Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers

unter dem Attraktionseinfluß des Mondes an Zöllnerschen Horizontalpendeln.

Von A. Orloff.

1. Das Zöllnersche Horizontalpendel wurde von seinem Erfinder speziell zu Untersuchungen der Attraktion von Sonne und Mond bestimmt, ist aber bisher niemals zu diesem Zweck angewandt; alle Untersuchungen dieser Art sind mit Horizontalpendeln von Rebeur-Paschwitz (auf Spitzen) ausgeführt worden. Seitdem jedoch Prof. Kortazzi und Prof. Lewitzky an diesen letzteren Pendeln eine Reihe sehr wesentlicher Mängel aufgedeckt haben, sind dieselben in Rußland nicht mehr im Gebrauch. Die Erdbebenstationen in Jurjew, Irkutsk, Taschkent und Baku sind mit Zöllnerschen Pendeln, die nach Prof. Lewitzkys Anweisungen von Repsold konstruiert wurden, versehen. Die weiter unten angeführten Resultate wurden abgeleitet aus Beobachtungen, die einen ersten Versuch der Anwendung von Zöllner-Repsoldschen Pendeln zur Untersuchung der Attraktion des Mondes bilden. Bevor wir zu den Resultaten übergehen, wird es angebracht sein, die Vorzüge, welche diese Pendel gegenüber denen von Rebeur-Paschwitz aufweisen, aufzuzählen. Es sind folgende:

1. Die Einfachheit der Konstruktion.
2. Eine größere Konstanz der Nullpunktlage.
3. Eine größere Konstanz der Empfindlichkeit.
4. Eine größere Empfindlichkeit.
5. Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude der kleinen Schwingungen.

Auf alle diese Eigenschaften ist von Prof. Lewitzky hingewiesen worden. Die von mir ausgeführten Beobachtungen bestätigen nur ihre Richtigkeit.

Das Zöllner-Repsoldsche Pendel gehört zu dem ersten Typus der Zöllnerschen Pendel und besteht aus einer Stange, die an dünnen Platindrähten von 0.05 mm Durchmesser aufgehängt ist. Die Stange mit dem Gewicht (Spiegel) wiegt nur 36 g.

2. Die Beobachtungen in Jurjew sind vom 21. Febr. bis zum 12. Nov. 1909 ausgeführt und umfassen somit eine Periode von beinahe 9 Monaten. Es ist während dieser Zeit sechsmal die Empfindlichkeit der Horizontalpendel bestimmt worden; dabei ergaben sich für 1 mm auf der Registriertrommel folgende Werte:

Pendel im I. Vertikal.	Pendel im Meridian.
1909 März 17 0.0129	1909 März 17 0.0181
Mai 17 0.0127	(Umstellung)
Aug. 1 0.0123	März 17 0.0135
Okt. 1 0.0121	Mai 17 0.0134
Nov. 17 0.0120	Aug. 1 0.0134
	Okt. 1 0.0134
	Nov. 17 0.0133

In Jurjew befinden die Pendel sich in einem äußerst günstigen Raume, und nur durch diesen Umstand ließ sich diese Empfindlichkeit erzielen und einhalten. Die Pendel sind aufgestellt in einem alten Pulverkeller, der vor äußeren Einflüssen ausgezeichnet geschützt ist; der Wärmeeinfluß der Sonne übt z. B. hier eine viermal geringere Wirkung aus als in der Potsdamer Brunnenkammer. Um die Registrierungen so wenig als möglich zu beeinflussen, wurde der Registrierapparat so konstruiert, daß ein neuer Bogen Bromsilberpapier nur alle 8 Tage einmal aufgelegt wird. Die Photogramme wurden mit einer in Millimeter geteilten Glasplatte ausgemessen.

Einfluß der Sonne auf die Pendel.

3. Ordnen wir zunächst unsere Beobachtungen nach der Sonnenzeit an. Die Beobachtungen von 1909 März 1 bis Nov. 1 ergaben folgende Ordinatenmittel für runde Stundenwinkel der Sonne:

Tabelle I.

Pendel im I. Vertikal.				Pendel im Meridian.			
$t_{\odot}$	y_I	$t_{\odot}$	y_I	$t_{\odot}$	y_M	$t_{\odot}$	y_M
	mm		mm		mm		mm
0 ^h	-0.14	12 ^h	+0.16	0 ^h	+0.54	12 ^h	+0.58
1	-0.02	13	+0.19	1	+0.38	13	+0.58
2	+0.12	14	+0.22	2	+0.21	14	+0.57
3	+0.22	15	+0.28	3	+0.08	15	+0.59
4	+0.31	16	+0.39	4	+0.00	16	+0.65
5	+0.38	17	+0.35	5	+0.02	17	+0.72
6	+0.35	18	+0.32	6	+0.11	18	+0.80
7	+0.36	19	+0.22	7	+0.21	19	+0.87
8	+0.33	20	+0.09	8	+0.31	20	+0.91
9	+0.28	21	-0.06	9	+0.43	21	+0.91
10	+0.22	22	-0.20	10	+0.52	22	+0.88
11	+0.18	23	-0.23	11	+0.58	23	+0.77
12	+0.16	24	-0.19	12	+0.58	24	+0.58

Die Ordinaten y_I und y_M werden genügend gut dargestellt durch die Gleichungen:

$$y_I = 0.21 - 0.003t - 0.15 \cos t + 0.05 \sin t - 0.18 \cos 2t + 0.07 \sin 2t + 0.03 \sin 3t$$

$$y_M = 0.51 - 0.35 \sin t + 0.06 \cos 2t - 0.18 \sin 2t.$$

Einem Millimeter entsprechen, gemäß der Anzahl der Beobachtungen in den verschiedenen Monaten, die in Bogen Sekunden ausgedrückten Werte

$$0.0125 \quad \text{und} \quad 0.0138$$

folglich:

$$\begin{aligned} y_1 &= 0.0026 - 0.00004 t - 0.0019 \cos t + 0.0006 \sin t \\ &\quad - 0.0022 \cos 2t + 0.0009 \sin 2t + 0.0004 \sin 3t \\ y_M &= 0.0070 - 0.0048 \sin t + 0.0008 \cos 2t - 0.0025 \sin 2t. \end{aligned}$$

Tabelle II zeigt uns, wie diese Formeln die Beobachtungen darstellen; es sind hier die Fehler in 0.0001 angeführt.

Tabelle II.

Pendel im I. Vertikal.				Pendel im Meridian.			
$t_{\odot}$	B-R	$t_{\odot}$	B-R	$t_{\odot}$	B-R	$t_{\odot}$	B-R
0 ^h	-2	12 ^h	+2	0 ^h	-4	12 ^h	+1
1	+1	13	+2	1	0	13	+3
2	+4	14	0	2	+1	14	+1
3	0	15	-1	3	0	15	+1
4	0	16	+5	4	-3	16	+4
5	+1	17	-4	5	-1	17	0
6	-5	18	0	6	+1	18	0
7	+1	19	+1	7	0	19	-3
8	-1	20	+4	8	-4	20	-4
9	0	21	+4	9	-1	21	-4
10	+1	22	-1	10	0	22	0
11	+2	23	+1	11	+3	23	+4
12	+2	24	0	12	+1	24	+1

Es ist wichtig, die Veränderung der Koeffizienten der Sonnenglieder mit der Zeit zu kennen. Zu diesem Zweck habe ich das Mittel der Ordinaten für je zwei Monate einzeln untersucht und folgendes Resultat gefunden (Einheit 0.0001).

Pendel im I. Vertikal.

$$\begin{aligned} y_1 &= +2.2t - 36 \sin t - 26 \cos 2t + 4 \sin 2t \\ &= -0.6t - 47 \cos t - 8 \sin t - 20 \cos 2t + 8 \sin 2t \\ &= -1.2t - 28 \cos t + 43 \sin t - 14 \cos 2t + 11 \sin 2t \\ &= -1.3t - 4 \cos t + 29 \sin t - 29 \cos 2t + 12 \sin 2t \\ &\quad + 7 \sin 3t \end{aligned}$$

$$\text{Mittel: } y_1 = -0.2t - 20 \cos t + 7 \sin t - 22 \cos 2t + 9 \sin 2t + 2 \sin 3t$$

Pendel im Meridian.

$$\begin{aligned} y_M &= +0.5t + 18 \cos t - 14 \sin t - 3 \cos 2t - 32 \sin 2t \\ &= -1.3t + 28 \cos t - 76 \sin t + 8 \cos 2t - 16 \sin 2t \\ &= -1.7t - 8 \cos t - 79 \sin t + 12 \cos 2t - 8 \sin 2t \\ &= +3.2t - 40 \cos t - 13 \sin t + 13 \cos 2t - 36 \sin 2t \end{aligned}$$

$$\text{Mittel: } y_M = +0.2t - 46 \sin t + 8 \cos 2t - 23 \sin 2t.$$

Die Übereinstimmung der Koeffizienten der Mittel mit den oben gefundenen bestätigt die Richtigkeit der gemachten Analyse.

4. Die Ausdrücke für y_1 und y_M berechtigen uns, folgende Schlüsse zu ziehen:

1) Die Nullpunktsbewegung, die durch der Zeit proportionale Glieder dargestellt wird, ist sehr gering und verschwindet im Mittel fast ganz.

2) Die Sonne übt auf die Pendel in unserem Keller

einen äußerst geringen Einfluß aus. Die Glieder der eintägigen Periode haben einen viermal kleineren Koeffizienten als die von Prof. Hecker aus den Potsdamer Beobachtungen gefundenen. [Beobachtungen an Horizontalpendeln etc. 1907, p. 20].

3) Die Koeffizienten derjenigen Glieder, die der täglichen Periode entsprechen, ändern sich stärker als die der halbtägigen Periode.

4) Falls der Erdkörper absolut starr wäre, so würden die Pendel unter der Attraktionswirkung der Sonne Kurven beschreiben, deren Ordinatenmittel für die gesamte Beobachtungszeit sich durch folgende Gleichungen darstellen ließen:

$$\begin{aligned} y_1 &= +0.0011 \cos t - 0.0033 \cos 2t \\ y_M &= -0.0022 \sin t - 0.0038 \sin 2t. \end{aligned}$$

Vergleicht man die beobachteten Werte der Koeffizienten von $\cos 2t$ und $\sin 2t$ (0.0022 und 0.0023) mit den berechneten (0.0033 und 0.0038), so findet man, daß der beobachtete Wert ungefähr $\frac{2}{3}$ des berechneten beträgt.

Der Einfluß des Mondes.

5. Die Mondglieder in der Gleichung für y (Ordinate der Pendelkurve) lassen sich leicht eliminieren. Bedeutend schwieriger gestaltet sich die Elimination der Sonnenglieder. Zu diesem Zweck werden die Beobachtungen nach Mondzeit angeordnet und die Mittel aller den gleichen Stundenwinkeln des Mondes entsprechenden Ordinaten gebildet; aber es lassen sich hierbei nur die Sonnenglieder der halbtägigen Periode eliminieren, da ihre Koeffizienten klein sind und sich relativ wenig ändern; dagegen werden die Sonnenglieder der eintägigen Periode im allgemeinen nicht eliminiert, da ihre Wirkung auf das Lot an verschiedenen Tagen nicht dieselbe ist. Dadurch läßt sich vielleicht erklären, daß von allen Beobachtern bei den Untersuchungen des Mondeinflusses auf das Lot eintägige Glieder erhalten werden, die im Mittel herausfallen sollten, da sie mit $\sin 2\delta_{\odot}$ multipliziert sind. Das Vorhandensein dieser eintägigen Glieder übt einen störenden Einfluß aus auf die Genauigkeit, mit der die halbtägigen Glieder bestimmt werden [O. Hecker, l. c. p. 30]. Ist die Anzahl der Beobachtungen groß, so können sich im Mittel Glieder der täglichen Periode als zufällige Fehler eliminieren; ist dagegen die Anzahl der Beobachtungen nicht genügend, so können diese Glieder auf folgende Weise ausgeschlossen werden. Ordnen wir die Beobachtungen nach der Mondzeit an und bilden wir für jeden Tag das Mittel der Ordinaten, welche den Momenten $t_{\odot}$ und $12^h + t_{\odot}$ entsprechen, so wird wegen des geringen Unterschiedes der Dauer des Sonnen- und Mondtages der Einfluß der Sonnenglieder von täglicher Periode sogleich beinahe auf Null reduziert. Diese Berechnungsmethode gibt für unsere Beobachtungen, bei denen der Einfluß der Sonne, wie wir sahen, überhaupt sehr gering ist, die halbtägigen Mondglieder mit einer sehr großen Genauigkeit. Eine Beobachtungsperiode von zwei Monaten genügt schon, um diese halbtägigen Mondglieder genügend genau zu erhalten.

6. Unsere Beobachtungen ergaben folgende Ordinatenmittel für runde Stundenwinkel des Mondes:

Tabelle III.
Pendel im I. Vertikal.

t_{ζ}	y_1	t_{ζ}	y_1'	$\frac{1}{2}(y_1 + y_1')$
	mm		mm	mm
0 ^h	+0.043	12 ^h	0.000	+0.022
1	+0.091	13	+0.046	+0.068
2	+0.209	14	+0.140	+0.174
3	+0.363	15	+0.318	+0.340
4	+0.529	16	+0.465	+0.497
5	+0.629	17	+0.590	+0.610
6	+0.652	18	+0.656	+0.654
7	+0.577	19	+0.633	+0.605
8	+0.463	20	+0.539	+0.501
9	+0.299	21	+0.394	+0.346
10	+0.151	22	+0.231	+0.191
11	+0.054	23	+0.105	+0.080
12	0.000	24	+0.079	+0.040

Pendel im Meridian.

t_{ζ}	y_M	t_{ζ}	y_M'	$\frac{1}{2}(y_M + y_M')$
	mm		mm	mm
0 ^h	+0.425	12 ^h	+0.433	+0.429
1	+0.229	13	+0.235	+0.232
2	+0.064	14	+0.081	+0.072
3	+0.028	15	+0.004	+0.016
4	+0.088	16	+0.036	+0.062
5	+0.233	17	+0.152	+0.192
6	+0.449	18	+0.351	+0.400
7	+0.655	19	+0.516	+0.586
8	+0.782	20	+0.665	+0.724
9	+0.833	21	+0.731	+0.782
10	+0.784	22	+0.708	+0.746
11	+0.645	23	+0.573	+0.609
12	+0.433	24	+0.382	+0.408

Die in der fünften Kolumne gegebenen Mittel werden durch folgende Formeln dargestellt (Einheit Millimeter):

$$y_1 = 0.333 + 0.0015t - 0.311 \cos 2t$$

$$y_M = 0.415 - 0.0018t + 0.015 \cos 2t - 0.391 \sin 2t$$

oder in Bogensekunden:

$$y_1 = 0.00416 + 0.000019t - 0.00389 \cos 2t$$

$$y_M = 0.00573 - 0.000025t + 0.00021 \cos 2t - 0.00540 \sin 2t$$

Die Tabelle IV gibt uns die übrigbleibenden Fehler; sie zeigt die außerordentliche Genauigkeit, mit der die Beobachtungen durch unsere Formeln dargestellt werden.

Tabelle IV (B - R).
Pendel im I. Vertikal.

t_{ζ}		t_{ζ}	
0 ^h	0.00000	7 ^h	-0.00009
1	+0.00002	8	0.00000
2	-0.00007	9	-0.00001
3	+0.00004	10	-0.00001
4	+0.00002	11	0.00000
5	0.00000	12	0.00000
6	+0.00001		

Pendel im Meridian.

t_{ζ}		t_{ζ}	
0 ^h	+0.00001	7 ^h	+0.00001
1	+0.00003	8	-0.00011
2	-0.00011	9	-0.00011
3	-0.00004	10	+0.00003
4	+0.00001	11	+0.00007
5	-0.00007	12	0.00000
6	+0.00015		

7. Wir werden nun zeigen, daß die Koeffizienten der Mondglieder genügend genau sich aus Beobachtungen ableiten lassen, die nur zwei Monate umfassen. Zu diesem Zweck bilden wir für je zwei Monate die Ordinatenmittel für runde Stundenwinkel des Mondes. Nach Anbringung der Korrektur der Ordinaten wegen Nullpunktsbewegung erhält man folgende Mittel (Einheit 0.00001):

Tabelle V.
Pendel im I. Vertikal.

t_{ζ}	$\frac{1}{2}(y_1 + y_1')$			
0 ^h	-37	-40	-37	-40
1	-32	-33	-34	-34
2	-22	-16	-22	-21
3	0	+1	0	0
4	+21	+21	+18	+19
5	+35	+35	+31	+33
6	+39	+38	+37	+41
7	+32	+34	+27	+35
8	+19	+20	+16	+23
9	+3	+1	-2	0
10	-19	-21	-16	-21
11	-34	-37	-30	-36
12	-37	-40	-37	-40

Pendel im Meridian.

t_{ζ}	$\frac{1}{2}(y_M + y_M')$			
0 ^h	0	-3	0	0
1	-27	-27	-27	-27
2	-45	-50	-46	-51
3	-50	-56	-54	-56
4	-43	-48	-46	-51
5	-26	-29	-27	-28
6	+2	+3	0	0
7	+24	+31	+27	+24
8	+45	+48	+46	+47
9	+52	+54	+54	+58
10	+43	+51	+46	+54
11	+26	+29	+27	+34
12	0	-1	0	+1

y und y' sind hier, wie oben, die Ordinaten, die den Momenten t_{ζ} resp. $12^h + t_{\zeta}$ entsprechen.

Wie aus dieser Tabelle leicht zu ersehen, lassen sich die Koeffizienten der halbtägigen Glieder aus je zweimonatlichen Beobachtungen genügend genau ableiten. Die Pendel folgen mit einer bemerkenswerten Regelmäßigkeit der Be-

wegung des Mondes. Ein Phasenunterschied ist fast gar nicht zu bemerken.

8. Berücksichtigt man die die Nullpunktslage betreffenden Glieder nicht, so kann man setzen:

$$y_I = -0.00389 \cos 2t$$

$$y_M = +0.00021 \cos 2t - 0.00540 \sin 2t$$

Falls auf die Pendel keine störenden Kräfte außer der Anziehung des Mondes wirkten, hätten wir unter der Annahme einer absolut starren Erde

Jurjew, Mai 1910.

$$y_I = -0.00705 \cos 2t$$

$$y_M = -0.00828 \sin 2t$$

Man sieht also, daß bei dem im I. Vertikal aufgestellten Pendel der beobachtete Koeffizient des Mondgliedes nur 0.55 des berechneten beträgt. Bei dem im Meridian aufgestellten Pendel ist das Verhältnis 0.65.

Beim Pendel im Meridian läßt sich die kleine Phasenverschiebung durch einen Aufstellungsfehler erklären.

A. Orloff.

Beobachtungen von Kometen

am 49 cm-Refraktor der Straßburger Sternwarte.

1909	M. Z. Straßb.	$\Delta\alpha$ 1909.0	$\Delta\delta$ 1909.0	Vgl.	α 1909.0	Parall.	δ 1909.0	Parall.	*
Komet 1909 a (Borrelly-Daniel).									
Juni 16	13 ^h 21 ^m 20 ^s	+0 ^m 26 ^s 48	+ 8' 40".2	4 ϕ ,4 δ	1 ^h 41 ^m 55 ^s 43	-0.48	+29° 58' 43".3	+6".8	1
18	12 54 18	+0 1.63	+ 2 18.3	"	1 47 28.91	-0.47	+32 47 56.0	+6.4	3
18	13 8 23	+0 3.87	—	10,-	1 47 31.15	-0.48	—	—	3
Datum	M. Z. Straßb.	$\Delta\alpha$ 1910.0	$\Delta\delta$ 1910.0	Vgl.	α 1910.0	Parall.	δ 1910.0	Parall.	*
Komet 1909 e (Daniel).									
1909									
Dez. 13	8 ^h 40 ^m 16 ^s	-0 ^m 32 ^s 05	- 3' 33".3	4 ϕ ,4 δ	6 ^h 17 ^m 52 ^s 40	-0.73	+39° 22' 30".0	+5".5	5
14	8 48 38	-0 9.20	+ 6 42.7	"	6 17 58.12	-0.71	+40 9 43.8	+5.0	6
15	8 50 22	+0 29.27	+ 4 29.9	"	6 18 3.27	-0.70	+40 55 43.7	+4.8	7
Komet 1910 a.									
1910									
Jan. 30	6 26 14	-0 15.20	+11 52.0	4 ϕ ,4 δ	21 33 14.52	+0.31	+ 1 37 55.2	+5.2	8
31	6 0 21	-3 44.47	—	10,-	21 35 41.60	+0.29	—	—	9
31	6 0 21	-4 29.22	- 2 24.6	9,2	21 35 41.64	+0.29	+ 2 22 39.8	+5.0	10
Febr. 1	5 42 9	-1 28.35	- 6 11.1	15,3	21 37 59.68	+0.28	+ 3 3 58.2	+4.8	11
2	5 46 6	+0 25.61	- 6 1.2	4 ϕ ,4 δ	21 40 11.17	+0.27	+ 3 42 46.5	+4.7	12
10	6 18 27	-1 27.27	—	10,-	21 54 5.23	+0.24	—	—	13
10	6 18 27	-2 36.02	-13 33.4	10,2	21 54 5.13	+0.24	+ 7 35 54.0	+4.0	14
16	6 38 11	+0 15.54	+ 0 27.9	3 ϕ ,4 δ	22 1 59.60	+0.22	+ 9 39 47.3	+3.7	15
Halley'scher Komet 1909 c.									
1909-10									
Nov. 20	9 52 30	+0 18.97	+ 2 14.3	4 ϕ ,4 δ	5 6 15.64	-0.19	+16 32 23.3	+3.2	16
Dez. 13	9 41 58	+1 2.60	+ 3 33.0	"	3 35 30.82	-0.03	+14 14 59.1	+3.6	18
14	6 40 27	-0 28.52	+13 3.6	"	3 30 58.90	-0.23	+14 22 35.0	+4.0	20
15	6 28 15	+0 12.40	- 8 55.5	"	3 26 34.94	-0.23	+14 13 47.6	+4.0	21
Jan. 22	6 41 7	+0 13.0	- 0 27	"	1 20 2.1	+0.09	+ 8 58 43	+3.5	22
22	6 52 58	+0 54.19	—	4,-	1 20 1.38	+0.10	—	—	23
29	8 41 25	-0 6.44	+ 1 26.8	4 ϕ ,4 δ	1 7 23.77	+0.21	+ 8 29 47.1	+3.6	24
31	8 47 26	-0 21.61	- 9 1.1	"	1 4 16.96	+0.21	+ 8 23 21.5	+3.6	25
Febr. 1	8 41 37	+0 48.13	- 2 40.3	10,2	1 2 48.37	+0.21	+ 8 20 29.3	+3.6	26
2	8 33 52	-0 37.67	- 5 21.4	12,4	1 1 22.57	+0.21	+ 8 17 48.2	+3.6	26
10	6 39 4	+1 19.96	- 3 0.0	10,2	0 51 19.97	+0.16	+ 8 2 3.3	+3.3	27
14	6 27 21	+0 5.99	+ 8 0.4	4 ϕ ,4 δ	0 47 2.09	+0.16	+ 7 57 29.7	+3.3	28
16	6 50 5	+0 4.88	+ 3 49.8	"	0 45 1.30	+0.18	+ 7 55 57.3	+3.3	29
22	6 38 40	+0 12.03	+10 27.0	4 ϕ ,3 δ	0 39 31.07	+0.18	+ 7 53 32.7	+3.3	30
28	6 45 52	+0 44.16	+ 7 8.8	10,2	0 34 33.06	+0.20	+ 7 54 0.2	+3.3	31
März 4	6 51 18	-2 17.41	- 3 9.9	10,2	0 31 25.48	+0.20	+ 7 55 22.2	+3.3	32
5	7 2 23	+2 41.08	+ 8 25.4	10,2	0 30 38.82	+0.20	+ 7 55 46.5	+3.4	33
7	7 1 42	+1 9.76	+ 9 25.8	10,2	0 29 7.50	+0.21	+ 7 56 46.9	+3.4	33