2. *Über die innere Reibung des Eises;* *von Boris Weinberg.*

1. Während meiner Untersuchungen über die Relaxation und die innere Reibung der festen Körper im allgemeinen¹⁾ wandte ich mich auch an kristallinische Körper und wählte als erstes Objekt das Eis. Ich erlaube mir, die Ergebnisse meiner Versuche, trotzdem sie wegen des milden Wetters leider nicht weit vorgeschritten sind, hier mitzuteilen, weil dieselben durch die Verschiedenheit der Methoden die vorliegenden Beobachtungen von Mc Connel²⁾ und die ausführliche Arbeit von Hess³⁾ in einigen Richtungen ergänzen.

Die von mir angewandte Methode — Torsion von Eiszylindern und Eisprismen — hat gewisse Vorteile gegenüber der Methode von Hess — Durchbiegung von Eisstäben.⁴⁾ Während bei der Anwendung der letzten Methode die Dauer des Versuches durch die allmählich vorschreitende Krümmung des Stabes begrenzt ist, kann bei der Torsion der Versuch beliebig lange fort dauern, die geometrischen Bedingungen bleiben fortwährend dieselben, und der Zustand der stationären Bewegung kann — wenn andere Einflüsse ausgeschlossen sind — sicher erreicht werden. Die Durchbiegung wird außerdem von lokalem Drucke begleitet, während bei der Torsion kein Druck vorhanden ist und deswegen die Frage von der Relaxation wegfällt.

2. Ich befestigte das eine Ende eines Eiszylinders (oder eines Eisprismas) an ein vertikales Brett GH (Fig. 1) und vereinigte das andere Ende mit einem Kästchen CD , welches an

1) Über die angewandte Methode vgl. B. Weinberg, Proc. Phys. Soc. Lond. 19. p. 472. 1904.

2) Mc Connel, Proc. Roy. Soc. 49. p. 323. 1891.

3) H. Hess, Ann. d. Phys. 8. p. 405. 1902.

4) Frühere Forscher auf dem Gebiete der Plastizität des Eises wandten Zug oder Druck an, bei welchen viel kompliziertere Deformationen eintreten als bei der Torsion. Diese, als eine bloße Formänderung, ist deswegen zur Erzeugung der Gesetze solcher Erscheinungen viel geeigneter.

der Achse einer vertikalen Torsionsscheibe AB angebracht war. In diesem Kästchen und einer Öffnung EF in dem Brette GH befanden sich gut passende Eisstücke und in den letzteren wurden mit einem stark erhitzten Metallstabe entsprechende Vertiefungen gemacht. In diese legte ich die Enden des Eis-

Fig. 1.

zylinders hinein und verkittete die Verbindungsstellen mit einer Mischung von weichem Schnee und Wasser.

Die Anfertigung der Eiszyylinder ist etwas mühsam und gelingt nicht immer. Ein mit einer Säge ausgeschnittenes prismatisches Eisstück wird mit einem schweren Messer erst grob abgehauen und darauf feiner abgeschabt. Um dem so erhaltenen Zylinder eine regelrechte Oberfläche zu geben, wird derselbe auf einer erhitzten Herdplatte¹⁾ einige Male rasch hin und her gerollt. Den Eisprismen ist durch Bewegungen auf der Herdplatte leicht die erforderliche Form zu geben.

Alle Zylinder und Prismen wurden aus dem Flußeise der Newa so hergestellt, daß ihre Achse mit der Normalen zur Gefrierungs Oberfläche, d. h. mit der optischen Achse zusammenfiel.

3. Um die relative Winkelverschiebung verschiedener zu der Achse senkrechten Schichten verfolgen zu können, habe ich an einigen Stellen der Eiszyylinder (bez. Prismen) besondere Aluminiumfassungen (Fig. 2) mit einer Schnur festgebunden und mit etwas nassem Schnee verkittet. Diese Fassungen ermöglichen, in das Gesichtsfeld eines Fernrohres zwei oder

1) Noch besser auf einem metallischen Teebrett, welches mit siedendem Wasser gleichförmig erhitzt worden ist.

drei Spiegelchen s anzubringen, welche dieselben Winkelverschiebungen wie die entsprechenden Normalschnitte des Zylinders erleiden. (Auf Fig. 1 sieht man drei solche Fassungen, welche mittels der Spiegelchen s_1 , s_2 und s_3 die Verschiebungen der beiden Enden und der Mitte des Zylinders ergaben.)

Das Spiegelchen (s_2 auf Fig. 1) der Fassung, welches dem unbeweglichen Ende des Zylinders entsprach, spielte nur eine Kontrollrolle, und gab fast unveränderliche Ablesungen einer Skala in dem Fernrohr. Deswegen habe ich mich meistens mit einer Fassung, welche am anderen Ende des Zylinders angebracht war, begnügt (entsprechender Spiegel s_1 auf Fig. 1).

Fig. 2.

Der ganze Apparat war außen an der Fensterbrüstung befestigt und die Beobachtung geschah durch das offene Fenster vom Zimmer aus.

4. Der Vorgang ist, wie auch bei den anderen untersuchten Körpern (Blei, Kupfer, Messing, Stahl, Eisen) folgender: In den ersten Momenten nach der Anwendung der Kraft tritt eine — verhältnismäßig — große „elastische“ Deformation ein, welche darauf allmählich wächst, mit einer Geschwindigkeit, die asymptotisch bis zu einem konstanten Werte abnimmt. Nach der Ausschaltung der angewandten Kraft beobachtet man einen analogen sich asymptotisch verzögernden Rückgang.

Ich untersuchte hauptsächlich den zeitlichen Verlauf der Winkelverschiebung nach dem Anhängen des Gewichtes und nach dem Aufheben desselben. Trotzdem näherte ich mich in fünf Beobachtungsreihen (aus zehn), wie es mir scheint, in genügendem Maße einem stationären Zustande, um den Versuch der Bestimmung des „Koeffizienten“ der inneren Reibung des Eises zu machen.

Der beträchtliche Einfluß der Temperaturschwankungen, die geometrischen Unregelmäßigkeiten der Zylinder und das mit der Zeit eintretende Abschmelzen oder Verdunsten¹⁾ der-

1) Um diesen Einfluß zu berücksichtigen, nahm ich an, daß die Verminderung der Querdimensionen proportional der Zeit zwischen den Messungsmomenten hervorging.

Tabelle I.

Torsion eines Eiszylinders. $l = 36$ cm; $2\pi r = 8,3, 9,2, 9,3$ cm am 23./II. 12^h 20^m Nachm.; $2\pi r = 8,2, 9,3$ am 24./II. 1^h 0^m Nachm.; $2\pi r = 8,0, 9,3$ am 25./II. 12^h 7^m Nachm.¹⁾ $D = 181,5$ cm. $P = 1487$ g.

t	n (cm)	$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \left(\frac{10^{-7}}{\text{sec}} \right)$	$\mu \left(\frac{10^{13} \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}} \right)$	$\mu_{\text{ber.}}$	$\mu - \mu_{\text{ber.}}$	$T^{\circ} \text{C.}$	
23./II. 12 ^h 33 ^m Nachm.	49,90	3307	0,03			— 4,0	Gewicht angehängt
12 34 "	56,93	523	0,21			— 4,1	
12 40 "	63,77	154	0,72			— 3,6	
1 25 "	78,83	49	2,26			— 3,9	
4 35 "	98,91						Spiegel und Skala umgestellt. Erste Ablesungen nach der Berührung der Fassung wur- den, wie immer, weggelassen wegen der möglichen elasti- schen Nachwirkungen in der- selben
5 3 "	66,78	27,3	4,06			— 5,3	
6 0 "	70,17	24,3	4,56			— 5,6	
7 0 "	73,35	21,7	5,10	5,08	+0,02	— 5,5	
8 0 "	76,19	22,6	4,90	5,17	-0,27	— 5,6	
9 0 "	79,14	19,8	5,59	5,44	+0,15	— 5,9	
9 38 "	80,78			5,62	+0,53	— 6,1	
10 34 "	82,98	18,0	6,15	6,00	+0,33	— 6,5	
10 56 "	83,82	17,5	6,33				Spiegel und Skala umgestellt
11 15 "	58,08	12,2	9,08	9,10	-0,02	— 9,4	
24./II. 4 ^h 35 ^m Vorm.	66,61	11,8	9,39	9,22	+0,17	— 9,5	
6 55 "	70,20						

6 55	"	70,20	11,0	10,07	12,38	-2,31	-12,0	Skala etwas verschoben
8 52	"	73,00						
8 52	"	72,90	8,9	12,45	10,43	+2,02	-10,5	
9 57	"	74,16	10,9	10,18	8,75	+1,43	-9,1	
10 55	"	75,54	15,9	6,97	7,21	-0,24	-7,7	
12 10	Nachm.	78,14	23,8	4,65	(7,11)	(-2,46)	-7,6	Von 12 ^h bis 4 ^h beleuchtete die Sonne stark den Zylinder. Im folgenden wurde ein Schutz gegen Sonnenschein gemacht
12 43	"	79,85	29,0	3,82	(6,40)	(-2,58)	-6,9	
12 59	"	80,86	39,4	2,81	(6,31)	(-3,50)	-6,8	
1 25	"	83,09	57,5	1,93	(6,00)	(-4,07)	-6,5	
3 25	"	98,12	19,8	5,59	(7,33)	(-1,74)	-7,8	
3 41	"	98,81	22,6	4,90	(7,53)	(-2,63)	-8,0	Skala umgestellt
5 0	"	102,70						
5 7	"	85,20	17,1	6,47	7,00	-0,63	-7,5	Skala etwas verschoben
5 39	"	86,39						
5 40	"	86,58	22,3	4,97	6,31	-1,34	-6,8	
6 25	"	88,77	21,1	5,25	5,72	-0,47	-6,2	
6 58	"	90,29	22,8	4,86	5,44	-0,58	-5,9	
7 47	"	92,68						

1) Die Verschiedenheit der ersten Zahlen ist zu betrachten als verursacht durch eine beträchtliche Konizität des entsprechenden Ende des Zylinders; darum wurde hier der Einfluß der Verdunstung nicht berücksichtigt.

Tabelle I (Fortsetzung).

t	n (cm)	$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \left(\frac{10^{-7}}{\text{sec}} \right)$	$\mu \left(\frac{10^{18} \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}} \right)$	$\mu_{\text{ber.}}$	$\mu - \mu_{\text{ber.}}$	$T^{\circ} \text{C.}$
24./II. 7 ^h 47 ^m Nachm.	92,68	22,7	4,89	5,26	-0,37	-5,7
8 19 "	94,26	22,0	5,04	5,26	-0,22	-5,7
8 57 "	96,08					
9 18 "	61,70	24,2	4,17	5,26	-1,09	-5,7
10 7 "	64,28	23,7	4,68	5,53	-0,85	-6,0
10 33 "	65,62	20,3	5,46	5,53	-0,07	-6,0
10 52 "	66,46	20,7	5,35	5,44	-0,09	-5,9
11 18 "	67,63	20,5	5,40	5,44	-0,04	-5,9
25./II. 2 ^h 36 ^m Vorm.	76,55	17,7	6,26	6,76	-0,50	-7,2
7 43 "	88,41					
7 44 "	88,58	20,8	5,33	5,53	-0,20	-6,0
9 15 "	92,70	23,6	4,69	4,39	+0,30	-4,7
9 53 "	94,65	30,6	3,62	3,61	+0,01	-3,7
11 33 "	101,32					
11 36 "	77,06	37,3	2,97	2,67	+0,30	-2,4
12 ^h 7 ^m Nachm.	79,58	46,6	2,38	1,79	+0,59	-1,0
12 43 "	83,23	47,4	2,34	1,79	+0,55	-1,0
12 49 "	83,85					

Spiegel umgestellt

Skala etwas verschoben

Skala umgestellt

25./II. 12 ^h 49 ^m Nachm.	83,85	50,8	2,18	1,79	+0,39	-1,0
1 25 "	87,83	50,5	2,19	1,79	+0,40	-1,0
1 45 "	90,03	58,1	1,91	1,85	+0,06	-1,1
2 5 "	92,56	50,8	2,18	1,85	+0,33	-1,1
2 25 "	94,82	51,9	2,13	1,91	+0,22	-1,2
2 45 "	97,21					
3 0 "	51,80	45,9	2,41	2,09	+0,32	-1,5
3 12 "	53,00	51,9	2,13	2,09	+0,04	-1,5
3 28 "	54,81	55,1	2,01	2,09	-0,08	-1,5
3 48 "	57,21	57,8	1,92	2,09	-0,17	-1,5
4 3 "	59,10	55,1	2,01	2,03	-0,02	-1,4
4 15 "	60,54	55,6	1,99	2,03	-0,04	-1,4
4 25 "	61,75	61,2	1,81	1,91	-0,10	-1,2
5 13 "	68,15	67,5	1,64	1,74	-0,10	-0,9
6 5 "	75,80	76,7	1,44	1,46	-0,02	-0,4
6 33 "	80,48	96,3	1,15	1,24	-0,09	+0,0
7 38 "	94,11	117	0,95			+0,2
7 58 "	99,21					.
8 2 "	77,21					
8 10 "	80,90	212	0,52			+0,3
8 15 "						

Spiegel und Skala umgestellt

Skala umgestellt

Zylinder zerbrochen gefunden

selben sind auch als Hindernisse zu einer genauen Ermittlung des „Koeffizienten“ der inneren Reibung zu betrachten, so daß nur die Ordnung der weiter unten angeführten Werte als richtig angesehen werden kann.

5. Ich führe in der vorstehenden Tabelle die Angaben der längsten Versuchsreihe an, in welcher ich einen stationären Zustand erreicht zu haben mit Sicherheit behaupten kann. Für diese stationäre Periode gebe ich sämtliche Ablesungen an, für das Anfangsstadium aber nur 8 aus 98.

Die Werte des Koeffizienten μ der inneren Reibung sind — unter der Annahme, daß diese Größe von der relativen Verschiebungsgeschwindigkeit der parallelen Schichten unabhängig ist — berechnet nach der Formel

$$(1)^1) \quad P g R = \mu \frac{\pi r^4}{2 l} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

wo $P g$ die angewandte Torsionskraft (in Dynen), R (12,6 cm) den Halbmesser der Torsionsscheibe, r den Halbmesser des Eiszylinders, l den Abstand der Fassung des beobachteten Spiegels von dem unbeweglichen Ende und $\Delta \varphi / \Delta t$ die mittlere Winkelgeschwindigkeit dieses Spiegels bedeuten. In der Tab. I bezeichnen außerdem t den Moment der Ablesung, n die entsprechende Ablesung der Skala im Fernrohr, D den Abstand zwischen Spiegel und Skala, $\mu_{\text{ber.}}$ die Werte von μ , berechnet nach der Formel (2) (vgl. weiter unten) und T ($^{\circ}$ C.) die mittlere Lufttemperatur. Der Gang der Temperatur zwischen den Beobachtungsmomenten wurde, weil am Beobachtungsorte jeden Tag nur einigemal das Thermometer abgelesen wurde, nach den Angaben des Hauptphysikalischen Observatoriums in St. Petersburg beurteilt.

Der Betrag des Fehlers von l ist im Durchschnitt wahrscheinlich gleich 2—4 Proz., von r 1—2 Proz. und von $\Delta \varphi / \Delta t$ 1—3 Proz., so daß die Werte von μ im allgemeinen als mit einem Fehler von 5—10 Proz. behaftet angesehen werden müssen (vgl. Tab. I, p. 84—87).

1) Für Eisprismen ist hier $\frac{a b (a^2 + b^2)}{12 l}$, wo a und b die Seiten sind, anstatt $\frac{\pi r^4}{2 l}$ zu setzen.

Die Ergebnisse anderer Reihen sind folgende (nur für stationäre Perioden):

Tabelle II.

Eiszylinder. $l = 30$ cm. $2\pi r = \text{ca. } 9$ cm. $P = 689$ g.

$\mu \cdot 10^{-13} =$	10,2	9,0	12,0	13,7	12,4	14,3
$T^0 =$	-1,8	-2,4	-3,6	-4,4	-4,8	-4,2

Tabelle III.

Derselbe Zylinder. $P = 1487$ g.

$\mu \cdot 10^{-13} =$	3,2	3,6	3,3	3,5	3,1	3,0	2,7	2,3	1,9	1,9	2,0
$T^0 =$	-2,9	-3,0	-2,9	-2,8	-2,6	-2,3	-1,5	-0,6	-0,4	-0,1	+0,0

Tabelle IV.

Eisprisma, quadratischer Querschnitt. $l = 40$ cm. $a = 3,5$ cm. $P = 1600$ g.

$\mu \cdot 10^{-13} =$	6,7	7,7	6,5	5,1
$T^0 =$	-4,0	-3,7	-2,9	-1,9

Tabelle V.

Dasselbe Prisma nach einer Abschmelzung. $a = 2,8$ cm. $P = 882$ g.

$\mu \cdot 10^{-13} =$	4,4	6,2	5,7
$T^0 =$	-2,1	-1,8	-1,5

6. Um den Einfluß der Temperatur zu veranschaulichen, ist in der Fig. 3 der gemeinsame Gang der mittleren Torsionsgeschwindigkeit und der mittleren Lufttemperatur den Daten der Tab. I gemäß abgebildet und in der Fig. 4 sind die entsprechenden Werte von μ als Funktion der Temperatur dargestellt. Aus der Fig. 3 sieht man deutlich, daß die Veränderungen der Geschwindigkeit den Veränderungen der Temperatur folgen, obgleich mit einiger Verspätung. Der Umstand, daß ich nicht die Eistemperatur, sondern nur die Lufttemperatur — und noch nach einer indirekten Methode — verwertete, schließt die Möglichkeit einen Temperaturkoeffizienten zu bestimmen aus. Doch um den beträchtlichen Einfluß der Temperatur zu zeigen, habe ich die Werte von μ in der Tab. I durch eine Formel

$$(2) \quad \mu_{\text{ber.}} = (1,244 - 0,502 T + 0,0355 T^2) \frac{10^{13} \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$$

darzustellen versucht, welche sich den Beobachtungen ziemlich genau anpaßt, wie man aus der fünften und sechsten Kolumne der Tab. I und aus Fig. 4 schließen kann.

Fig. 3. Obere Linie = mittlere Torsionsgeschwindigkeit.
Untere Linie = mittlere Lufttemperatur.

Von 12^h bis 4^h Uhr Nachm. 24. II. war der Eiszyylinder von der Sonne beleuchtet.

7. Die schnelle und fortwährende Zunahme der „elastischen“ Deformation macht eine Bestimmung des Torsionsmoduls noch mehr illusorisch, als die Verwertung von μ . Wenn man jedoch bedingungsweise als „elastische“ Torsion diejenige annimmt, welche 1 Min. nach dem Anhängen des Gewichtes eintritt, so bekam ich für den Torsionsmodul N („modulus of rigidity“) folgende Werte:

$N \cdot \frac{10^9 \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2} =$	2,8, 5,3	4,8, 5,6	8,9	5,7	2,8, 6,8
$T^{\circ} \text{C.} =$	+1,1, -4,0	-3,0, -0,1	-2,9	-4,0	-1,5, +1,0

$N \cdot \frac{10^9 \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2} =$	3,7, 4,7, 5,1, 5,8	3,0, 7,7
$T^{\circ} \text{C.} =$	+0,2, -0,7, -2,2, -1,4	+0,2, -1,2

Die Werte, welche sich auf verschiedene Zylinder und Prismen beziehen, sind durch dicke vertikale Linien abgesondert; die feinen Linien sondern die Werte ab, welche bei Anhängen und Aufheben verschiedener Gewichte erhalten wurden.

8. Die erwähnten Versuche führen zu folgenden Schlüssen:

1. Der Koeffizient der inneren Reibung des Newaeises für die Verschiebungen senkrecht zu der optischen Achse, welche mit einer mittleren Winkelgeschwindigkeit von der Ordnung $10^{-8} \frac{1}{\text{sec}}$ hervorgehen, ist von der Ordnung $10^{13} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$ (ca. $5 \cdot 10^{13}$ bei -5° C.).

2. Die Temperatur hat einen merklichen Einfluß auf den Koeffizienten der inneren Reibung des Eises, welcher etwa um $1 \cdot 10^{13}$, bei einer Erniedrigung der Temperatur um 1° zunimmt.

3. Der Torsionsmodul des Newaeises für die Verschiebungen senkrecht zu der optischen Achse ist von der Ordnung $10^9 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$ (ca. $5 \cdot 10^9$ bei -1° C.).

Es wäre wünschenswert, derartige Bestimmungen, welche nur sehr bescheidene Hilfsmittel erfordern, für verschiedene Arten des Eises und für verschiedene Lagen der kristallographischen Achse des Eises unter günstigen Temperaturbedingungen zu wiederholen.

Odessa, 27. April 1905.

(Eingegangen 20. Mai 1905.)