾ wird durch möglichst große Dimensionen der Rhomboeder isländischen Spates bedingt. In Anbetracht ihres hohen Preises war ich in meinen ferneren Arbeiten bestrebt, einen Typus eines derartigen Interferometers auszuarbeiten, der seinem Preise nach ohne Beeinträchtigung der Feinheit der optischen Ausführung die jetzt schon existierenden Interferometer mit natürlichem Licht nicht übersteigt. Zu diesem Zweck schien es mir geboten zu sein, die bekannten Gesetze der Reflexion und der Brechung des natürlichen und polarisierten Lichtes in isotropen Mitteln anzuwenden. Fällt ein Strahlenbündel natürlichen Lichtes auf irgend eine brechende Fläche unter dem Winkel totaler Polarisation, so sind die reflektierten Strahlen in der Einfallsebene ganz polarisiert, während die gebrochenen Strahlen aus einer gleichen Anzahl senkrecht zur Einfallsebene polarisierter Strahlen bestehen, vermehrt um den übriggebliebenen Teil des natürlichen Lichtes. Umgekehrt: Ist in den einfallenden Strahlen die Polarisationssebene zur Einfallsebene senkrecht, so passieren sämtliche Strahlen die Platte, während es fast gar keine reflektierten Strahlen geben wird. Darauf fußend kann man folgenden höchst einfachen Sterninterferometer konstruieren.

Zwei Bündel paralleler Strahlen 1 und 2 von irgend einem Stern fallen unter dem Winkel totaler Polarisation auf durchsichtige planparallele Glasplatten I und II. Die von I reflektierten Strahlen werden in der Einfallsebene

total polarisiert sein; darauf gehen sie durch eine planparallele $\frac{1}{2}\lambda$ -Platte, deren Hauptschnitt unter einem Winkel von 45° zur Einfallsebene liegt; infolgedessen dreht sich ihre Polarisationssebene um 90° ; sie werden von der Platte II total gebrochen und legen sich auf die von der letzteren reflektierten Strahlen 2. Da diese Schwingungen in den Strahlen 1 und 2 als parallelen Amplituden natürlichen Lichtes angehörig kohärent sind, so ergeben sie nach dem Aufeinanderlegen im allgemeinen Falle elliptische Polarisation. Bei sorgfältiger Aufstellung des Interferometers erhält man bei der Beobachtung durch ein Nicol ein gleichartiges Gesichtsfeld (teinte plate). Da die Auffallswinkel φ der Strahlen 1 und 2 auf die Glasplatten groß sind (nach dem Gesetz von Brewster ist $\tan \varphi = n$, also immer $\varphi = \arctan n > 45^\circ$), wird zwischen ihnen ein beträchtlicher Gangunterschied bestehen: $OO_1 - O_2O_1 = \frac{1}{n}OO_2$, wo n der Brechungsquotient der Platten ist. Daher müssen die Strahlen 2 erst von den Spiegeln R und R_1 derart reflektiert werden, daß die von ihnen zurückzulegende Strecke RR_1O_1 gleich OO_1 ist. Nach dem Aufeinanderlegen gehen die Strahlen den gewöhnlichen Weg durch das Objektiv eines astronomischen Fernrohrs, ein doppelbrechendes Wollastonsches Prisma W, ein Astrophotometer P und endlich durch das Okular o²⁾. Zum vollen Ausgleich des Gangunterschiedes zwischen den Strahlen 1 und 2 müssen im Interferometer noch zwei planparallele Glasplatten V und V_1 eingeschaltet werden. Bei der Berechnung des Auflösungsvermögens des in Vorschlag gebrachten Interferometers kann man die Lichtinterferenz in jeder der Platten I und II, falls sie von genügender Dicke sind, unberücksichtigt lassen; dieselbe wird auch bei dünnen Platten keinen Einfluß ausüben, da das Objektiv des astronomischen Fernrohrs in beiden Fällen mittels des Wollastonschen Prismas die ganze vom Stern auf den Interferometer auffallende Energie in zwei Bilder des Sterns sammelt und ihre ganze Menge durch Entstehung teilweiser Interferenz irgendwo im Apparat nicht verändert wird. Diese Erwägungen sind durch unmittelbare Berechnung zu bestätigen. Fällt ein Bündel paralleler Strahlen auf eine planparallele Platte, so ergibt die Interferenztheorie für die Intensität reflektierter Strahlen

$$I = 4A^2 r \sin^2 \frac{1}{2}\delta / [(1-r)^2 + 4r \sin^2 \frac{1}{2}\delta]$$

wo A die Amplitude der auffallenden Strahlen; r der Reflexionsquotient bei gegebenem Einfallswinkel; δ der durch die Platte zwischen zwei benachbarten interferierenden Strahlen hervorgerufene Phasenunterschied ist.

Bei beliebigen Werten von $\frac{1}{2}\delta$ liegt $\sin^2 \frac{1}{2}\delta$ stets zwischen 0 und +1, den Werten $\frac{1}{2}\delta = 0$ und $\frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\pi$ entsprechend; um infolgedessen die mittlere Intensität $\bar{I}$ des

¹⁾ S. Pokrowski. Astron. Nachr. Bd. 192, Nr. 4586, 1912.

²⁾ S. Pokrowski, l. c. p. 28.

von der planparallelen Platte reflektierten und darauf im Brennpunkte des Objektivs konzentrierten Lichtes zu bestimmen, genügt es den Wert des folgenden Integrals zu finden

$$\mathcal{F} = (2/\pi) \int_0^{1/2\pi} I d(1/2\delta).$$

Setzt man den Wert von I ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{2}{\pi} \int_0^{1/2\pi} \frac{4A^2 r \sin^2 1/2\delta}{(1-r)^2 + 4r \sin^2 1/2\delta} d(1/2\delta) = \\ &= \frac{A^2}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 - \cos x}{[(1+r^2)/2r] - \cos x} dx = \\ &= \frac{A^2}{\pi} \left[x - \frac{1-r}{1+r} 2 \arctg \left(\frac{1+r}{1-r} \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) \right]_{x=0}^{x=\pi} = \\ &= A^2 [1 - (1-r)/(1+r)] = A^2 2r/(1+r). \end{aligned}$$

Dieser letzte Ausdruck für die mittlere Intensität reflektierter kohärenter Strahlen ist demjenigen, den wir im Falle nicht kohärenter Strahlen erhalten hätten, ganz gleich.

Nehmen wir als Einheit die auf die ausgleichende Platte V fallende Lichtenergiemenge, so geht durch diese Platte (wenn man die sich wiederholenden inneren Reflexionen berücksichtigt) die Intensität $(1-\varrho)/(1+\varrho)$, wo ϱ der Reflexionsquotient $= [(\mu-1)/(\mu+1)]^2$, μ der Brechungsquotient des Glases V ist.

Von der Platte I wird unter dem Winkel totaler Polarisation reflektiert die Intensität

$$[(1-\varrho)/(1+\varrho)] \cdot 2r/(1+r)$$

wo $r = 1/2[(n^2-1)/(n^2+1)]^2$, n der Brechungsquotient der Platte I ist.

Durch die $1/2\lambda$ -Platte geht ungefähr

$$\frac{1-\varrho}{1+\varrho} \cdot \frac{2r}{1+r} \left[1 - \left(\frac{\mu'-1}{\mu'+1} \right)^2 \right]^2 = \frac{1-\varrho}{1+\varrho} \cdot \frac{2r}{1+r} (0.95)^2$$

bei $\mu' \sim 1.54$, dem mittleren Brechungsquotienten des Quarzes.

Diese Menge senkrecht zur Einfallsebene geradlinig polarisierter Strahlen wird von der zweiten Platte total gebrochen. Nimmt man der Einfachheit halber an, daß durch jede der elf aufeinander folgenden Flächen (je drei beim Objektiv, Wollastonschen Prisma, dem Astrophotometer und zwei beim Okular) 95% der auf dieselben auffallenden Lichtmenge durchgeht und daß außerdem im ganzen Apparat ca. 5% absorbiert werden können, so erreicht folgende Strahlenenergiemenge unser Auge

$$[(1-\varrho)/(1+\varrho)] \cdot [2r/(1+r)] \cdot (0.95)^{14}.$$

Dieser Wert ist mit 2 zu multiplizieren, da auch die zweite Platte II eine ebensogroße Strahlenenergiemenge liefert. Endgültig erhalten wir also

$$\gamma = 2(0.95)^{14} [(1-\varrho)/(1+\varrho)] \cdot [2r/(1+r)].$$

Zur annähernden Berechnung nehmen wir $\mu = 1.5$, $n = 1.487$, dann ist $\log \gamma = 9.07608$.

Der Grenzwert für den scheinbaren Durchmesser ω , der mit dem in Vorschlag gebrachten Interferometer noch wahrgenommen werden kann, ist aus dem Ausdruck¹⁾

$$\omega = (4/\pi) \cdot (\lambda/D) \cdot 2.5^{-[1/2(k-p) + 1.25 \log(\gamma \cdot s/a)]}$$

zu bestimmen, wo D die Entfernung der Strahlen 1 und 2 voneinander; k die Größe des Sterns einer vom Auge wahrgenommenen Grenzintensität; p die Größe des zu erforschenen Sterns; s die effektive Oberfläche des Objektivs, die im gegebenen Interferometer durch die Dimensionen der $1/2\lambda$ -Quarzplatte bestimmt wird; σ die Oberfläche der Pupillenöffnung ist.

Nehmen wir: $\lambda = 5.6 \times 10^{-5}$ cm, $D = 100$ cm, $k = 6$, $p = 1$, $s = 100 \times 100$ mm², $\sigma = 4\pi$ mm², so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \text{für Sterne von } 1^m & \quad \omega_1 = 0''.0016, \\ \text{» » » } 0^m & \quad \omega_0 = 0''.0009, \\ \text{für den Sirius} & \quad \omega_s = 0''.0006. \end{aligned}$$

Die soeben angeführten Grenzwerte scheinbarer Sterndurchmesser, die mit dem beschriebenen Interferometer wahrgenommen werden können, sind in der Voraussetzung abgeleitet, daß die Gesetze der Reflexion und der Brechung polarisierter Strahlen durch die Formeln von *Fresnel* genau ausgedrückt werden. Diese Formeln sind, wie die noch nicht besonders zahlreichen in dieser Richtung vorgenommenen Forschungen erwiesen haben, bis auf 1-2% genau. Von sehr beträchtlichem Einflusse ist der Zustand der oberflächlichen Glasschicht und die Art der Politur. Die Forschungen von Lord *Rayleigh* zeigten, daß nur frisch polierte Glasflächen mit *Fresnel* übereinstimmende Resultate ergeben; dagegen kann der Unterschied zwischen Theorie und Praxis nach Verlauf von einigen Monaten den Betrag von 10-30% erreichen. Für den beschriebenen Interferometer scheinen besonders geeignet zu sein Platten aus geschmolzenem Quarz (A. Hilger, London), wenn man voraussetzt, daß der Quarz seine physischen Eigenschaften beim Schmelzen nicht verändert, da nach den Forschungen von *J. Koenigsberger*²⁾ die zur Achse senkrechten Platten kristallinischen Quarzes keine größeren Abweichungen von der Theorie als 0.3% geben und dabei höchst beständige Oberflächeneigenschaften aufweisen. Für den von mir in Vorschlag gebrachten Interferometer ist folgender Umstand von der größten Wichtigkeit. Unmittelbare Versuche zeigen, daß bei der Reflexion natürlichen Lichtes unter dem Winkel totaler Polarisation die reflektierten Strahlen nicht ganz in der Einfallsebene polarisiert sein werden; zu ihnen gesellt sich dagegen ein wenn auch unbedeutender Teil senkrecht zur Einfallsebene polarisierter, sozusagen restanter, Strahlen. Das Verhältnis der Lichtschwingungsamplituden in diesen Strahlen kann mit Hilfe eines besonderen Elliptizitätsquotienten bestimmt werden, der von *J. Jamin* für eine große Anzahl von festen und flüssigen Körpern ausgerechnet worden ist; für verschiedene Glassorten liegt dieser Quotient in den Grenzen von 0.03 bis 0.007³⁾. Kennt man den Elliptizitätsquotienten,

¹⁾ S. *Pokrowski*. Astron. Nachr. Bd. 192, Nr. 4586, p. 26, 1912.

²⁾ *J. Koenigsberger*. Physik. Zeitschr. 4.494, 1903.

³⁾ *P. Drude*. Lehrbuch d. Optik, 2. Aufl., S. 279, 1906.

so findet man leicht das Verhältnis der Intensitäten beider Strahlen, das im allgemeinen recht gering ist, als eine dem Quadrat dieses Quotienten proportionale Zahl. Die zur Einfallsebene senkrecht polarisierten restanten Strahlen gehen durch die $\frac{1}{2}\lambda$ -Platte, erscheinen in der Einfallsebene polarisiert und ergeben, indem sie sich nach der Brechung in der Platte II auf die ihnen analogen senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen auflegen, ebenfalls eine elliptische Polarisation. In Übereinstimmung damit gibt das Wollastonsche Prisma noch zwei im allgemeinen recht schwache mit den ersten zusammenfallende Sternbilder. Das Verhältnis ihrer Intensitäten wird demjenigen der ersten, durch die in der Einfallsebene polarisierten Strahlen bedingten, sozusagen Hauptbilder entgegengesetzt sein, da die Polarisations Ebenen der restanten Strahlen zu den Polarisations Ebenen der Hauptstrahlen entsprechend senkrecht sein werden. Auf diese Weise legt sich das intensivste Bild von den restanten Strahlen auf das weniger intensive durch die Hauptstrahlen gebildete Bild und wird infolgedessen in die Intensitätsmessung der Hauptbilder einen gewissen Fehler einführen. Um zu bestimmen, in welchem Maße das Auftreten der restanten Strahlen das Auflösungsvermögen des Interferometers herabmindert, muß man die Intensität des intensivsten durch diese Strahlen hervorgerufenen Sternbildes (in Sterngrößen) ungefähr berechnen. Bei der Konstruktion des besprochenen Interferometers wäre es vorteilhafter, sich derjenigen Glassorten zu bedienen, die einen geringen Ellip-

tizitätsquotienten besitzen. In jedem besonderen Falle muß man vor der Aufstellung der planparallelen Glasplatten im Interferometer vorerst recht sorgfältig ihren Elliptizitätsquotienten η untersuchen. Zur annähernden Berechnung nehme ich an¹⁾: $\eta = 0.0075$, $n = 1.487$, $\varphi = \arctg n = 56^\circ 5'$. Ist der zu beobachtende Stern für das unbewaffnete Auge p -ter Größe, so erscheint sein intensivstes Bild bei der Beobachtung mittels des Interferometerrohrs, wie ich schon im Artikel »Über das neue Bestimmungsverfahren . . . «²⁾ auseinandergesetzt habe, als Stern $[p - 2.5 \log(\gamma \cdot s/\sigma)]$ -ter Größe. Da das Verhältnis der Amplituden der Lichtschwingungen in den restanten Strahlen zu den Amplituden derselben in den Hauptstrahlen $\varepsilon = \frac{1}{2}\eta \sqrt{1+n^2}$ gleich ist, so wird man in diesem Falle statt des Quotienten γ nehmen müssen $\gamma \varepsilon^2$, und die Intensität des intensivsten Bildes in den restanten Strahlen erhält den Ausdruck $g = p - 2.5 \log(\gamma \varepsilon^2 \cdot s/\sigma)$. Bei $s = 10^4 \text{ mm}^2$; $\sigma = 4\pi \text{ mm}^2$, ist $g = (p + 5.92)$. Ist infolgedessen der zu beobachtende Stern für das unbewaffnete Auge p -ter Größe, so ist sein intensivstes von den restanten Strahlen gebildetes Bild $(p + 5.92)$ -ter Größe und kann daher (bei $s = 10^4 \text{ mm}^2$) einen bemerkbaren Einfluß auf die Bestimmung des scheinbaren Durchmessers nur beim Sirius ausüben, für den $p = -1.7$ ist. Bei der Beobachtung des Sirius und der Sterne 0.0-ter Größe wird man die Apertur s des Objektivs etwas verkleinern müssen, was das Auflösungsvermögen des Interferometers ein wenig herabmindert.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium d. Elektrotechnischen Instituts, 1914 März. S. Pokrowski.

¹⁾ A. Winkelmann. Handbuch d. Physik 6, Optik, S. 1260-64, 1906.

²⁾ S. Pokrowski. l. c. p. 26.

Genäherte Beobachtungen Kleiner Planeten.

Zusammengestellt nach den

an das Astronomische Rechen-Institut in Berlin-Dahlem gesandten Mitteilungen.

Algier (S = Sy, G = Gonnessiat, B = Barbaud).

Planet	1914	Position 1914.0	Beob.
15 Eunomia	Febr. 13.5	11 ^h 3 ^m 3 — 7° 47'	S
20 Massalia	März 7.6	13 49.2 — 11 32	S
»	April 14.4	13 21.2 — 8 39	S
»	Mai 11.4	13 0.9 — 6 27	S
23 Thalia	Juni 5.5	17 35.4 — 26 57	S
»	Juli 9.4	17 2.9 — 27 42	G
26 Proserpina	Juni 9.5	18 0.7 — 27 18	S
37 Fides	Juli 9.4	16 35.2 — 26 15	G
44 Nysa	» 3.4	18 26.1 — 20 7	G
52 Europa	Mai 26.5	18 24.2 — 16 26	S
58 Concordia	Juni 11.5	17 56.3 — 15 37	S
62 Erato	Juli 8.5	17 12.7 — 21 4	G
78 Diana	März 23.5	12 43.0 — 14 16	S
89 Julia	» 5.6	13 32.7 — 31 1	S
91 Aegina	» 16.5	12 45.1 — 4 31	S
105 Artemis	Jan. 23.4	6 53.5 — 9 25	S
114 Cassandra	Mai 30.5	16 49.5 — 14 31	S
117 Lomia	Febr. 13.3	2 48.6 + 32 10	S
»	März 7.3	3 15.8 + 32 33	S

Planet	1914	Position 1914.0	Beob.
119 Althaea	Mai 26.5	16 ^h 57 ^m 8 — 15° 52'	S
124 Alkeste	Mai 16.5	16 50.9 — 18 19	S
140 Siwa	Juli 3.4	18 54.4 — 22 19	G
144 Vibilia	Juni 5.5	17 56.5 — 24 22	S
150 Nuwa	März 19.5	11 56.9 — 1 13	S
172 Baucis	» 4.6	12 12.2 — 8 54	S
176 Iduna	» 23.4	11 47.7 — 10 27	S
187 Lamberta	» 4.5	12 3.4 + 10 41	S
»	April 14.4	11 26.4 + 9 52	S
»	Mai 11.4	11 22.2 + 6 41	S
190 Ismene	» 18.5	16 33.8 — 14 29	S
200 Dynamene	» 7.5	13 51.8 — 21 52	S
205 Martha	März 23.5	12 33.4 — 10 45	S
206 Hersilia	Mai 26.5	16 39.7 — 16 27	S
211 Isolda	» 30.5	16 58.9 — 23 47	S
214 Aschera	April 6.5	12 54.9 — 9 15	S
230 Athamantis	März 27.4	13 5.8 — 18 31	S
241 Germania	» 23.5	12 20.9 — 10 45	S
266 Aline	Febr. 13.5	10 41.9 — 11 54	S
»	» 19.5	10 36.9 — 11 34	S